ISSN 3034-3275

Вестник

Липецкого государственного технического университета

(Вестник ЛГТУ)

16+

№ 2(63)
2026

ISSN 3034-3275

ВЕСТНИК

Липецкого государственного технического университета
(Вестник ЛГТУ)

№ 2 (63) 2026.
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Регистрационный номер средства массовой информации Эл № ФС77-87639.
Зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций
(Роскомнадзор) 25.06.2024 г.

ISSN 3034-3275

ВЕСТНИК

Липецкого государственного технического университета
(Вестник ЛГТУ)

№ 2 (63) 2026.
Научно-технический журнал
Регистрационный номер Эл № ФС77-87639 .

Главный редактор
д-р техн. наук, проф.
Шмырин Анатолий Михайлович

Зам. главного редактора
д-р техн. наук, доц.
Ризаева Юлия Николаевна

Редакционная коллегия:

Информатика, вычислительная техника и управление
д-р техн. наук, проф. Погодаев А.К. (Россия)
д-р техн. наук, доц. Сараев П.В. (Россия)
д-р физ.-мат. наук, проф. Пеньков В.Б. (Россия)

Машиностроение
д-р техн. наук, проф. Козлов А.М. (Россия)
д-р техн. наук, проф. Мазур И.П. (Россия)
д-р техн. наук, проф. Сосенушкин Е.Н. (Россия)
д-р техн. наук, проф. Хейфец М.Л. (Беларусь)

Металлургия
д-р техн. наук, проф. Кнапински М. (Польша)
д-р техн. наук, проф. Коршиков В.Д. (Россия)
д-р техн. наук, проф. Михайлов Е. (Болгария)
д-р техн. наук, проф. Найзабеков А.Б. (Казахстан)

Транспорт и логистика
д-р техн. наук, проф. Клявин В.Э. (Россия)
д-р техн. наук, проф. Ли Р.И. (Россия)
д-р техн. наук, доц. Ляпин С.А. (Россия)
д-р техн. наук, доц. Ризаева Ю.Н. (Россия)

Журнал включен в Реферативный журнал и Базы данных ВИНИТИ.
Сведения о журнале ежегодно публикуются в международной справочной системе по периодическим и продолжающимся изданиям «Ulrich's Periodicals Directory».

Учредитель: © ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет».
Адрес: 398055, Липецк, ул. Московская, 30. Адрес электронной почты редакции: pm@stu.lipetsk.ru

ВЕСТНИК ЛИПЕЦКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА (ВЕСТНИК ЛГТУ)

СОДЕРЖАНИЕ | **CONTENTS**

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

COMPUTER SCIENCES, COMPUTER ENGINEERING AND CONTROL

СТР.		
5	**Д.А. Давтян, Р.Н. Белокопытов, Р.В. Батищев** Интеллектуальная система управления парковочным пространством на платформе Siemens TIA Portal	**D.A. Davtyan, R.N. Belokopytov, R.V. Batishchev** A smart parking space management system on Siemens TIA Portal platform
12	**М.И. Копаев, Р.Н. Белокопытов, Р.В. Батищев** Система контроля и управления доступом на базе программируемого логического контроллера Siemens S7-1200 с визуализацией в TIA Portal	**M.I. Kopaev, R.N. Belokopytov, R.V. Batishchev** An access control and management system based on the Siemens S7-1200 programmable logic controller with visualization in TIA Portal
19	**А.В. Пятых, Р.Н. Белокопытов, Р.В. Батищев** Умный полив под контролем ПЛК: реализация диспетчерского экрана и логики автополива 4 зон на Siemens S7-1200	**A.V. Pyatikh, R.N. Belokopytov, R.V. Batishchev** PLC-controlled smart irrigation: implementation of the dispatcher screen and logic of automatic irrigation of 4 zones on Siemens S7-1200
25	**И.А. Седых, И.В. Пащук** Организация преподавания дисциплин из курса высшей математики для студентов с глубоким нарушением зрения	**I.A. Sedykh, I.V. Pashchuk** Organization of teaching higher mathematics subjects to students with severe visual impairment
36	**И.А. Седых, Е.Ю. Первеева** Автоматизированный подбор персонализированного рациона питания на основе расчета КБЖУ и пользовательских ограничений	**I.A. Sedykh, E.Y. Perveeva** Automated personalized diet selection based on calculating the reference nutrient intake and user restrictions
	МАШИНОСТРОЕНИЕ	**MACHINE-BUILDING**
50	**П.И. Золотухин, И.А. Пугачев** Анализ вытяжки цилиндрической детали с использованием компьютерного моделирования	**P.I. Zolotukhin, I.A. Pugachev** Drawing a cylindrical part using computer modeling: analysis

59 **Д.А. Иванычев, Д.И. Балыкин, Д.В. Ездакова**
Решение основных задач теории упругости при наличии массовых сил

D.A. Ivanychev, D.I. Balykin, D.V. Ezdakova
Solving the fundamental problems of elasticity theory involving body forces

71 К сведению авторов
72 Пример оформления статьи для публикации в журнале

DOI 10.53015/30343275_2026_2_5
УДК 621.313.1

Д.А. ДАВТЯН, Р.Н. БЕЛОКОПЫТОВ, Р.В. БАТИЩЕВ

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПАРКОВОЧНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ НА ПЛАТФОРМЕ SIEMENS TIA PORTAL

Липецкий государственный технический университет, Липецк

Аннотация: В статье описывается процесс проектирования и внедрения интеллектуальной системы управления автомобильной парковкой с использованием промышленного контроллера Siemens S7-1200 и программной платформы TIA Portal. Рассмотрены особенности реализации алгоритмов временного контроля доступа, автоматического подсчета автомобилей и индикации заполнения парковочных мест в реальном времени. Приведены схемы конфигурации входных и выходных сигналов, логика работы световых индикаторов и управление шлагбаумом. Разработанное решение обеспечивает эффективное распределение парковочных мест и оперативное информирование водителей о доступности пространства [1, 2, 3].

Ключевые слова: интеллектуальная парковка, Siemens S7-1200, TIA Portal, автоматизация парковочного пространства, временной контроль доступа, световая индикация, шлагбаумный механизм, программирование программируемых логических контроллеров (ПЛК).

D.A. DAVTYAN, R.N. BELOKOPYTOV, R.V. BATISHCHEV

A SMART PARKING SPACE MANAGEMENT SYSTEM ON SIEMENS TIA PORTAL PLATFORM

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

Abstract: The article describes the process of designing and implementing a smart parking management system using the Siemens S7-1200 industrial controller and the TIA Portal v19 software platform. The features of implementing algorithms for time-based access control, automatic vehicle counting, and real-time indication of parking space occupancy are considered. The configuration diagrams of input and output signals, the logic of operation of light indicators and barrier gate control are presented. The developed solution provides an efficient distribution of parking spaces and prompt notification to drivers about space availability [1,2,3].

Keywords: smart parking, Siemens S7-1200, TIA Portal, parking space automation, time-based access control, light indication, barrier gate mechanism, PLC programming.

ВВЕДЕНИЕ

Современные города сталкиваются с острой проблемой нехватки парковочных мест, что негативно влияет на транспортную ситуацию. Традиционные методы организации парковок не способны эффективно решать задачи оптимизации использования ограниченного пространства в условиях постоянно растущего автомобильного потока.

Проблематика дефицита парковочных мест и неэффективного использования городского пространства подробно рассмотрена в работах, посвящённых транспортному планированию и управлению парковками [4, 5].

Внедрение интеллектуальных систем управления парковочными зонами становится важным направлением в развитии городской инфраструктуры. Такие системы позволяют не только автоматизировать процессы контроля доступа, но и предоставлять водителям актуальную информацию о доступных местах, тем самым сокращая время поиска парковки и снижая транспортные заторы [6–9].

В данной работе рассматривается разработка интеллектуальной системы управления парковочным пространством на базе промышленного оборудования Siemens, обеспечивающей комплексный подход к решению задач эффективного использования парковочных мест. Особое внимание уделено созданию надежной и экономически выгодной системы с использованием современных технологий промышленной автоматизации.

ТРЕБОВАНИЯ К СИСТЕМЕ

Для эффективной организации парковочного пространства требуется разработать систему, выполняющую следующие функции:

1. Временной контроль доступа. Ограничение въезда на парковку в нерабочие часы (с 23:00 до 8:00) для предотвращения несанкционированного использования территории.

2. Динамический подсчет автомобилей. Автоматическое увеличение счетчика при въезде транспортного средства и уменьшение при выезде с возможностью ручного сброса в случае необходимости.

3. Многоуровневая световая индикация состояния. При отсутствии автомобилей — мигающий зеленый сигнал, указывающий на полную доступность мест. При наличии автомобилей (1–48) — постоянно горящий зеленый сигнал, свидетельствующий о наличии свободных мест. При заполнении 49 мест — постоянно горящий красный сигнал, информирующий об отсутствии свободных мест. При превышении вместимости (более 1 автомобиля) — мигающий красный сигнал, предупреждающий о перегрузке парковки.

4. Автоматизированное управление шлагбаумом: обеспечение временного открытия проезда на 5 секунд при въезде и выезде автомобилей.

5. Визуализация оперативной информации: предоставление данных о текущем состоянии парковки через HMI-интерфейс для оперативного контроля и управления [10,11].

Реализация данных функций позволит создать эффективную систему управления парковочным пространством, обеспечивающую комфорт для водителей и оптимизацию использования имеющихся мест.

АППАРАТНАЯ КОНФИГУРАЦИЯ СИСТЕМЫ

Для реализации поставленных задач выбраны контроллер Siemens S7-1200 и HMI-панель TP900 Comfort. Выбор обусловлен широким применением в задачах промышленной автоматизации, поддержкой интегрированной среды TIA Portal и развитой методической базой [1, 2, 3].

Технические характеристики используемого оборудования представлены в табл. 1.

Таблица 1

Технические характеристики используемого оборудования

Параметр	Значение
Модель ПЛК	Siemens S7-1200
Напряжение питания	24 В DC / 220–240 В AC
Количество цифровых входов	14
Количество цифровых выходов	10
Объем памяти программ	4 Мб
Версия ПО	TIA Portal v19
Тип HMI-панели	TP900 Comfort
Интерфейс связи	PROFINET/Ethernet

КОНФИГУРАЦИЯ СИГНАЛОВ ВВОДА-ВЫВОДА

Для реализации функциональных возможностей системы использованы дискретные входы и выходы ПЛК. Конфигурация сигналов представлена в табл. 2, 3.

Таблица 2

Конфигурация сигналов

Обозначение	Название	Описание
I1	Кнопка открытия шлагбаума на въезд	Активируется при въезде автомобиля на парковку для временного открытия проезда
I2	Кнопка открытия шлагбаума на выезд	Активируется при выезде автомобиля с парковки для временного открытия проезда
I3	Кнопка сброса счётчика	Используется обслуживающим персоналом для ручного обнуления счетчика при необходимости
B001	Таймер времени суток	Встроенный в ПЛК таймер для контроля временных рамок доступа (8:00–23:00)

Таблица 3

Конфигурация сигналов

Обозначение	Название	Описание
Q1	Зеленый световой индикатор	Индицирует наличие свободных мест на парковке
Q2	Красный световой индикатор	Сигнализирует о заполнении или перегрузке парковки
Q3	Управление шлагбаумом	Сигнализирует о приводе шлагбаума на открытие проезда на 5 секунд

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Программное обеспечение системы разработано в среде TIA Portal с использованием языка программирования LAD (Ladder Diagram). Программа состоит из нескольких функциональных блоков, обеспечивающих комплексное управление парковочным пространством.

Блок контроля временного доступа.

Основой безопасности системы является модуль временного контроля, разрешающий доступ на парковку только в установленные часы с 8:00 до 23:00. Данный модуль использует встроенный таймер ПЛК для сравнения текущего времени с заданными интервалами. При попытке открыть шлагбаум вне разрешённого периода система блокирует операцию и формирует соответствующее сообщение на HMI-панели.

На рис. 1 представлен фрагмент программы, отвечающий за управление временным доступом.

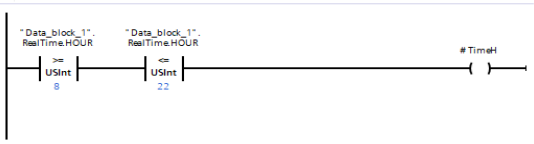


Рис.1. Управление временным доступом

Блок управления подсчетом автомобилей и шлагбаумом.

Данный функциональный блок выполняет две основные задачи:

– управление открытием шлагбаума на 5 секунд при активации кнопок въезда (I1) или выезда (I2);

– корректировку счетчика автомобилей (увеличение при въезде, уменьшение при выезде).

Управление временем открытия шлагбаума реализовано с использованием таймера TON, обеспечивающего точный контроль длительности открытия проезда.

Для предотвращения ошибок при одновременной активации обеих кнопок реализована система приоритетов и блокировок.

Логика работы блока подсчета автомобилей включает защитные механизмы, предотвращающие отрицательные значения счетчика и переполнение при превышении максимальной вместимости.

На рис. 2, 3 показаны фрагменты программы, реализующие управление счетчиком автомобилей и шлагбаумом.

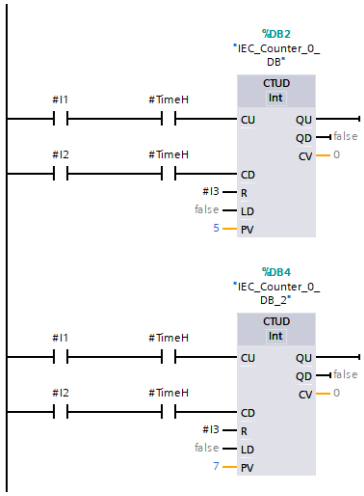


Рис. 2. Управление счетчиком автомобилей

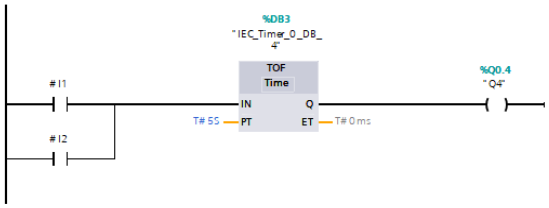


Рис. 3. Управление шлагбаумом

Блок световой индикации состояния.

Одним из ключевых элементов системы является модуль световой индикации, предоставляющий водителям наглядную информацию о состоянии парковки. Логика работы индикаторов основана на анализе текущего значения счетчика:

– при счетчике = 0: зеленый индикатор (Q1) мигает с периодом 1 секунда, сигнализируя о полной доступности мест;

– при 0 < счетчике < 48: зеленый индикатор (Q1) горит постоянно, указывая на наличие свободных мест;

– при счетчике ≥ 49: красный индикатор (Q2) горит постоянно, информируя об отсутствии свободных мест;

– при счетчике ≥ 51: красный индикатор (Q2) мигает с частотой 2 Гц, предупреждая о превышении допустимой вместимости.

Реализация мигающих сигналов выполнена с использованием встроенных генераторов импульсов с различными периодами. Это обеспечивает четкое визуальное различение состояний парковки.

На рис. 4 представлен фрагмент программы, отвечающий за управление световой индикацией.

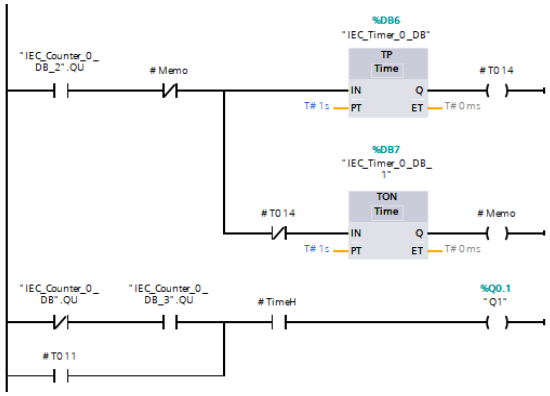


Рис. 4. Управление световой индикацией

HMI-ИНТЕРФЕЙС ДЛЯ МОНИТОРИНГА И УПРАВЛЕНИЯ

Для обеспечения удобства работы обслуживающего персонала разработан специализированный HMI-интерфейс на базе панели TP900 Comfort. Интерфейс включает два экрана: основной и дополнительный.

Основной экран (рис. 5) отображает: текущее количество автомобилей на парковке, индикацию состояния (свободно/заполнено/перегрузка), ручное управление сбросом счетчика автомобилей, текущее время.

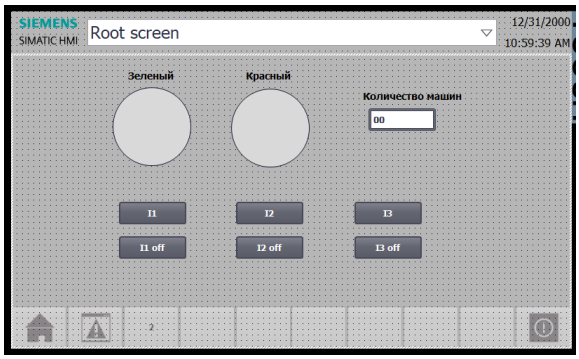


Рис. 5. HMI-интерфейс системы управления парковкой

Дополнительный экран управления (рис. 6) показывает: состояние шлагбаума, количество оставшегося времени для проезда автомобиля.

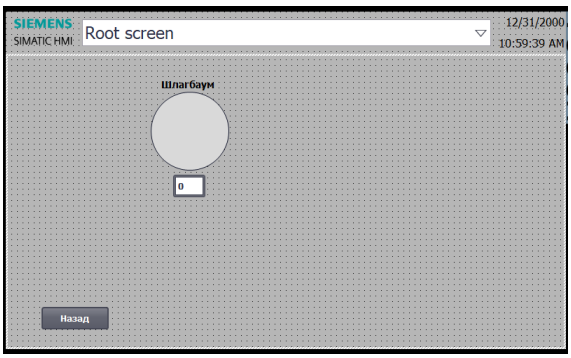


Рис. 6. Дополнительный экран системы управления парковкой

Интерфейс разработан для обеспечения интуитивно понятного управления даже без специальной подготовки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполненной работы разработана и реализована интеллектуальная система управления парковочным пространством на базе промышленного контроллера Siemens S7-1200 и программной платформы TIA Portal. Система обеспечивает комплексное решение задач по оптимизации использования парковочных мест за счет:

- точной настройки временных рамок доступа с возможностью гибкого изменения в зависимости от дня недели и сезона;
- автоматического подсчета автомобилей с возможностью ручной корректировки и сброса;
- интуитивно понятной многоуровневой световой индикации, обеспечивающей мгновенное информирование водителей о состоянии парковки;
- надежного управления шлагбаумом с точным контролем времени открытия проезда;
- удобного HMI-интерфейса для мониторинга и управления системой.

Практическая ценность разработки заключается в возможности масштабирования системы для управления парковочными комплексами различной конфигурации и вместимости. Предложенная архитектура системы допускает дальнейшее развитие в следующих направлениях [15–18]:

1. Интеграция с системами распознавания номеров для автоматической идентификации постоянных клиентов.
2. Добавление функции онлайн-бронирования мест через мобильное приложение.
3. Внедрение системы безналичной оплаты парковки.
4. Интеграция с городскими транспортными системами для оптимизации распределения автомобилей по зонам города.
5. Разработанная система демонстрирует эффективное применение технологий промышленной автоматизации для решения актуальных задач урбанистики и может служить основой для создания интеллектуальных парковочных комплексов в рамках концепции "умного города".

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Berger, H**. Automatisieren mit SIMATIC S7-1200 im TIA-Portal / H. Berger. – München : Publicis Publishing, 2016. – 432 p.

2. **Berger, H.** SIMATIC STEP 7 (TIA Portal) Programmieren für Praktiker / H. Berger. –München : Publicis Publishing, 2017. – 410 p.

3. Siemens AG. SIMATIC S7-1200 Programmierhandbuch. TIA Portal. – Nürnberg : Siemens AG, 2021. – 612 p.

4. **Shoup, D.** The High Cost of Free Parking / D. Shoup. – Chicago : Planners Press, 2005. – 733 p.

5. **Willson, R.W**. Parking Management for Smart Growth / R.W. Willson. – Washington : Island Press, 2013. – 240 p.

6. **Chao, W.S.** Systems Architecture of Smart Parking Cloud Applications and Services IoT System / W.S. Chao. – Saarbrücken : LAP Lambert Academic Publishing, 2016. – 96 p.

7. **Kazi, A**. IoT Based Smart Parking System Using RFID / A. Kazi, F. Kazi. – Mauritius : LAP Lambert Academic Publishing, 2021. – 72 p.

8. **Al-Turjman, F.** Smart Cities: Foundations, Principles, and Applications / F. Al-Turjman. – Boca Raton : CRC Press, 2019. – 420 p.

9. **Zanella, A**. Internet of Things for Smart Cities / A. Zanella, N. Bui, A. Castellani // IEEE Internet of Things Journal. – 2014. – Vol. 1, No. 1. – P. 22-32.

10. **Lydon, B.** PLC and HMI Development with Siemens TIA Portal / B. Lydon. – Birmingham : Packt Publishing, 2022. – 356 p.

11. **Silva, J.** Learn Siemens S7-1200 PLC and HMI via TIA Portal / J. Silva, D. McMillan. – Birmingham : Packt Publishing, 2023. – 380 p.

12. **Berger, H**. Automatisieren mit SIMATIC S7-300 im TIA-Portal / H. Berger. – München : Publicis Publishing, 2015. – 398 p.

13. **Berger, H**. SPS-Grundkurs mit SIMATIC S7 / H. Berger. – München : Publicis Publishing, 2014. – 320 p.

14. Siemens AG. TIA Portal. Totally Integrated Automation Portal. System Manual. – Nürnberg : Siemens AG, 2022. – 540 p.

15. **Duvanov, E.S.** Features of Egg Incubation Process Control / E.S. Duvanov, Y.I. Kudinov, F.F. Pashchenko // 2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). – New Jersey, 2022. – P. 494-499.

16. Construction and analysis of adaptive fuzzy linear quadratic regulator / Y.I. Kudinov, E.S. Duvanov, I.Y. Kudinov [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. 3. 3rd Conference "Problems of Thermal Physics and Power Engineering" Actual Issues of Thermal Power Engineering and Thermal Engineering", 2020. – P. 042065.

17. Quasi-Cryptographic Methods in the Management of Educational Tasks / O.I. Krivosheev, F.F. Pashchenko, Y.I. Kudinov, E.S. Duvanov // 2022 2nd International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education (TELE). – New Jersey, 2022. – P. 225-229.

18. Applying of predictive neural network controllers in a hydraulic control object / E.S. Duvanov, R.V. Batishchev, A.F. Pashchenko [et al.] // 2024 4th International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education (TELE). – New Jersey, 2024. – P. 422-427.

Сведения об авторах:
Давтян Даниил Артемович
студент кафедры информатики,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
daniildavtan10@gmail.com
Белокопытов Руслан Николаевич
старший преподаватель
кафедры автоматизированного электропривода и робототехники,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
rus.belocopytov@yandex.ru
Батищев Роман Вячеславович
кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк, ул. Московская, д.30.
gav_1989@bk.ru

Information about the authors:
Davtyan Daniil Artemovich
Student of the Department of Computer Science, Lipetsk State Technical University.
399242, Russia, Lipetsk,
Zadonsky district, village of Pavlovka, Zaprudnaya str, 13.
daniildavtan10@gmail.com
Belokopytov Ruslan Nikolayevich

Senior Lecturer of the Department of Automated Electrical Drive and Robotics.
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
rus.belocopytov@yandex.ru

Batishchev Roman Vyacheslavovich
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk, Moskovskaya St., 30.
Candidate of Technical Sciences, associate Professor, Head of the Department of Computer Science
gav_1989@bk.ru

DOI 10.53015/30343275_2026_2_12
УДК 621.313.1

М.И. КОПАЕВ, Р.Н. БЕЛОКОПЫТОВ, Р.В. БАТИЩЕВ

СИСТЕМА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ ДОСТУПОМ НА БАЗЕ ПРОГРАММИРУЕМОГО ЛОГИЧЕСКОГО КОНТРОЛЛЕРА SIEMENS S7-1200 С ВИЗУАЛИЗАЦИЕЙ В TIA PORTAL

Липецкий государственный технический университет, Липецк

Аннотация: В статье представлена методика разработки и внедрения системы контроля и управления доступом (СКУД) для складского помещения на основе промышленного контроллера Siemens и программного комплекса TIA Portal v19. Описаны функциональные возможности системы, включая многоуровневую авторизацию, временные ограничения доступа, аварийные протоколы безопасности и автоматическое управление освещением [1]. Приведены таблицы конфигурации входов/выходов, принципы построения логики управления и создания HMI-интерфейса для оперативного мониторинга состояния системы [2].

Ключевые слова: СКУД, TIA Portal, промышленная автоматизация, Siemens S7-1200, безопасность доступа, авторизация по RFID-картам, аварийная сигнализация, HMI-панель.

M.I. KOPAEV, R.N. BELOKOPYTOV, R.V. BATISHCHEV

AN ACCESS CONTROL AND MANAGEMENT SYSTEM BASED ON THE SIEMENS S7-1200 PROGRAMMABLE LOGIC CONTROLLER WITH VISUALIZATION IN TIA PORTAL

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

Abstract: This article presents a methodology for developing and implementing a warehouse facility access control and management system (ACS) based on the Siemens industrial controller and the TIA Portal v19 software platform. The functional capabilities of the system are described, including multi-level authorization, time-based access restrictions, emergency security protocols, and automatic lighting control [1]. Configuration tables of inputs/outputs, principles of control logic construction, and features of creating an HMI interface for operational monitoring of the system status are provided [2].

Keywords: ACS, TIA Portal, industrial automation, Siemens S7-1200, access security, RFID card authorization, emergency alarm, HMI panel.

ВВЕДЕНИЕ

Современные промышленные объекты предъявляют повышенные требования к системам безопасности, особенно в части контроля доступа на территорию и в производственные помещения [3]. Традиционные механические замки и ключи не обеспечивают необходимого уровня защиты в условиях цифровой трансформации предприятий. Автоматизация процессов контроля доступа с использованием промышленных контроллеров позволяет создавать гибкие, надежные и легко масштабируемые системы безопасности [4].

В данной статье рассматривается разработка системы контроля и управления доступом для складского комплекса на базе оборудования Siemens, способной функционировать в различных режимах и реагировать на нештатные ситуации [5]. Актуальность исследования обусловлена необходимостью комплексного подхода к защите материальных ценностей и информации при сохранении удобства использования системы для авторизованного персонала [6].

ТРЕБОВАНИЯ К СИСТЕМЕ

Разрабатываемая система контроля доступа должна обеспечивать следующие функциональные возможности:

1. Контроль временных рамок доступа: разрешение входа в рабочие дни с 8:00 до 21:00, в выходные и праздничные дни с 9:00 до 20:00.
2. Многоуровневая авторизация: поддержка двух категорий пользователей: обычные сотрудники (коды карт 100–110) и охрана (коды карт 9–11).
3. Экстренное открытие: возможность принудительного открытия двери изнутри склада в любое время суток.
4. Автоматическое освещение: включение осветительных приборов у входной группы при открытии двери при низком уровне освещённости (менее 500 единиц).
5. Противоаварийная защита: активация системы безопасности при трёх неудачных попытках авторизации с последующей блокировкой системы на 30 мин.
6. Визуализация и контроль: предоставление оператору полной информации о состоянии системы через HMI-интерфейс.

ВХОДЫ И ВЫХОДЫ СИСТЕМЫ

Для реализации поставленных задач использован контроллер Siemens S7-1200, конфигурация которого представлена в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Входы

Обозначение	Название	Описание
I1	Кнопка открытия дверей	Активируется для инициирования процесса открытия двери после авторизации
I2	Кнопка принудительного открытия дверей изнутри	Обеспечивает экстренный выход из складского помещения вне зависимости от времени суток
I3	Кнопка сброса аварийной сигнализации	Используется для деактивации сирены и восстановления работоспособности системы после срабатывания защиты
Ai1	Датчик считывания кода карты	Считывает уникальный идентификатор электронных карт доступа
Ai2	Датчик освещенности помещения	Измеряет уровень освещенности для автоматического управления осветительными приборами
B001	Встроенный таймер контроллера	Контролирует временные рамки доступа и длительность блокировок системы

Таблица 2

Выходы

Обозначение	Название	Описание
Q1	Привод открытия/закрытия двери	Управляет приводом входной двери
Q2	Сигнал вызова охраны/полиции	Активирует централизованную систему оповещения безопасности при несанкционированных попытках доступа
Q3	Звуковая сирена аварийной сигнализации	Генерирует звуковой сигнал с частотой 1 Гц при срабатывании системы безопасности
Q4	Контроль освещения у входной группы	Управляет осветительными приборами в зоне входа

ПРИНЦИП РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

Программное обеспечение системы разработано в среде TIA Portal v19 и включает несколько функциональных модулей, каждый из которых отвечает за определенный аспект работы СКУД.

.

Авторизация и контроль доступа.

Процесс авторизации пользователей реализован на основе считывания кодов RFID-карт. Система поддерживает двухуровневую модель доступа.

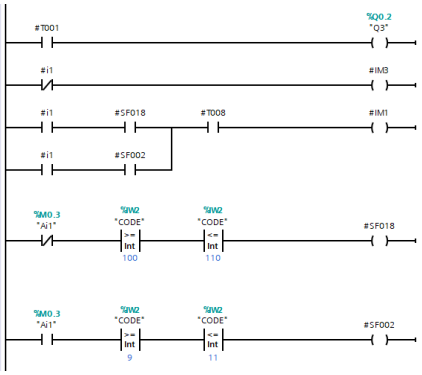


Рис. 1. Логика авторизации по картам

Обычные сотрудники (коды 100–110) имеют право доступа в установленные рабочие часы.

Сотрудники охраны (коды 9–11) обладают расширенными правами с возможностью открытия двери в аварийных ситуациях.

При успешной авторизации дверь открывается на 5 секунд, после чего автоматически закрывается. Дополнительно система проверяет соответствие текущего времени установленным рамкам доступа, блокируя вход вне разрешенных периодов.

Внутреннее управление и освещение.

.

Складская система безопасности предусматривает возможность экстренного открытия двери изнутри помещения независимо от времени суток и состояния системы (рис. 2). Данный режим реализован через отдельную кнопку I2, которая минует все проверки авторизации и временных ограничений.

Одновременно с открытием двери активируется модуль управления освещением. При значении датчика освещенности ниже 500 единиц включается лампа Q4, обеспечивающая безопасное перемещение персонала в условиях недостаточной видимости.

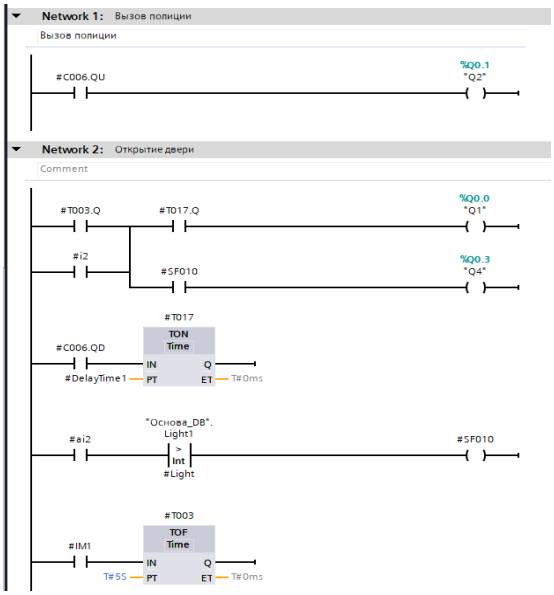


Рис. 2. Логика внутреннего открытия двери и управления освещением

Система безопасности.

Особое внимание в разработке уделено механизмам противодействия несанкционированному доступу (рис. 3). При трех последовательных неудачных попытках авторизации система переходит в аварийный режим:

– активируется звуковая сирена Q3 с частотой срабатывания 1 Гц;

– формируется сигнал вызова охраны Q2;

– все двери блокируются на 30 мин.

Восстановление нормальной работы возможно только после нажатия кнопки сброса I3, расположенной внутри складского помещения и недоступной посторонним лицам. Данная мера обеспечивает дополнительную защиту от взлома системы.

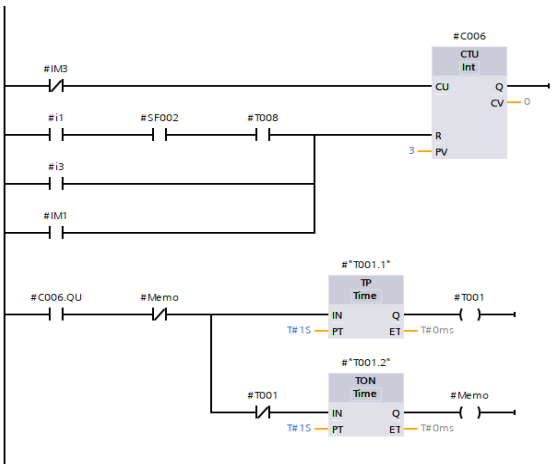


Рис. 3. Логика защиты от несанкционированного доступа

Визуализация через HMI-интерфейс.

Для удобства управления и мониторинга состояния системы разработан специализированный HMI-интерфейс на панели TP900 Comfort (рис. 4). Интерфейс включает два основных экрана:

1. Основной экран отображает текущее состояние дверей, уровень освещенности, время доступа и статус системы безопасности с использованием цветовой индикации.

2. Экран базы данных предоставляет доступ к журналу событий, списку авторизованных карт и настройкам временных параметров системы (рис. 5).

Пользовательский интерфейс разработан с учетом принципов эргономики, обеспечивая интуитивно понятное управление даже для персонала без специальной технической подготовки.

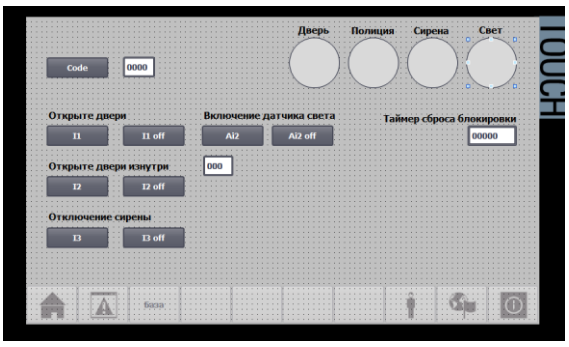


Рис.4. HMI-интерфейс системы управления доступом



Рис. 5. Экран базы данных

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенной работы успешно реализована система контроля и управления доступом для складского помещения на базе промышленного контроллера Siemens S7-1200 и программного комплекса TIA Portal v19. Разработанная система обеспечивает комплексную защиту объекта за счет:

а) гибкой настройки временных рамок доступа;

б) двухуровневой системы авторизации для различных категорий персонала;

в) надежной защиты от несанкционированного проникновения;

г) автоматического управления освещением в зоне входа;

д) интуитивно понятного визуального интерфейса для оператора.

Практические испытания показали высокую надежность системы и соответствие всем заявленным требованиям. Особую эффективность продемонстрировал механизм защиты от взлома, способный оперативно реагировать на попытки несанкционированного доступа.

Разработанная архитектура системы обладает значительным потенциалом для масштабирования и модернизации. Перспективными направлениями дальнейшего развития являются [6]:

1. Интеграция с системами видеонаблюдения для визуальной верификации пользователей.

2. Добавление мобильного приложения для удаленного управления и мониторинга.

3. Внедрение аналитических функций для прогнозирования и анализа потоков посещений.

4. Расширение системы на несколько точек доступа с централизованным управлением.

Представленная реализация СКУД демонстрирует эффективное применение промышленных контроллеров и современных SCADA-систем для решения задач безопасности, что может служить основой для аналогичных разработок в различных отраслях промышленности и коммерческой деятельности [14–16].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Hartley, J**. Easy Learning with Siemens S7-1200 PLC for Beginners and Intermediates with TIA Portal V20 / J. Hartley. – Saarbrücken : LAP Lambert Academic Publishing, 2023. – 248 p.

2. **Stenerson, J.** PLC and HMI Programming – Siemens S7-1200 with TIA Portal V18 / J. Stenerson, D. Deeg. – 2nd ed. – Cleveland : Siemens Technical Publications, 2022. – 320 p.

3. Siemens AG. Integrated Security Overview for SIMATIC S7-1200 Controllers. – [S.l.] : White Paper, 2022. – 45 p.

4. **Boyer, M.** S7-1200 PLC Programming And Engineering Applications / M. Boyer. – 3rd ed. – New York : Industrial Press Inc., 2021. – 492 p.

5. Siemens AG. SIMATIC S7-1200 Easy Book: Operating Instructions. Version 4.8. 2023.

6. **Dolgachev, V.A.** Security Systems Based on Programmable Logic Controllers: Case Study of Siemens S7-1200 / V.A. Dolgachev // Automation and Remote Control. – 2023. – Vol. 84, No. 5. – P. 78-95.

7. Siemens AG. S7-1200 Automation System Manual. 6th ed. – Nuremberg : Siemens Publishing, 2022. – 658 p.

8. Siemens AG. TIA Portal V19: Engineering System Security Concept. Technical Documentation. 2023.

9. Siemens AG. S7-1200 Security Functions Configuration Guide. Industrial Security Manual. 2021. – 87 p.

10. **Rana, M.Y**. Automation With Siemens PLC-S7-1200: TIA Portal : Kindle Edition / M.Y. Rana. – [S.l.] : 0- Amazon Digital Services LLC, 2022. – 156 p.

11. Siemens AG. Siemens Cooperates with Education (SCE): PLC Programming Textbook for S7-1200. Education Module. 2023. – 210 p.

12. Siemens AG. Access Control Configuration in TIA Portal V19: User Management Handbook. Security Configuration Guide. 2023.

13. **Kuznetsov, N.A**. Industrial Automation Systems: Programming S7-1200 with TIA Portal / N.A. Kuznetsov, S.V. Bystrov. – Saint Petersburg : POLYTECH PRESS, 2021. – 312 p.

14. **Duvanov, E.S**. Features of Egg Incubation Process Control / E.S. Duvanov, Y.I. Kudinov, F.F. Pashchenko // 2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). – New Jersey, 2022. – P. 494-499.

15. Construction and analysis of adaptive fuzzy linear quadratic regulator / Y.I. Kudinov, E. S. Duvanov, I. Y. Kudinov [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. 3. 3rd Conference "Problems of Thermal Physics and Power Engineering" Actual Issues of Thermal Power Engineering and Thermal Engineering", 2020. – P. 042065.

16. Quasi-Cryptographic Methods in the Management of Educational Tasks / O.I. Krivosheev, F.F. Pashchenko, Y.I. Kudinov, E.S. Duvanov // 2022 2nd International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education (TELE). – New Jersey, 2022. – P. 225-229.

17. Applying of predictive neural network controllers in a hydraulic control object / E.S. Duvanov, R.V. Batishchev, A.F. Pashchenko [et al.] // 2024 4th International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education (TELE). – New Jersey, 2024. – P. 422-427.

Сведения об авторах:
Копаев Максим Игоревич
студент кафедры информатики,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
kopaev455218@gmail.com
Белокопытов Руслан Николаевич
старший преподаватель
кафедры автоматизированного электропривода и робототехники,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
rus.belocopytov@yandex.ru
Батищев Роман Вячеславович
кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
gav_1989@bk.ru

Information about the authors:
Kopaev Maxim Igorevich
Student of the Department of Computer Science, Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
kopaev455218@gmail.com

Belokopytov Ruslan Nikolayevich
Senior Lecturer of the Department of Automated Electrical Drive and Robotics.
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
rus.belocopytov@yandex.ru
Information about the authors:

Batishchev Roman Vyacheslavovich
Candidate of Technical Sciences, associate Professor, Head of the Department of Computer Science
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
gav_1989@bk.ru

DOI 10.53015/30343275_2026_2_19
УДК 621.313.1

А.В. ПЯТЫХ, Р.Н. БЕЛОКОПЫТОВ, Р.В. БАТИЩЕВ

УМНЫЙ ПОЛИВ ПОД КОНТРОЛЕМ ПЛК: РЕАЛИЗАЦИЯ ДИСПЕТЧЕРСКОГО ЭКРАНА И ЛОГИКИ АВТОПОЛИВА 4 ЗОН НА SIEMENS S7-1200

Липецкий государственный технический университет, Липецк

Аннотация: В данной статье рассматривается процесс разработки проекта автоматизированной системы полива четырех зон на базе программируемого логического контроллера (ПЛК) Siemens S7-1200 и среды программирования TIA Portal. Описаны основные требования к системе, ее функциональные возможности, включая автоматический и ручной режимы работы, а также защиту от переувлажнения. Приведены таблицы входов и выходов, принцип работы программы и рекомендации по созданию диспетчерского экрана для визуализации состояния системы.

Ключевые слова: автоматизация, полив, ПЛК Siemens S7-1200, TIA Portal, диспетчерский экран, автоматический полив, ручной полив, защита от переувлажнения.

A.V. PYATIKH, R.N. BELOKOPYTOV, R.V. BATISHCHEV

PLC-CONTROLLED SMART IRRIGATION: IMPLEMENTATION OF THE DISPATCHER SCREEN AND LOGIC OF AUTOMATIC IRRIGATION OF 4 ZONES ON SIEMENS S7-1200

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

Abstract: The article discusses the process of developing a project for an automated irrigation system for four zones based on the Siemens S7-1200 programmable logic controller (PLC) and the TIA Portal programming environment. The basic requirements for the system, its functionality, including automatic and manual operation modes, as well as protection against waterlogging, are described. Tables of inputs and outputs, the operating principle of the program, and recommendations for creating a control screen for visualizing the system status are provided.

Key words: automation, irrigation, Siemens S7-1200 PLC, TIA Portal, control screen, automatic irrigation, manual irrigation, waterlogging protection.

ВВЕДЕНИЕ

Автоматизация процессов полива является важным направлением в современном сельском хозяйстве и ландшафтном дизайне [1–3]. Использование программируемых логических контроллеров (ПЛК) позволяет создавать надежные и гибкие системы управления, способные функционировать как в автоматическом, так и в ручном режиме.

В данной работе представлен проект системы автополива четырех зон, реализованный на базе контроллера Siemens S7-1200 и среды программирования TIA Portal. Проект включает в себя логику управления насосами, обработку сигналов от датчиков и создание диспетчерского экрана для удобного мониторинга и управления системой.

ТРЕБОВАНИЯ К СИСТЕМЕ

Система должна обеспечивать выполнение следующих функций:

1. Автоматический полив: включение насосов в заданное время суток при условии, что влажность почвы ниже порогового значения.

2. Ручной полив: возможность включения насосов вручную с помощью кнопок управления.

3. Защита от переувлажнения: автоматическое отключение полива при превышении влажности почвы установленного предела в 75 %.

4. Аварийное отключение: немедленное прекращение всех операций полива при срабатывании аварийного рубильника.

5. Визуализация и контроль: диспетчерский экран для отображения текущего состояния системы, включая состояние насосов, показания датчика влажности и режим работы.

ВХОДЫ И ВЫХОДЫ СИСТЕМЫ

Для реализации проекта используются следующие входы и выходы контроллера Siemens S7-1200, представленные в табл. 1, 2 [4–8].

Таблица 1

Входы

Обозначение	Название	Описание
I1	Аварийный рубильник	В выключенном состоянии система работает в штатном режиме. При включении все активные насосы останавливаются, запуск насосов становится невозможным
I2	Кнопка включения ручного полива для 1-й зоны	Запускает полив 1-й зоны
I3	Кнопка включения ручного полива для 2-й зоны	Запускает полив 2-й зоны
I4	Кнопка включения ручного полива для 3-й зоны	Запускает полив 3-й зоны
I5	Кнопка включения ручного полива для 4-й зоны	Запускает полив в 4-й зоне
Ai1	Датчик влажности почвы	При влажности выше 750 единиц (75 %) автоматический полив не включается. При влажности ниже 500 единиц (50 %) автоматический полив запускается по расписанию
B001	Таймер автоматического полива	Управляет включением и выключением полива по зонам в соответствии с расписанием

Таблица 2

Выходы

Обозначение	Название	Описание
Q1	Полив 1-й зоны	Управление насосом 1-й зоны полива
Q2	Полив 2-й зоны	Управление насосом 2-й зоны полива
Q3	Полив 3-й зоны	Управление насосом 3-й зоны полива
Q4	Полив 4-й зоны	Управление насосом 4-й зоны полива

ПРИНЦИП РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

Программа, реализованная в TIA Portal, состоит из нескольких блоков, управляющих различными режимами работы системы.

Автоматический полив.

Автоматический полив осуществляется по расписанию и зависит от показаний датчика влажности почвы. При показаниях датчика не более 50 % последовательно запускаются зоны полива: в 9:00 – первая зона, в 10:00 – вторая, в 11:00 – третья, в 12:00 – четвёртая. Для каждой зоны активируется 15-минутный таймер, по истечении которого полив автоматически прекращается (рис. 1).

.



Рис. 1. Автоматический запуск по времени

Аварийное выключение.

При активации рубильника аварийного отключения (I1 = 1) полив немедленно прекращается независимо от текущего режима работы. Все выходы Q1–Q4 принудительно переводятся в состояние «0».

Ручной режим.

Ручной полив осуществляется независимо от автоматического режима и времени суток. Нажатие кнопок I2–I5 запускает полив соответствующей зоны (Q1–Q4 = 1). Единственным ограничением является активный аварийный рубильник: при *I*1 = 1 запуск полива в ручном режиме невозможен (рис. 2).

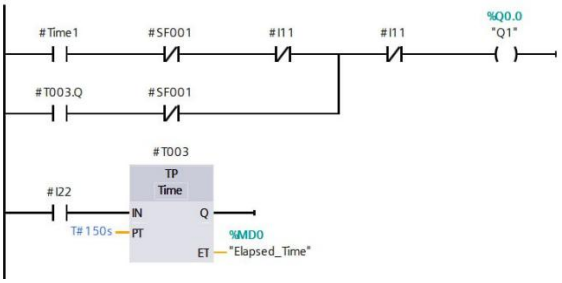


Рис. 2. Логика для запуска полива 1-й зоны

Защита от переувлажнения.

При превышении датчиком влажности почвы значения 75 % система автоматически блокирует полив во всех режимах работы, чтобы избежать переувлажнения почвы (рис. 3).

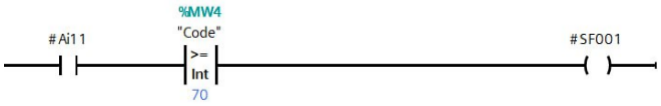


Рис. 3. Логика датчика влажности

Создание диспетчерского экрана.

Для визуализации работы системы в TIA Portal создан диспетчерский экран (HMI), представленный на рис. 4. Интерфейс включает в себя следующие элементы:

– индикаторы состояния насосов с цветовой кодировкой (зеленый – включен, красный – выключен) для каждой из четырех зон;

– показания датчика влажности: цифровое поле, отображающее текущее значение влажности (Ai1) в процентах или в единицах шкалы (0–100);

– кнопки ручного управления насосами, соответствующие входам I2–I5;

– индикатор аварийного режима: индикатор, показывающий состояние аварийного рубильника (включен/выключен);

– отображение системного времени контроллера для контроля расписания автоматического полива.

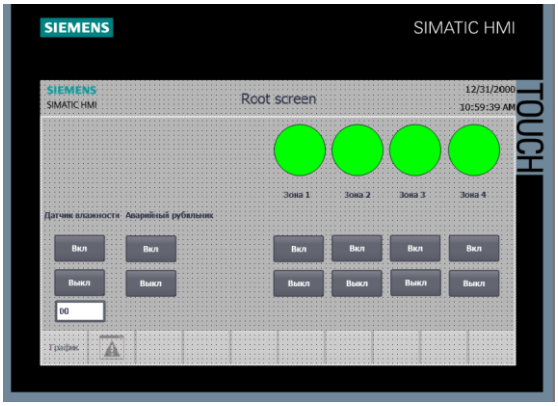


Рис. 4. Панель диспетчера HMI

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы был успешно реализован проект системы автополива четырех зон на базе контроллера Siemens S7-1200. Программа, разработанная в среде TIA Portal, обеспечивает гибкое управление системой, включая автоматический и ручной режимы, а также необходимые функции безопасности: защиту от переувлажнения и аварийное отключение [9]. Созданный диспетчерский экран предоставляет оператору удобный интерфейс для мониторинга и управления системой в режиме реального времени.

Разработанная система обладает потенциалом для дальнейшего масштабирования и может быть дополнена такими функциями, как учет расхода воды или интеграция с погодными сервисами. Система имеет практическое применение в сельском хозяйстве и ландшафтном проектировании [10, 13–16].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Маматаева, Д.У.** Реализация логики управления в TIA Portal / Д.У. Маматаева, М.А. Байжарикова, З.К. Айтбаева // Молодой учёный. – 2025. – № 19 (570). – С. 24-29.

2. **Михайлова, Н.А**.Автоматизация умной теплицы: разработка и внедрение системы управления микроклиматом / Н.А. Михайлова, А.В. Антипов // Вестник науки. – 2025. – Т. 1, № 3 (84). – С. 557-561.

3. **Широбокова, А.А**. Перспективы автоматизации систем управления в агропромышленном комплексе России / А.А. Широбокова, Д.А. Мохаммад, С.Г. Руднев // Журнал прикладных исследований. – 2024. – № 11. – С. 23-27.

4. Siemens AG. SIMATIC S7-1200 Easy Book. – Munich : Siemens AG, 2017. – 350 p.

5. **Petruzella, F.D**. Programmable Controllers: An Introduction / F.D. Petruzella. – 5th ed. – New York : McGraw-Hill Education, 2017. – 432 p.

6. Создание автоматизированной системы регулирования подачи воды на оросительных каналах с малыми расходами / М.А. Ли, Т.К. Иманалиев, Е.С. Тургынбеков [и др.] // География и водные ресурсы. – 2025. – № 3. – С. 42-57.

7. **Волков, В.В.** Система гидропонной установки с автоматизированным регулированием / В.В. Волков, Е.С. Бояринов // Сельский механизатор. – 2024. – № 2 (106). – С. 160-165.

8. Siemens AG. SIMATIC S7-1200 Programmable Controller. System Manual. – Munich : Siemens AG, 2018. – 1240 p.

9. Siemens AG. TIA Portal STEP 7 Basic V15.1. Programming Manual. – Munich : Siemens AG, 2019. – 780 p.

10. **Berger, H**. Automating with SIMATIC S7-1200 / H. Berger. – Berlin : Publicis Publishing, 2013. – 396 p.

11. **Tubbs, S.P**. PLC Tutorial: Siemens SIMATIC S7-1200 / S.P. Tubbs. – New York : CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016. – 178 p.

12. **Lamb, F.** Industrial Automation: Hands On / F. Lamb. – New York : McGraw-Hill Education, 2013. – 416 p.

13. **Duvanov, E.S.** Features of Egg Incubation Process Control - 2022 / E.S.Duvanov, Y.I. Kudinov, F.F. Pashchenko // 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). – New Jersey, 2022. – P. 494-499.

14. Construction and analysis of adaptive fuzzy linear quadratic regulator / Y.I. Kudinov, E.S. Duvanov, I.Y. Kudinov, A.F. Pashchenko [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. 3. 3rd Conference "Problems of Thermal Physics and Power Engineering" Actual Issues of Thermal Power Engineering and Thermal Engineering", 2020. – P. 042065.

15. Quasi-Cryptographic Methods in the Management of Educational Tasks / O.I. Krivosheev, F.F. Pashchenko, Y.I. Kudinov, E.S. Duvanov // 2022 2nd International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education (TELE). – New Jersey, 2022. – P. 225-229.

16. Applying of predictive neural network controllers in a hydraulic control object / E.S. Duvanov, R.V. Batishchev, A.F. Pashchenko [et al.] // 2024 4th International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education (TELE). – New Jersey, 2024. – P. 422-427.

Сведения об авторах:
Пятых Александр Валерьевич
студент кафедры информатики, Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
etosany@yandex.ru

Белокопытов Руслан Николаевич
старший преподаватель
кафедры автоматизированного электропривода и робототехники,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
rus.belocopytov@yandex.ru

Батищев Роман Вячеславович
Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк, ул. Московская, д.30.
gav_1989@bk.ru

Information about the authors:
Pyatih Alexander Valerievich
Student of the Department of Computer Science, Lipetsk State Technical University.
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
etosany@yandex.ru

Belokopytov Ruslan Nikolayevich
Senior Lecturer of the Department of Automated Electrical Drive and Robotics.
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
rus.belocopytov@yandex.ru

Batishchev Roman Vyacheslavovich
Candidate of Technical Sciences, associate Professor, Head of the Department of Computer Science
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
gav_1989@bk.ru

DOI 10.53015/30343275_2026_2_25
УДК 376.3, 004.942, 512

И.А. СЕДЫХ, И.В. ПАЩУК

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИН ИЗ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ С ГЛУБОКИМ НАРУШЕНИЕМ ЗРЕНИЯ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

Аннотация: В данной статье рассматривается проблема организации преподавания дисциплин из курса высшей математики для студентов с глубоким нарушением зрения. Отмечается, что некоторые математические операции, в обычных условиях вполне выполнимые в ручном режиме, для таких студентов оказываются слишком трудоёмкими, а потому могут быть выполнены лишь с применением вычислительной техники и средств автоматизации. Предлагается способ решения этой проблемы путём частичной автоматизации изучаемого метода, при котором автоматизируются только типовые рутинные вычислительные процедуры, в то время как ключевые для понимания метода шаги осуществляются вручную. Продемонстрирована практическая реализация этого подхода на примере конкретного математического метода – метода Гаусса с выбором главного элемента.

Ключевые слова: высшая математика, метод Гаусса, инклюзивное образование, нарушение зрения, студенты с ограниченными возможностями здоровья.

ORGANIZATION OF TEACHING HIGHER MATHEMATICS SUBJECTS TO STUDENTS WITH SEVERE VISUAL IMPAIRMENT

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

Abstract: The article discusses the problem of organizing the teaching of higher mathematics subjects to students with severe visual impairment. It is noted that some mathematical operations, which are normally quite feasible in manual mode, are too time-consuming for such students, and therefore can only be performed using computer technology and automation tools. It is proposed to solve this problem by partially automating the method under study, with only typical routine computational procedures being automated, while the key steps for understanding the method are performed manually. The practical implementation of this approach is demonstrated using the example of a specific mathematical method - the Gauss method with the choice of the main element.

Keywords: higher mathematics, Gauss method, inclusive education, visual impairment, disabled students.

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день в высшие учебные заведения во всём мире, в том числе и в России, поступает всё больше лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе лиц с глубоким нарушением зрения. Многие из них выбирают для себя специальности, связанные с информационными и компьютерными технологиями.

При этом неизбежно возникает задача преподавания такому студенту дисциплин из курса высшей математики. Эта задача очень сложна, поскольку здесь возникает множество проблем с восприятием необходимого теоретического материала и самого задания, с осуществлением необходимых вычислительных операций, наконец, с представлением результата в виде,

пригодном для восприятия преподавателем [1]. Охватить все эти проблемы в рамках одной статьи невозможно. В рамках данной статьи мы сосредоточимся на второй проблеме, то есть на том, как такому студенту осуществить сами вычислительные операции, нужные для решения задачи.

Здесь и далее под незрячим человеком будем подразумевать человека, который полностью лишён зрения и, более того, никогда не имел его ранее, то есть слепорождённого. Такой выбор связан с тем, что именно у этой категории описанные далее проблемы будут выражены в наибольшей степени.

Возникновение описываемой проблемы обусловлено тем, что для незрячего человека трудоёмкость выполнения любых вычислительных операций, вне зависимости от того, выполняются ли они полностью вручную или с использованием компьютера, гораздо выше, чем в обычных условиях [1–2].

Это обусловлено следующими факторами:

1. Для незрячего затруднены как получение информации, так и её запись, причем независимо от используемого носителя информации (брайлевская бумага, компьютер). Переключение между чтением и записью также связано со значительными затруднениями. При работе с брайлевской бумагой это означает необходимость перевернуть лист и найти нужное место, а обратный переход требует повторного переворота листа и повторного поиска места [2]. При работе с компьютером это означает либо необходимость перемещения внутри текущего файла, либо необходимость переключения между системными окнами. Это проще, чем при работе с бумажным носителем, но тоже может доставлять значительные затруднения при необходимости частого повторения.

2. Кроме этого, нужно понимать, что у незрячего само восприятие информации протекает иначе. Это связано с тем, что каналы получения информации, доступные ему, гораздо уже, чем визуальный канал восприятия зрячего человека. Фокус восприятия незрячего ограничен либо символом (словом) под системным курсором (при работе на компьютере), либо знакоместом, на котором находится его палец (при работе с бумагой), либо отдельным элементом рисунка (при изучении рисунков, отпечатанных на бумаге тактильным методом) [2– 3]. То есть, у незрячего нет канала восприятия, который позволял бы в один момент времени охватить в восприятии большой объём сложной информации (большой фрагмент текста, сложную формулу, матрицу, схему). В фокусе его восприятия в каждый момент времени может находиться только малый элемент информации (символ, слово, одно число, отдельная деталь рисунка).

Это положение усугубляется также тем, что слепорождённый человек не способен не только воспринимать визуальную информацию, но и мысленно оперировать ею, не может выстраивать какие-либо графические конструкции в своём воображении. Выстраивание общей картины возможно только в памяти, в сознании. В результате нагрузка на память, в первую очередь кратковременную, возрастает многократно. С информацией, допускающей осмысление, такой как шаги понятного алгоритма или составляющие модели реальной и понятной системы, это ещё работает, потому что там память выстраивается на ассоциативных связях. Но с неосмысленной информацией, такой как произвольные цифры, уже нет.

В тех же случаях, когда информации в памяти оказывается недостаточно или нет достаточной уверенности в её правильности, требуется вновь обращаться к записям, то есть переключаться в режим чтения (если нужно) и искать нужное место, теряя из фокуса текущий объект внимания. А это катастрофическая потеря времени, и, более того, в процессе всех этих промежуточных шагов очень легко забыть предыдущее значение, и тогда вновь возникнет необходимость в чтении. Как следствие, ещё больше возрастает потребность во

вводе/выводе информации, что усугубляет проблемы, приведенные в пункте 1.

Для лучшего понимания можно привести следующую аналогию из вычислительной техники:

– мозг зрячего – это как компьютер с поддержкой ввода/вывода с прямым доступом к памяти, когда можно напрямую отразить нужную внешнюю информацию в адресное пространство, причём сразу в понятном процессору формате;

– мозг незрячего – это компьютер, у которого ввод/вывод возможен только через узкие порты байт за байтом, при том эти порты работают медленно и требуют трудоёмкого переключения режимов, а память представлена лишь ограниченным множеством регистров, RAM отсутствует; либо оперативная память есть, но она ненадёжна.

3. При работе с электронными математическими документами это положение усугубляется ещё и тем, что восприятие формул происходит в речевом, а не в символьном виде (либо на естественном языке, либо в конструкциях языка разметки, такого как Latex, в результате чего дополнительные усилия также тратятся на разбор и расшифровку этих конструкций).

Тем не менее, при работе с электронным носителем работа проходит в целом легче по следующим причинам:

- проще передвигаться по тексту при чтении, быстрее переход между режимами чтения и записи;
- лёгкость редактирования текста, можно вносить правки без необходимости переписывать всё;
- наличие системного буфера обмена, что разгружает кратковременную память.

При выполнении арифметических вычислений, а также символьных математических преобразований, эти эффекты проявляются особенно заметно, потому что вычислительные задачи требуют постоянной записи и чтения промежуточных значений. А так как письмо и чтение для незрячего сопряжены со значительными усилиями и затратами времени, то он оказывается перед выбором: либо значительно потерять во времени, читая и записывая всё (для брайля существует даже алгоритмы проведения основных арифметических операций столбиком), либо делать расчёты в уме, что быстрее, но сильно нагружает память, а также несёт в себе риск совершить ошибку, которая потребует заново пересчитывать часть (иногда значительную) всех вычислений.

Наиболее ярко описываемые трудности проявляются при осуществлении вычислительных операций над матрицами. Это обусловлено тем, что действия над матрицами (перемножение матриц, вычисление определителя) предполагают очень большое количество однотипных вычислительных операций, а в случае с вычислением определителя ещё и выполнение сложного алгоритма с многоуровневыми подпрограммами (разложение матрицы в ряд, вычисление алгебраических дополнений, расчёт определителей подматриц). Это порождает большой объём промежуточных данных, такой, что запомнить их невозможно, а если записывать, то из-за постоянного ввода/вывода информации время выполнения и нагрузка на нервную систему возрастают до бесконечности, а вероятность допустить ошибку стремится к 100 %. В результате сложные матричные операции для сколько-нибудь больших матриц для незрячего в полностью ручном режиме оказываются неосуществимыми.

Единственным эффективным способом решения этой проблемы является автоматизация. Иными словами, незрячий вряд ли сумеет, работая вручную, найти определитель матрицы размерностью 5x5, но легко сможет написать программу, под управлением которой компьютер решит эту задачу. Однако в случае чрезмерной автоматизации, задание потеряет свой образовательный смысл, так как не удастся достичь понимания, отработки и запоминания метода студентом, тем более что недобросовестный студент сможет в таком случае воспользоваться уже готовым кодом, выдав его за свой.

Таким образом, возникает задача правильного подбора уровня автоматизации. Этот уровень должен быть достаточно высоким, чтобы освободить студента от мучительного и трудоёмкого выполнения рутинных операций, но в то же время достаточно низким для того, чтобы студент остался активным участником процесса в степени, достаточной для понимания им изучаемого метода.

В данной статье будет продемонстрировано решение такой задачи на примере решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Опишем вначале обычный метод Гаусса [4] – это один из наиболее часто используемых методов решения систем линейных алгебраических уравнений.

Пусть дана следующая система уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases}$$

Для простоты будем рассматривать случай, когда $m = n$ (то есть количество уравнений равно количеству неизвестных), и система является совместной и определённой, то есть имеет единственное решение.

Процесс решения системы методом Гаусса состоит из двух этапов: прямого хода и обратного хода.

На первом этапе система приводится к треугольному виду:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ a_{33}x_3 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3, \\ \ddots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{nn}x_n = b_n. \end{cases}$$

После получения треугольной системы выполняют обратный ход метода Гаусса. Для этого из последнего уравнения выражают x_n и подставляют полученное значение в предпоследнее уравнение. Тем самым получают новое уравнение с одной переменной x_{n-1}, из которого также выражают переменную x_{n-2} и подставляют оба полученных значения в третье снизу уравнение. Так продолжается до тех пор, пока не будут получены значения всех переменных.

На практике работают не с аналитическим выражением системы, а с её расширенной матрицей. Это матрица коэффициентов системы, к которой справа присоединён столбец правых частей уравнений. Стоит задача привести эту матрицу к верхнетреугольному виду.

Достигается это при помощи элементарных преобразований матрицы системы. Возможны следующие элементарные преобразования:

1. Перестановка местами строк и столбцов матрицы ($r_1 \leftrightarrow r_2, c_1 \leftrightarrow c_2$). При перестановке столбцов требуется учёт изменившегося порядка переменных.

2. Умножение строки матрицы на число ($r_1 \cdot n$).

3. Прибавление к одной строке другой, умноженной на число ($r_1 + r_2 \cdot n$), изменяется при этом первая строка.

Эти элементарные преобразования напрямую соответствуют допустимым алгебраическим преобразованиям системы уравнений. Для решения этой задачи применяется следующий алгоритм:

1. Для каждого шага $k = 1,2,\dots,n-1$ разделить строку $r_k^{(k-1)}$ на ведущий (главный) элемент $a_{kk}^{(k-1)}$.

2. Для каждой строки $i = k+1,\dots,n$ выполнить преобразование $r_i^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} \cdot r_k^{(k-1)}$, тем самым обнулив элементы, находящиеся ниже ведущего в k-ом столбце.

В результате выполнения этого алгоритма будет получена верхнетреугольная матрица. После этого возвращаются к аналитической записи системы и выполняют обратный ход.

Перейдём теперь к описанию модификации этого метода – метода Гаусса с выбором главного элемента [5].

Поскольку на каждом k-ом шаге метод Гаусса предполагает деление на ведущий элемент $a_{kk}^{(k-1)}$, необходимо, чтобы этот элемент не был равен нулю. Возможен также случай, когда ведущий элемент оказывается не равен нулю, но

очень мал. В этом случае операция деления протекает формально успешно, но даёт большую вычислительную погрешность. Возникновение таких погрешностей может негативно влиять на точность вычислений [5].

В методе Гаусса с выбором главного элемента, в отличие от обычного метода Гаусса, на этапе прямого хода на каждом k-м шаге перед преобразованием уравнений осуществляется следующая процедура: в подматрице A_{ij}, где ($k \leq i \leq n$, $k \leq j \leq n$, $n -$ количество уравнений), то есть среди элементов, находящихся справа и снизу от текущего ведущего, включая сам этот элемент, ищется максимальный по модулю элемент.

Если таким оказывается элемент, отличный от ведущего, то выполняют перестановку строк и столбцов матрицы таким образом, чтобы этот максимальный элемент стал ведущим. Далее выполняют обычный алгоритм метода Гаусса. При этом необходимо помнить о том, что перестановка столбцов матрицы меняет порядок переменных системы уравнений, что потребуется учесть при осуществлении обратного хода [5].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как было сказано выше, требуется частично автоматизировать решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента так, чтобы избавить пользователя от рутинных вычислительных операций, но сохранить степень участия его в процессе, достаточную для понимания метода.

Отсюда следует, что получившаяся программа должна предполагать взаимодействие с пользователем, то есть, она должна быть интерактивной.

Прежде чем приступать к проектированию и разработке программы, уточним условия задачи, то есть, опираясь на приведённое выше описание алгоритма метода Гаусса, перечислим основные рутинные операции, которые возникают по ходу решения задачи и которые надо автоматизировать, а также уточним, какие части алгоритма автоматизироваться не должны.

Наиболее трудоёмкой частью алгоритма является прямой ход метода, потому будем работать именно с ним.

В рамках прямого хода метода Гаусса с выбором главного элемента возникают следующие рутинные операции, которые желательно автоматизировать:

1. Поиск максимального по модулю элемента в подматрице.
2. Вычисления при элементарных преобразованиях матрицы системы: умножение/деление строк на число, прибавление одной строки к другой, перестановка строк и столбцов.
3. При перестановке столбцов – учёт изменившегося порядка переменных.
4. Фиксация выполняемых действий в отчёте о выполнении работы.
5. Возврат к предыдущему состоянию матрицы в случае ошибки.

В то же время следующие элементы алгоритма автоматизировать не следует, поскольку это помешает пониманию метода:

1. Принятие решения о том, какое именно элементарное преобразование осуществить на каждом шаге.
2. Обратный ход метода.

Таким образом, требуется разработать программу, которая будет обеспечивать осуществление прямого хода метода Гаусса с выбором главного элемента в полуавтоматическом режиме. Разрабатываемая программа должна обладать следующими функциями:

– осуществление элементарных преобразований над введённой матрицей, но решение о том, какое именно преобразование нужно осуществить, должен принимать пользователь;

– фиксация изменившегося порядка переменных при перестановке столбцов;

– возможность отмены сделанного преобразования с возвратом к предыдущему состоянию матрицы;

– фиксация сделанных преобразований в файле журнала в формате, пригодном для последующей вставки в отчёт о выполнении работы;

– поиск максимального по модулю элемента в заданной подматрице.

Важно отметить, что для оформления математических текстов в электронном виде незрячие пользователи обычно используют язык LaTeX, в первую очередь его математическую нотацию. Поэтому разрабатываемая программа должна вести свой журнал именно на нём [6].

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ

Программу напишем на языке программирования Python с использованием библиотеки SymPy [7–11].

Выбор в пользу SymPy обусловлен тем, что эта библиотека способна генерировать описание математических выражений на языке LaTeX. Математическое выражение, написанное в нотации LaTeX может быть вставлено не только в сам документ LaTeX, но и в документ Markdown, поскольку там применяется аналогичный синтаксис для оформления математических выражений [9, 12, 13].

Добавим в программу консольный (текстовый) пользовательский интерфейс, так как для данной задачи такой интерфейс обеспечит оптимальный баланс между удобством работы, доступностью для программ экранного доступа и простотой программной реализации [14].

Кроме этого, для большего удобства пользователя реализуем прямое взаимодействие с системным буфером обмена при помощи модуля win32clipboard из библиотеки pywin32 [15].

Для начала напишем вспомогательный модуль с несколькими полезными функциями (см. файл mcl2.py из программы Gausser [16]).

Важно отметить следующие особенности продемонстрированного кода: для записи матриц используется простой текстовый формат, в котором элементы матрицы перечисляются через пробел, а строки отделяются друг от друга обычным символом новой строки. Такой формат очень удобен для незрячего пользователя, так как он работает с математическими документами именно в виде простого текста. В то же время предусмотрена возможность вывода в формате LaTeX, что необходимо для последующего преобразования выражения в привычный для обычного пользователя вид. Этот модуль может быть полезен не только в рамках описываемой программы, но и сам по себе, если подключить его к библиотеке SymPy и использовать эту связку для ручных вычислений, то есть в качестве интерактивного калькулятора. Собственно, именно для этой цели данный модуль и был написан изначально.

Далее напишем ещё один модуль, обеспечивающий осуществление самих элементарных преобразований (см. файл elemer.py в программе Gausser [16]).

Данная программа определяет, по сути, простой синтаксис для описания элементарных преобразований матриц. Подробное описание этого синтаксиса дано в документации программы (файл readme.md).

Теперь, когда готовы основные вспомогательные модули, можно приступать к основному телу программы (см. файл gausser.py из программы Gausser [16]).

Порядок использования этой программы следующий:

1. Построить расширенную матрицу системы.

2. Записать её в простом текстовом виде: входящие в строку числа через пробел, строки разделяются символом перевода строки.

3. Скопировать эту запись в системный буфер обмена.

4. Запустить программу. Скопированная матрица будет прочитана, и на экран будет выведена строка «Матрица загружена».

5. Выполнить нужные элементарные преобразования, приведя матрицу к верхнетреугольному виду. Для выполнения преобразования достаточно ввести его описание на вышеописанном языке. Каждую успешно проведённую серию преобразований завершать командой «commit». После последнего преобразования также вызвать «commit».

6. Если в ходе преобразований осуществлялись перестановки столбцов, выяснить результирующий порядок переменных при помощи команды «order».

7. Ввести команду «finish». В буфер обмена будет скопирована результирующая верхнетреугольная матрица, а программа завершит работу. При этом в файле log.txt окажется журнал выполненных преобразований. Для каждого шага будут указаны цепочка преобразований, а также матрица, которая получилась в результате этих преобразований. Журнал отформатирован в конвенциях Latex, а потому его содержимое может быть без какой-либо дополнительной обработки вставлено в документ Latex или Extended Markdown. После этого можно приступать к обратному ходу.

Полный список команд, поддерживаемых программой, дан в её документации [16].

ПРИМЕР РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

Продемонстрируем работу созданной программы для решения конкретной задачи. Пусть требуется решить следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 11x_3 = 4, \\ 23x_1 + 19x_2 + 17x_3 = 6, \\ 8x_1 + 13x_2 + 51x_3 = 9. \end{cases}$$

Запишем расширенную матрицу системы:

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 & 11 & 4 \\ 23 & 19 & 17 & 6 \\ 8 & 13 & 51 & 9 \end{bmatrix}.$$

Теперь скопируем эту матрицу в системный буфер обмена, запустим программу и выполним с её помощью шаги прямого хода (рис. 1, 2).



Рис. 1. Первый шаг работы программы

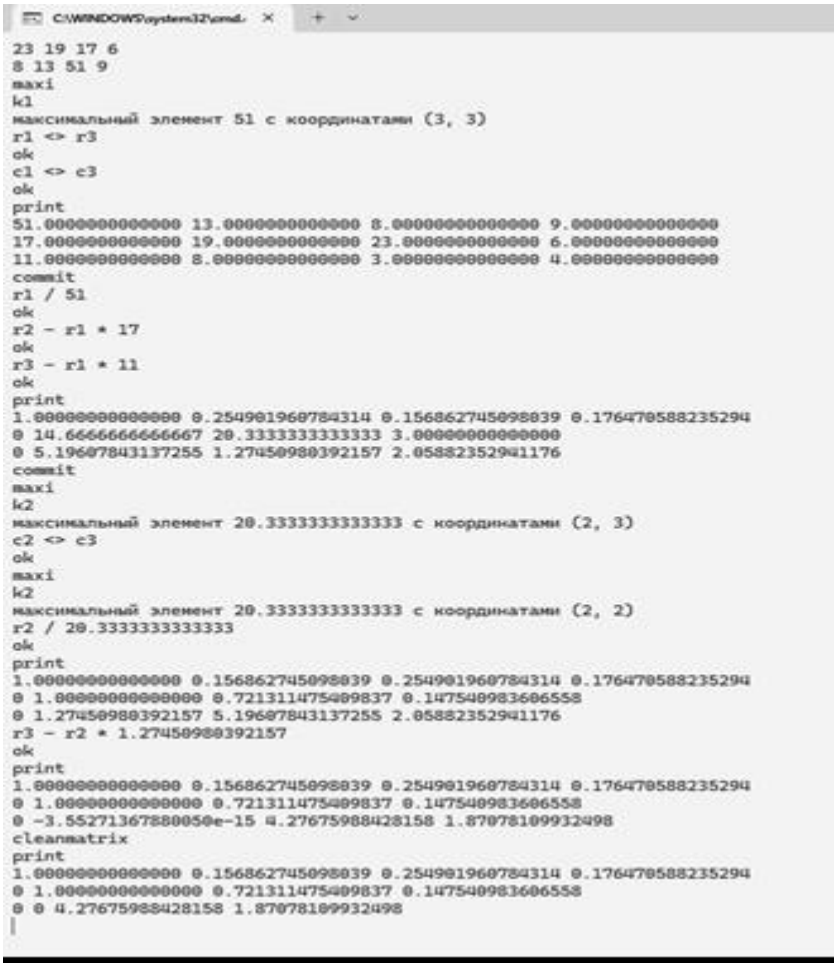


Рис. 2. Второй шаг работы программы

Видим, что в результате преобразований матрица была приведена к верхнетреугольному виду:

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.156863 & 0.254902 & 0.176471 \\ 0 & 1.0 & 0.721311 & 0.147541 \\ 0 & 0 & 4.27676 & 1.870781 \end{bmatrix}.$$

Кроме того, при помощи команды «order» получим порядок переменных после перестановки столбцов. Видим, что теперь этот порядок стал $(x_3; x_1; x_2)$.

Запишем получившуюся систему, учитывая новый порядок переменных, и выполним обратный ход.

$$\begin{cases} x_3 + 0.156863x_1 + 0.254902x_2 = 0.176471, \\ x_1 + 0.721311x_2 = 0.147541, \\ 4.27676x_2 = 1.870781. \end{cases}.$$

Откуда:

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{1.870781}{4.27676} = 0.43743, \\ x_1 = 0.147541 - 0.721311 \cdot 0.43743 = -0.167982, \\ x_3 = 0.176471 - 0.254902 \cdot 0.43743 - 0.156863 \cdot (-0.167982) = 0.091319. \end{cases}$$

Проверим правильность расчётов. Для этого подставим результаты в исходные уравнения системы. Для автоматизации вычислений используем библиотеку SymPy (рис. 3).

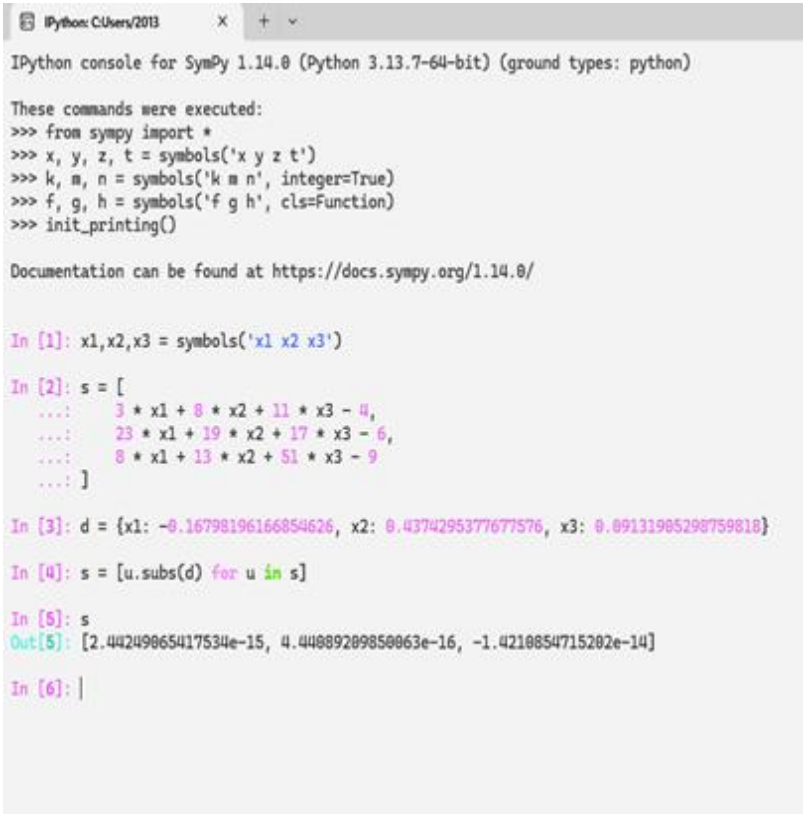


Рис. 3. Проверка правильности расчётов

Видим, что с учётом машинной вычислительной погрешности результаты всех трёх выражений равны нулю. Следовательно, полученные значения переменных обращают уравнения исходной системы в верные равенства и, следовательно, являются решением этой системы.

Продемонстрируем исходный текст отчёта, который был сгенерирован в результате работы программы. Этот текст может быть вставлен в любой документ latex/markdown (см. файл log-example.txt в репозитории программы Gausser [16]).

Таким образом, поставленная задача была успешно решена. Созданная программа обеспечила успешное решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента. При этом все трудоёмкие рутинные операции были автоматизированы, но ключевые шаги алгоритма выполнялись вручную. Фиксация промежуточных значений также была проведена автоматически, при этом был сформирован отчёт, пригодный для демонстрации преподавателю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Преподавание дисциплин высшей математики студенту с глубоким нарушением зрения – это очень сложная задача, решение которой во многих случаях требует от преподавателя гибкости, готовности находить и принимать нестандартные решения, а иногда даже индивидуального подхода.

Важно понимать, что многие из тех задач, которые в обычных условиях могут быть решены вручную, незрячий может решить (за разумное время и с приложением разумного количества усилий) только с использованием компьютера, то есть либо с использованием уже готового программного обеспечения, либо, что предпочтительнее, при помощи им же самим написанной программы. Преподавателям следует помнить об этом и позволять таким студентам пользоваться средствами автоматизации даже там, где задание изначально рассчитано на полностью ручное выполнение.

Особенно хорошо этот подход работает для студентов, обучающихся по направлениям, связанным с

компьютерными технологиями. В этом случае программирование становится для студента не просто ещё одной учебной дисциплиной, а необходимым компонентом для самой возможности нормальной организации учебного процесса. По этой причине крайне желательно, чтобы незрячий студент, поступающий на какое-либо техническое направление, к моменту поступления уже в первом семестре первого курса обладал хорошо развитым навыком программирования на языках высокого уровня и умел применять его для решения практических задач. В противном случае сама возможность полноценного освоения им учебной программы может оказаться под вопросом.

В то же время важно избежать и другой крайности – чрезмерной автоматизации, когда работа сводится к бездумному использованию готовой программы.

Хорошим способом решения этой проблемы может стать частичная автоматизация, когда автоматизируется не весь процесс решения задачи, а лишь наиболее трудоёмкие его составляющие.

В данной статье было продемонстрировано практическое применение этого подхода на примере одной из наиболее типовых и распространённых задач – решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента. Схожий подход может быть реализован и для других тем высшей математики.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Соколов, В.В.** Особенности обучения студентов с ОВЗ по зрению дисциплинам математического и компьютерного циклов на факультете «Информационные технологии» / В.В. Соколов, Е.Б. Червен-Водали, В.Б. Сидорова // Моделирование и анализ данных. – 2017. – Т. 7, № 1. – С. 104-118.

2. Особенности преподавания математики слепым и слабовидящим обучающимся в условиях реализации ФГОС ООО / под ред. Севостьянова В.М., Чернякова М.Л. – Санкт-Петербург : ГБОУ школа–интернат № 1 им. К.К. Грота, 2020. – 42 с.

3. **Эндер, Й**. Устарел ли брайль на компьютерах? / Й. Эндер // Тифлокомп : сайт. – URL: http://www.tiflocomp.ru/docs/equipment/braille001.php (дата обращения: 29.11.2024).

4. **Письменный, Д.Т**. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – 9-е изд. – Москва : Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

5. **Меркулова, Н.Н**. Методы приближенных вычислений : учебно-методический комплекс / Н.Н. Меркулова, М.Д. Михайлов. – Томск : ТГУ, 2007. – URL: https://old.math.tsu.ru/EEResources/cm/ (дата обращения: 29.11.2025).

6. **Корнев, Е.С.** Работа с математическими текстами с помощью программ экранного доступа / Е.С. Корнев // Математика в высшем образовании. – 2023. – № 21. – С. 39-58. – URL: https://q148.dfpr.ru/science/Math_For_Blind.html (дата обращения: 29.11.2025).

7. Python Software Foundation. The Python Language Reference // Python Software Foundation : Website. – URL: https://docs.python.org/3/reference/index.html (дата обращения: 29.11.2025).

8. Python Software Foundation. The Python Standard Library // Python Software Foundation : Website. – URL: https://docs.python.org/3/library/index.html#library-index (датаобращения: 29.11.2025).

9. SymPy Development Team. Introductory Tutorial // SymPy : Website. – URL: https://docs.sympy.org/latest/tutorials/intro-tutorial/index.html#intro-tutorial (дата обращения: 29.11.2025).

10. SymPy Development Team. SymPy Reference // SymPy : Website. – URL: https://docs.sympy.org/latest/reference/index.html#reference (дата обращения: 29.11.2025).

11. SymPy в Python // pythonru.com : Website. URL: https://pythonru.com/biblioteki/sympy-v-python (дата обращения: 29.11.2025).

12. **Котельников, И.** LaTeX-2e по-русски. Настольная издательская система / И. Котельников, П. Чеботарев. – 4-е изд. – Санкт-Петербург : Корона : Век, 2011. – 496 с.

13. Woodward, M. Math Support in Markdown / M. Woodward, T. Herzka // GitHub : blog. – URL: https://github.blog/news-insights/product-news/math-support-in-markdown/ (дата обращения: 29.11.2025).

14. Интерфейс командной строки для начинающих разработчиков // Яндекс Практикум : блог компании. – URL: https://habr.com/ru/companies/yandex_praktikum/articles/875058/ (дата обращения: 29.11.2025).

15. **Golden T.** PyWin32 Documentation 2024 // URL: https://timgolden.me.uk/pywin32-docs/ (дата обращения: 29.11.2025).

16. Ilyapashuk. Gausser : Интерактивный решатель систем линейных уравнений методом Гаусса. 2026 // Github : blog. – URL: https://github.com/ilyapashuk/gausser (дата обращения: 18.01.2026).

Сведения об авторах

Седых Ирина Александровна
доктор технических наук, доцент, профессор кафедры автоматизированных систем управления
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
e-mail: sedykh-irina@yandex.ru

Пащук Илья Викторович
студент кафедры автоматизированных систем управления
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
e-mail: ilusha.paschuk@yandex.ru

Information about authors

Sedykh Irina Aleksandrovna
Doctor of Technical Sciences, Associate professor, Professor of the Department of Automated Control Systems
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
ORCID 0000-0003-0012-8103
e-mail: sedykh-irina@yandex.ru

Pashchuk Ilia Viktorovich
Student of the Department of Automated Control Systems
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
e-mail: ilusha.paschuk@yandex.ru

DOI 10.53015/30343275_2026_2_36
УДК 004.9, 519.852.61, 613.2

И.А. СЕДЫХ, Е.Ю. ПЕРВЕЕВА

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ПОДБОР ПЕРСОНАЛИЗИРОВАННОГО РАЦИОНА ПИТАНИЯ НА ОСНОВЕ РАСЧЕТА КБЖУ И ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ ОГРАНИЧЕНИЙ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

Аннотация: В статье рассматривается подход к автоматизированному подбору персонализированного рациона питания в разработанном веб-приложении WellnessPlatter. Основное внимание уделено расчёту целевых показателей КБЖУ (калорийность, белки, жиры, углеводы) фильтрации рецептов по пользовательским ограничениям и формированию дневного меню по приёмам пищи. Описаны данные, необходимые для подбора рациона: физиологические параметры пользователя, цель питания, уровень активности, аллергены, пищевые предпочтения и ограничения по здоровью. Для выбора подходящей комбинации блюд применяется оптимизационный подход, позволяющий учитывать калорийность, белки, жиры, углеводы и допустимые отклонения от рассчитанных норм. Приведён пример формирования дневного рациона, показывающий, что система может сократить ручной подбор блюд и упростить контроль итоговых показателей питания.

Ключевые слова: персонализированное питание, автоматизированный подбор рациона, КБЖУ, калорийность, белки, жиры, углеводы, пищевые ограничения, аллергены, симплекс-метод, оптимизация рациона, дневное меню, веб-приложение.

I.A. SEDYKH, E.Y. PERVEEVA

AUTOMATED PERSONALIZED DIET SELECTION BASED ON CALCULATING THE REFERENCE NUTRIENT INTAKE AND USER RESTRICTIONS

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

Abstract: The article considers an approach to the automated personalized diet selection implemented in the WellnessPlatter web application. The main attention is paid to calculating reference nutrient intake, filtering recipes according to user restrictions and creating the daily meal menu. The data necessary for selecting the diet, viz. the user's physiological parameters, nutrition purpose, the level of activity, allergens, dietary preferences and health restrictions, are described. To select the appropriate combination of dishes, an optimization approach is used with account of caloric content, proteins, fats, carbohydrates and permissible deviations from calculated reference levels. An example of creating a daily menu is given showing that the system can reduce the manual dish selection s and simplify the final nutrition indicators control.

Keywords: personalized nutrition, automated diet selection, reference nutrient intake, caloric content, proteins, fats, carbohydrates, dietary restrictions, allergens, simplex method, diet optimization, daily menu, web application.

ВВЕДЕНИЕ

Планирование питания на день только кажется простой задачей. На практике человеку нужно не просто выбрать несколько блюд, а совместить сразу несколько условий: калорийность, белки, жиры, углеводы, цель питания, уровень активности, наличие аллергии и другие. Если подбирать меню вручную, могут появиться противоречия. Одно блюдо подходит по калориям, но содержит нежелательный продукт. Другое помогает набрать нужное количество белка, но увеличивает общую калорийность рациона.

Особенно сложно поддерживать такой контроль каждый день. Пользователь может

один раз рассчитать норму калорий, но дальше ему приходится самостоятельно выбирать завтрак, обед, ужин и перекусы, проверять состав рецептов, менять порции и пересчитывать итоговые значения КБЖУ. Даже небольшая ошибка в порции может заметно изменить результат. Поэтому для удобного планирования питания недостаточно обычного списка рецептов. Нужен подбор, который оценивает не отдельное блюдо, а весь дневной рацион.

Сейчас существуют разные сервисы, связанные с планированием питания. Например, Hungryroot помогает подбирать продукты и рецепты с учетом предпочтений пользователя [1]. Его плюс в том, что он упрощает выбор еды и предлагает готовые варианты. Минусом является то, что основной акцент сделан на подборе продуктов, а не на подробной проверке итогового дневного меню по КБЖУ.

Другой пример — Eat This Much [2]. Этот сервис помогает формировать планы питания с учетом цели пользователя, бюджета, расписания, количества приемов пищи и личных предпочтений. Он удобен в ситуациях, когда человеку нужно быстро получить готовый пример меню без самостоятельного подбора каждого блюда. Однако при более строгих требованиях, например при аллергиях, исключении конкретных продуктов или необходимости точно попасть в заданные диапазоны белков, жиров и углеводов, такого подхода может быть недостаточно.

Plan To Eat решает другую часть задачи [3]. Он удобен для хранения рецептов, составления меню и формирования списка покупок. Его сильная сторона — организация питания на неделю и работа с собственной базой рецептов. При этом контроль соответствия рациона индивидуальной норме питания во многом остается за пользователем.

Также можно выделить MyFitnessPal, который используется для отслеживания питания, калорийности и макронутриентов [4]. Его преимущество состоит в большой базе продуктов и удобном контроле дневных показателей. Однако такой сервис больше ориентирован на фиксацию уже выбранной еды, чем на автоматический подбор готового дневного рациона с учетом структуры приемов пищи, аллергенов и допустимых отклонений по КБЖУ.

Таким образом, существующие решения закрывают отдельные задачи: подбор продуктов, генерацию меню, хранение рецептов, подсчет калорий или подготовку списка покупок. Однако пользователю часто нужен не набор разрозненных инструментов, а единый сценарий работы с рационом. Такой сценарий должен позволять рассчитать норму КБЖУ, исключить неподходящие рецепты, учесть ограничения, распределить блюда по приемам пищи и проверить итоговое дневное меню. Поэтому актуальна разработка подхода, который объединяет расчет, фильтрацию и подбор меню в одной модели.

В данной работе рассматривается разработанный подход к автоматизированному подбору персонализированного рациона питания и его программная реализация в виде веб-приложения. Основное внимание уделяется не интерфейсу приложения, а логике подбора: расчету целевых показателей КБЖУ, учету ограничений, фильтрации рецептов и выбору подходящей комбинации блюд. Для проверки подхода приводится пример дневного меню, где видно, как рассчитанные значения используются при выборе конкретных блюд и порций.

Цель работы — описать подход к автоматизированному подбору персонализированного рациона питания на основе расчета КБЖУ, пользовательских ограничений и проверки итогового дневного меню.

АРХИТЕКТУРА И ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ

Система выполнена в виде веб-приложения, включающего клиентскую и серверную части, а также базу данных. Клиентская часть отвечает за взаимодействие с пользователем: регистрацию, заполнение анкеты, ввод физиологических параметров, выбор пищевых ограничений и просмотр сформированного рациона.

На рис. 1 представлена схема развертывания компонентов разрабатываемой системы. Пользователь взаимодействует с приложением через браузер, в котором выполняется SPA-клиент на Vue.js. Vue.js применяется для построения пользовательских интерфейсов и поддерживает компонентный подход к разработке клиентской части [5]. Запросы от клиентской части передаются по HTTP/HTTPS на контейнер Nginx, работающий как reverse proxy. Далее запросы направляются в backend-контейнер, где размещено серверное приложение на Symfony и PHP-FPM. Symfony используется как PHP-фреймворк для разработки веб-приложений, а PHP-FPM обеспечивает обработку PHP-запросов через FastCGI [6]. Серверная часть обрабатывает пользовательские данные, выполняет расчёт норм питания, фильтрацию рецептов и формирование рациона, после чего обращается к базе данных PostgreSQL для чтения и сохранения информации. Для передачи уведомлений в режиме реального времени используется отдельный контейнер Mercure [7].

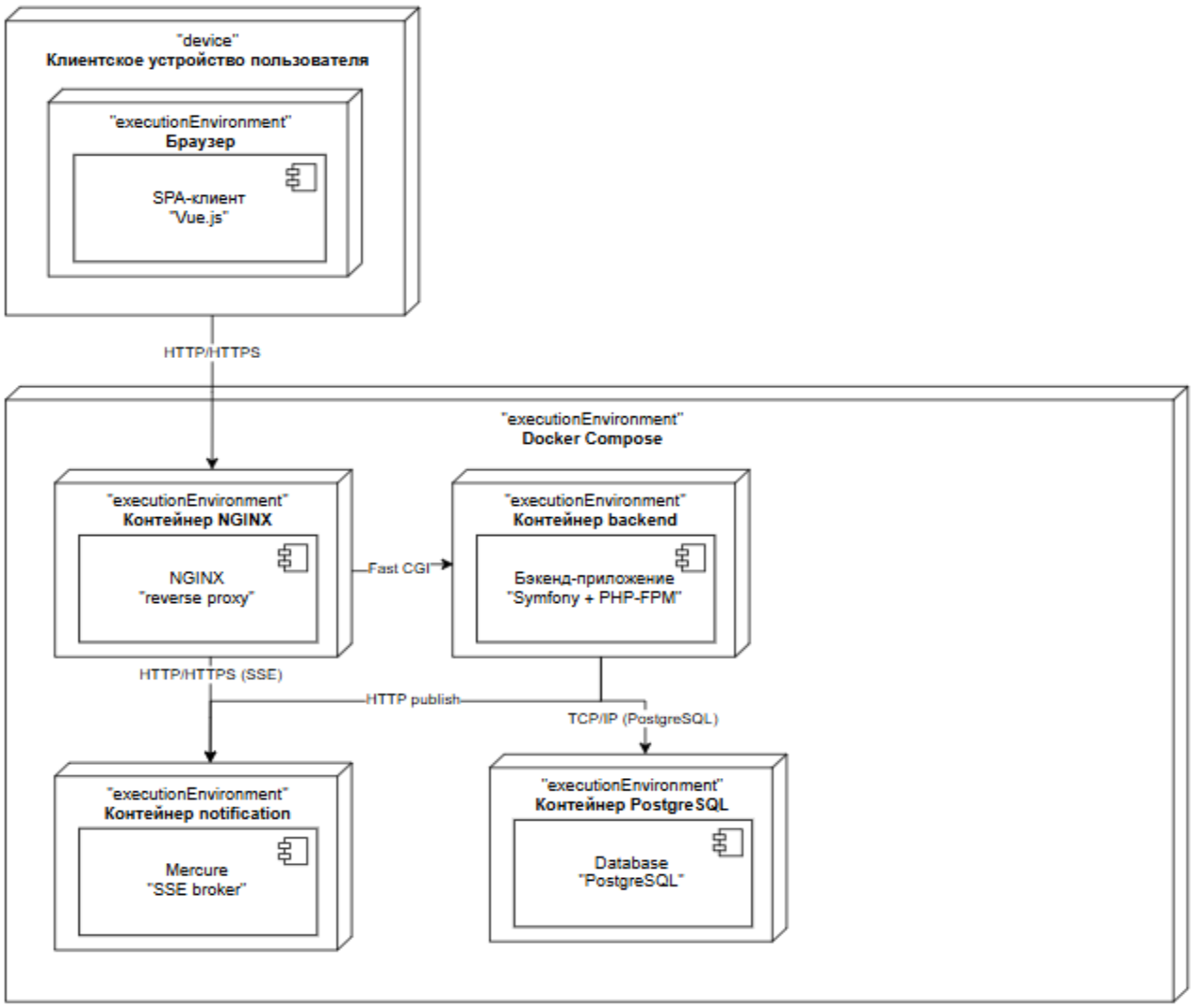


Рис. 1. Схема развёртывания компонентов разрабатываемой системы

Серверная часть выполняет основную обработку данных. На сервере хранится профиль пользователя, обрабатываются запросы от клиентской части, рассчитываются индивидуальные нормы калорийности и КБЖУ, а также выполняется подбор подходящих блюд. При формировании рациона сервер обращается к базе данных, где хранятся сведения о пользователях, рецептах, пищевых ограничениях и аллергенах.

Такое разделение отделяет пользовательский интерфейс от логики подбора питания. Через интерфейс пользователь

указывает возраст, пол, рост, массу тела, уровень физической активности, цель питания, наличие аллергий и индивидуальных предпочтений. Клиентская часть обеспечивает правильный сбор исходных данных, а серверная часть отвечает за расчёт и формирование результата. В дальнейшем это упрощает развитие системы: можно изменять интерфейс без переработки алгоритма подбора или дорабатывать серверную логику без изменения основных пользовательских сценариев.

Для автоматизированного подбора рациона системе недостаточно хранить только список рецептов. Алгоритму нужны данные о самом пользователе, его ограничениях и пищевой ценности блюд. Только при совместной обработке этих сведений можно получить меню, которое подходит по рассчитанным нормам питания и условиям, заданным пользователем. На рис. 2 представлена информационная схема подбора персонализированного рациона.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ОСНОВА ПОДБОРА РАЦИОНА

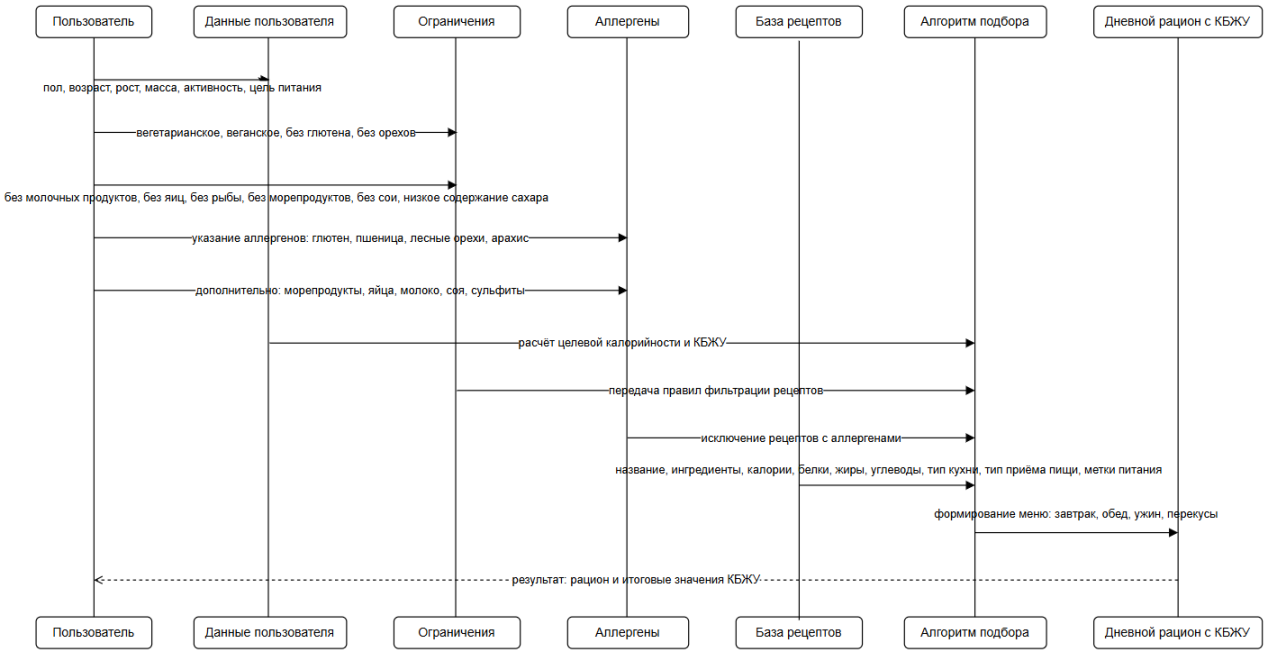


Рис. 2. Информационная схема подбора персонализированного рациона

В первую очередь система учитывает параметры пользователя: пол, возраст, рост, массу тела, уровень активности и цель питания. Они используются для расчёта индивидуальной суточной нормы калорийности и целевых значений белков, жиров и углеводов. Например, для пользователя, который хочет снизить массу тела, итоговая калорийность будет отличаться от нормы человека с такой же массой и ростом, но с целью поддержания текущего веса.

Вторая часть данных связана с пищевыми предпочтениями и строгими ограничениями. Пользователь может выбрать тип питания или исключить определённые категории продуктов. В системе учитываются такие варианты, как вегетарианское, веганское, без глютена, без орехов, без молочных продуктов, без яиц, без рыбы, без морепродуктов, без сои, с низким содержанием сахара и другие. Это нужно не для расчёта КБЖУ напрямую, а для предварительной фильтрации рецептов. Если блюдо не соответствует выбранному ограничению, оно не должно попадать в дальнейший подбор.

Отдельно обрабатываются аллергены. К ним относятся глютен, пшеница, лесные орехи, арахис, морепродукты, яйца, молоко и соя. Наличие аллергена делает рецепт недопустимым независимо от его КБЖУ.

Даже если блюдо идеально подходит по нутриентам, оно исключается, если содержит продукт, который пользователь отметил как аллерген.

Четвёртую группу составляют данные о рецептах. Для каждого блюда хранятся название, список ингредиентов, калорийность, количество белков, жиров и углеводов, тип кухни, тип приёма пищи и дополнительные метки питания. Это позволяет не только отобрать допустимые рецепты, но и распределить их по структуре дневного меню: завтрак, обед, ужин и перекусы. После этого система может сравнить итоговый рацион с целевыми значениями КБЖУ и выбрать наиболее подходящую комбинацию блюд.

Перед подбором блюд система должна определить числа, к которым будет приводиться дневной рацион. Если сразу перейти к выбору рецептов, не рассчитав норму питания, то меню получится случайным: оно может быть удобным по составу блюд, но не подойти пользователю по калорийности или соотношению белков, жиров и углеводов. Поэтому первым этапом выполняется расчёт целевых показателей КБЖУ.

Для расчета используются пол, возраст, рост, масса тела, уровень физической активности и цель питания. Эти параметры нужны для оценки базовой потребности организма в энергии. Для расчёта базового обмена применяется формула Миффлина — Сан Жеора, так как она учитывает основные антропометрические характеристики человека и широко используется для приближённой оценки энергозатрат в состоянии покоя [8]. Для мужчин и женщин расчёт выполняется по-разному:

РАСЧЁТ ЦЕЛЕВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КБЖУ

$$BMR = \begin{cases} 10w + 6.25h - 5a + 5, \textit{для мужчин}; \\ 10w + 6.25h - 5a - 161, \textit{для женщин}, \end{cases}$$

где W — масса тела в килограммах, H — рост в сантиметрах, A — возраст в годах, BMR — базовый обмен в килокалориях. Полученное значение показывает не итоговую дневную норму, а только примерный расход энергии в состоянии покоя.

Далее учитывается физическая активность пользователя. Для этого базовый обмен умножается на коэффициент активности:

$$TDEE = BMR * RAL,$$

где TDEE — ориентировочный суточный расход энергии, RAL — коэффициент активности. В программе используются значения 1.375 для низкой активности, 1.55 для умеренной и 1.725 для высокой активности [9]. Затем целевая калорийность корректируется по цели пользователя: при снижении массы тела $Cal_{target} = 0.85 * TDEE$, при наборе массы $Cal_{target} = 1.10 * TDEE$, а при поддержании массы $Cal_{target} = TDEE$ [10].

Рассчитанная калорийность распределяется между белками, жирами и углеводами. Здесь важно не сводить подбор только к калориям. Два рациона на 1800 ккал могут сильно отличаться: один будет содержать достаточно белка и умеренное количество жиров, другой может состоять в основном из быстрых углеводов. Поэтому система должна оценивать не только общую энергетическую ценность, но и структуру рациона. В текущей реализации принята базовая схема распределения калорийности: 25 % на белки (P), 30 % на жиры (F) и 45 % на углеводы (C) [9]. Тогда целевые значения в граммах определяются как:

$$P_{target} = \frac{0.25 * Cal_{target}}{4}, F_{target} = \frac{0.30 * Cal_{target}}{9}, C_{target} = \frac{0.45 * Cal_{target}}{4}.$$

Здесь используется стандартный перевод энергии в массу нутриентов: 1 г белков и 1 г углеводов соответствует 4 ккал, 1 г жиров — 9 ккал [11]. Для повышения гибкости подбора в программе используются не точечные значения, а интервалы допустимых отклонений ±10 %:

$$P_{min} = 0.9P_{target}, P_{max} = 1.1P_{target}, \quad F_{min} = 0.9F_{target}, F_{max} = 1.1F_{target}$$
$$C_{min} = 0.9C_{target}, C_{max} = 1.1C_{target}.$$

Полученные значения используются алгоритмом подбора рациона.

АЛГОРИТМ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПОДБОРА РАЦИОНА

После расчёта целевых показателей КБЖУ система переходит к подбору блюд. На этом этапе важно не просто выбрать несколько рецептов из базы, а сформировать дневное меню, которое подходит пользователю по ограничениям и остаётся близким к рассчитанной норме питания.

Подбор выполняется поэтапно. Сначала система получает параметры пользователя и рассчитывает целевую калорийность, белки, жиры и углеводы. Затем из профиля извлекаются ограничения, аллергены и сведения о заболеваниях. После этого база рецептов предварительно фильтруется: исключаются блюда с запрещёнными ингредиентами, неподходящими метками питания и аллергенами. Оставшиеся рецепты распределяются по приёмам пищи: завтрак, обед, ужин и перекус. Последним этапом система подбирает такую комбинацию блюд, при которой итоговое меню даёт наименьшее отклонение от целевых значений КБЖУ.

На рис. 3 представлена общая последовательность автоматизированного подбора персонализированного рациона.

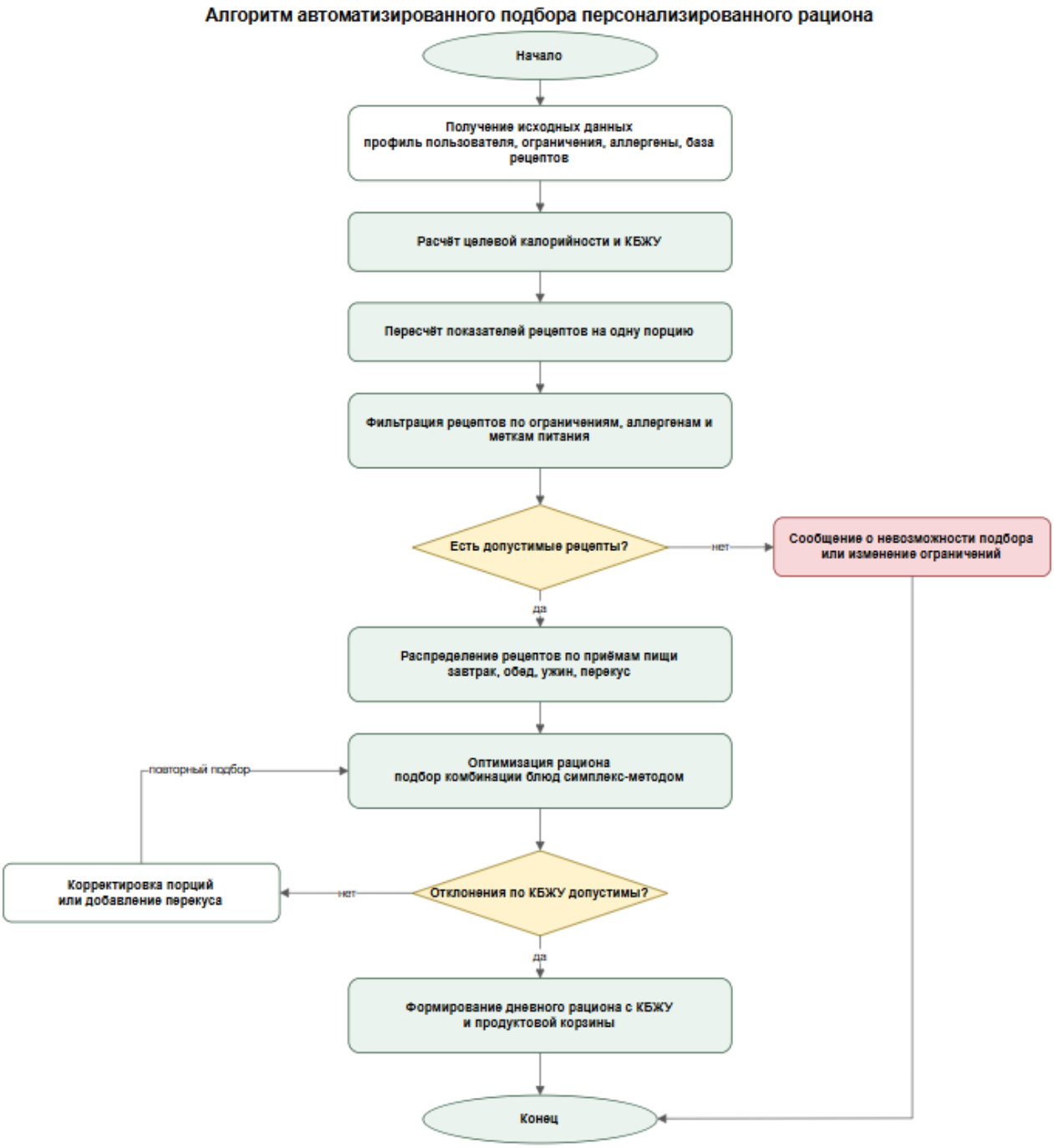


Рис. 3. Алгоритм автоматизированного подбора персонализированного рациона

Перед включением в расчет каждый рецепт приводится к единому виду. Это нужно потому, что рецепты в базе могут быть рассчитаны на разное количество порций. Если сравнивать их без предварительного пересчета, алгоритм будет работать с несопоставимыми значениями.

Для каждого рецепта рассчитываются показатели на одну порцию:

$$k_j = \frac{K_j}{s_j}, p_j = \frac{P_j}{s_j}, f_j = \frac{F_j}{s_j}, c_j = \frac{C_j}{s_j},$$

где K_j— общая калорийность рецепта, P_j — количество белков, F_j — количество жиров, C_j— количество углеводов, s_j — число порций в рецепте. После такого пересчета каждый рецепт описывается одинаковым

набором признаков: калорийностью, белками, жирами, углеводами, сахаром, натрием и принадлежностью к определенному приему пищи.

Далее выполняется предварительная фильтрация. Из набора рецептов исключаются блюда, которые содержат аллергены, запрещенные ингредиенты или не подходят под выбранный тип питания. Такой шаг важен, потому что рецепт может хорошо подходить по КБЖУ, но быть недопустимым для конкретного пользователя. Например, блюдо с молоком не должно попадать в рацион пользователя с аллергией на молочные продукты, даже если оно идеально совпадает с целевой калорийностью.

После фильтрации остается выбрать оптимальный набор блюд. Для каждого подходящего рецепта вводится переменная x_j, показывающая, в какой доле блюдо участвует в рационе. Если $x_j = 0$, рецепт не используется. Если $x_j > 0$, блюдо включается в меню в рассчитанной доле или порции.

Общая калорийность рациона рассчитывается как сумма калорийности выбранных блюд:

$$K_{total} = \sum_j k_j x_j.$$

Аналогично определяются итоговые значения белков, жиров и углеводов:

$$P_{total} = \sum_j p_j x_j, F_{total} = \sum_j f_j x_j, C_{total} = \sum_j c_j x_j.$$

Чтобы рацион сохранял привычную структуру питания, рецепты распределяются по группам: завтрак, обед, ужин и перекус. Для обязательных приемов пищи система должна выбрать подходящие блюда из соответствующих групп. Это можно записать так:

$$\sum_{j \in B} x_j = 1, \sum_{j \in L} x_j = 1, \sum_{j \in D} x_j = 1,$$

где B — множество рецептов для завтрака, L — для обеда, D — для ужина. Для перекуса ограничение мягче:

$$0 \leq \sum_{j \in S} x_j \leq 1,$$

где S — множество рецептов для перекуса. Это означает, что перекус может быть добавлен, если он помогает приблизить рацион к целевой норме, но не является обязательным.

Основные ограничения модели связаны с калорийностью и макронутриентами. Итоговая сумма калорий должна быть близка к целевой норме, а белки, жиры и углеводы должны попадать в допустимые диапазоны. Для этого сначала задаются границы отклонения:

$$K_{min} = K_{target(1-\varepsilon)}, K_{max} = K_{target(1+\varepsilon)},$$
$$P_{min} = P_{target(1-\varepsilon)}, P_{max} = P_{target(1+\varepsilon)},$$
$$F_{min} = F_{target(1-\varepsilon)}, F_{max} = F_{target(1+\varepsilon)},$$
$$C_{min} = C_{target(1-\varepsilon)}, C_{max} = C_{target(1+\varepsilon)},$$

где ε — допустимое отклонение, например 0.1 при отклонении 10 %. После этого ограничения записываются через выбранные рецепты:

$$K_{min} \leq \sum_j k_j x_j \leq K_{max},$$

$$P_{min} \leq \sum_j p_j x_j \leq P_{max}, F_{min} \leq \sum_j f_j x_j \leq F_{max}, C_{min} \leq \sum_j c_j x_j \leq C_{max}.$$

При необходимости добавляются дополнительные ограничения, например по сахару или натрию:

$$Sugar_{total} = \sum_j sugar_j x_j \leq Sugar_{max},$$

$$Sodium_{total} = \sum_j sodium_j x_j \leq Sodium_{max}.$$

Такие условия особенно важны для пользователей с ограничениями по здоровью. В этом случае одного совпадения по калорийности недостаточно: рацион должен быть допустимым и по составу. Это согласуется с рекомендациями по здоровому питанию, где отдельно выделяются ограничения по свободным сахарам и соли/натрию, а также подчёркивается необходимость баланса между основными источниками энергии [12].

Для решения задачи применяется двухфазный симплекс-метод. Он относится к методам линейного программирования и используется для поиска оптимального решения при системе линейных ограничений [13]. На первом этапе проверяется, существует ли допустимый рацион при заданных условиях. Если подходящей комбинации нет, система не должна выдавать случайный набор блюд. В такой ситуации нужно либо ослабить допустимые отклонения, либо расширить набор рецептов.

На втором этапе среди допустимых вариантов выбирается рацион с наименьшим отклонением от целевых значений. Для этого используются дополнительные переменные отклонения:

$$\sum_j k_j x_j + d_{cal}^- - d_{cal}^+ = K_{target},$$

$$\sum_j p_j x_j + d_p^- - d_p^+ = P_{target},$$

$$\sum_j f_j x_j + d_f^- - d_f^+ = F_{target},$$

$$\sum_j c_j x_j + d_c^- - d_c^+ = C_{target}.$$

Здесь переменные со знаком «+» показывают превышение целевого значения, а переменные со знаком «−» показывают недобор. Например, если рацион содержит меньше белка, чем требуется, увеличивается d_p^-. Если белка слишком много, увеличивается d_p^+.

Качество варианта оценивается через функцию отклонения:

$$Score = Dcal + Dp + Df + Dc + Penalty,$$

где Dcal — отклонение по калорийности, Dp — отклонение по белкам, Df — отклонение по жирам, Dc — отклонение по углеводам, Penalty — штрафы за менее предпочтительные варианты.

Отклонения можно рассчитывать в относительном виде:

$$Dcal = \frac{|K_{total} - K_{target}|}{K_{target}},$$
$$Dp = \frac{|P_{total} - P_{target}|}{P_{target}},$$
$$Df = \frac{|F_{total} - F_{target}|}{F_{target}},$$
$$Dc = \frac{|C_{total} - C_{target}|}{C_{target}}.$$

Относительная форма удобна тем, что показатели измеряются в разных единицах и имеют разные масштабы. Например, ошибка в 100 ккал и ошибка в 100 г белка не должны восприниматься одинаково. Поэтому каждое отклонение сравнивается со своим целевым значением.

При необходимости функция может учитывать веса показателей:

$$Score = w_{cal}Dcal + w_pDp + w_fDf + w_cDc + Penalty,$$

где w_{cal}, w_p, w_f, w_c — веса калорийности, белков, жиров и углеводов. Если в тестовых примерах рацион хорошо попадает в калории, но дает недобор белка, вес w_p можно увеличить. Тогда алгоритм будет сильнее штрафовать варианты с недостаточным количеством белка.

Штрафная часть функции нужна для учета дополнительных условий:

$$Penalty = \lambda_1 A + \lambda_2 R + \lambda_3 M,$$

где A — нарушение дополнительных ограничений, R — нежелательное повторение похожих блюд, M — несоответствие структуре меню, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — коэффициенты важности штрафов. В нормальном случае рецепты с аллергенами исключаются еще на этапе фильтрации, но штрафы могут применяться для менее строгих предпочтений, например для нежелательных продуктов или повторяющихся блюд.

Это необходимо для решения типичного конфликта. Рацион может точно совпадать с целевой калорийностью, но содержать мало белка. Возможна и обратная ситуация: белка достаточно, но итоговая калорийность слишком высокая. Поэтому лучший вариант выбирается по общей близости к целевым значениям. Подход с диапазонами по макронутриентам также согласуется с практикой оценки рациона через доли белков, жиров и углеводов в общей калорийности [14].

После завершения оптимизации система получает набор выбранных рецептов и их доли. Затем рацион сохраняется в системе, а на основе выбранных рецептов формируется продуктовая корзина.

Получается, что алгоритм работает в два крупных этапа. Сначала из базы удаляются рецепты, которые не подходят пользователю по составу, аллергенам или ограничениям. Затем из оставшихся блюд с помощью модели линейного программирования выбирается такая комбинация, которая лучше всего соответствует рассчитанным КБЖУ и структуре дневного меню. Применение линейного программирования для оптимизации рационов встречается в разных задачах питания: от подбора меню до оценки стоимости и качества рациона [15].

ПРИМЕР ФОРМИРОВАНИЯ ДНЕВНОГО РАЦИОНА

На примере рассмотрим, как система выбирает блюда из набора подходящих рецептов: один из двух вариантов завтрака, один вариант обеда и один из двух вариантов ужина. Тогда модель подбора можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_3 = 1, \\ x_4 + x_5 = 1, \\ 280x_1 + 340x_2 + 520x_3 + 460x_4 + 610x_5 - e^+ + e^- = 1500, \\ 75 \le 13x_1 + 18x_2 + 34x_3 + 28x_4 + 38x_5 \le 115, \\ 42 \le 9x_1 + 11x_2 + 16x_3 + 12x_4 + 21x_5 \le 75, \\ 130 \le 44x_1 + 50x_2 + 58x_3 + 46x_4 + 55x_5 \le 220, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, e^+, e^- \ge 0. \end{cases}$$

В данной записи переменные x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 соответствуют отдельным блюдам из набора допустимых рецептов. Переменные $x_1 и\, x_2$ относятся к двум вариантам завтрака, x_3— к варианту обеда, а $x_4 и\, x_5$ — к двум вариантам ужина. Если значение переменной равно 1, соответствующее блюдо включается в рацион. Если значение равно 0, блюдо не выбирается.

Благодаря этому модель сохраняет нормальную структуру питания, а не просто набирает блюда по суммарной калорийности.

Следующее уравнение отвечает за калорийность. Коэффициенты при переменных показывают энергетическую ценность блюд. Переменные $e^+ и\, e^-$отражают отклонение от целевого значения 1500 ккал: первая отвечает за превышение нормы, вторая — за недобор.

Оставшиеся ограничения задают допустимые диапазоны по белкам, жирам и углеводам. Коэффициенты при переменных показывают, сколько граммов соответствующего нутриента даёт каждое блюдо.

Например, одним из допустимых решений может быть набор $x_2 = 1, x_3 = 1, x_5 = 1, x_1 = 0, x_4 = 0, e^+ = 0, e^- = 30$. В этом случае система выбирает второй завтрак, обед и второй ужин. Итоговая калорийность составляет 1470 ккал, то есть на 30 ккал меньше целевого значения, при этом рацион остаётся в допустимых диапазонах по белкам, жирам и углеводам.

Для проверки работы алгоритма был использован тестовый профиль пользователя: мужчина, 30 лет, рост 175 см, масса тела 82 кг, средний уровень физической активности, цель питания — снижение массы тела. На основе этих данных система рассчитала целевые показатели питания: 2330,3 ккал, 147,6 г белков, 65,6 г жиров и 287,4 г углеводов.

.

```
PS D:\diplom\WellnessPlatter\backend> python scripts/user_kbju_console.py
ПАРАМЕТРЫ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ:
Рост: 175 см
Вес: 82 кг
Возраст: 30
Пол: male
Активность: medium
Цель: lose

ЦЕЛЕВОЕ КБЖУ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ:
К: 2330.3, Б: 147.6, Ж: 65.6, У: 287.4

НАЙДЕННЫЕ БЛЮДА:
Овсянка с яблоком и пеканом | Порция: 160.0 г | К: 303.9, Б: 8.1, Ж: 8.5, У: 53.5
Банановый смузи с маракуйей | Порция: 335.1 г | К: 195.1, Б: 6.0, Ж: 2.2, У: 39.0
Суп из красной чечевицы и моркови | Порция: 480.0 г | К: 242.5, Б: 13.3, Ж: 3.7, У: 41.2
Ленивые голубцы | Порция: 360.0 г | К: 392.3, Б: 25.4, Ж: 27.0, У: 12.5
Курица пармезан в мультиварке | Порция: 288.6 г | К: 457.9, Б: 46.0, Ж: 5.5, У: 52.9
Салат из нута со шпинатом | Порция: 280.0 г | К: 667.1, Б: 31.4, Ж: 18.6, У: 99.6
Газировка с лаймом и тмином | Порция: 177.4 г | К: 71.5, Б: 0.4, Ж: 0.2, У: 18.8

ИТОГОВОЕ КБЖУ РАЦИОНА:
К: 2330.3, Б: 130.7, Ж: 65.6, У: 317.5
```

Рис. 4. Результат формирования дневного рациона в программном модуле

После расчёта целевых значений алгоритм выполнил подбор блюд из базы рецептов. В сформированный рацион вошли: на завтрак — овсянка с яблоком и банановый смузи с маракуйей, на обед — суп из красной чечевицы и ленивые голубцы, на ужин — курица пармезан в мультиварке, салат из нута со шпинатом и газировка с лаймом и тмином. Для каждого блюда указана порция в граммах.

В тестовом примере алгоритм хорошо совпал с целевой калорийностью и жирами. При этом по белкам получился недобор, а по углеводам — превышение. Такой пример хорошо показывает практическую сложность задачи: рацион может совпадать с нормой по калориям, но при этом отличаться по отдельным макронутриентам. Поэтому при дальнейшем улучшении алгоритма важно усиливать влияние белков и углеводов в функции отклонения, чтобы система подбирала не только калорийно подходящее, но и более сбалансированное меню.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен автоматический подбор рациона с учётом КБЖУ и ограничений пользователя. В отличие от обычного хранения рецептов, такой подход предполагает последовательную обработку данных пользователя: сначала рассчитываются целевая калорийность, белки, жиры и углеводы, затем исключаются неподходящие блюда, после чего система формирует рацион по приёмам пищи.

Практический пример показал, что автоматизированный подбор позволяет быстро получить готовое меню без ручного перебора рецептов и пересчёта пищевой ценности каждого блюда. При этом сформированный рацион не следует рассматривать как медицинское назначение. Система может использоваться как инструмент поддержки планирования питания, но не заменяет врача или диетолога. Это особенно важно для пользователей с ограничениями по здоровью, например при диабете, гипертонии или гастрите. В таких случаях итоговое меню должно применяться

осторожно, а окончательное решение должно приниматься с учётом рекомендаций специалиста.

Качество подбора зависит от полноты базы рецептов, точности сведений о пищевой ценности блюд и корректности данных, введённых пользователем. Если для выбранного типа питания доступно мало рецептов, системе сложнее найти вариант, который одновременно подходит по калорийности, белкам, жирам, углеводам и ограничениям. В дальнейшем систему стоит развивать за счёт расширения базы рецептов, уточнения фильтров и более точной настройки функции отклонения.

БИБЛИОГРАФИЧСЕКИЙ СПИСОК

1. Hungryroot : websait. – New York, USA. – URL: https://www.hungryroot.com/ (дата обращения: 26.05.2026).
2. Eat This Much : websait. – URL: https://www.eatthismuch.com/ (дата обращения: 26.05.2026).
3. Plan To Eat : websait. – URL: https://www.plantoeat.com/ (дата обращения: 26.05.2026).
4. Calorie Tracker & BMR Calculator // MyFitnessPal : websait. – URL: https://www.myfitnesspal.com/ (дата обращения: 26.05.2026).
5. Vue.js. Introduction : framework. – URL: https://vuejs.org/guide/introduction (дата обращения: 26.05.2026).
6. PHP Manual. FastCGI Process Manager : interface. – URL: https://www.php.net/manual/en/install.fpm.php (дата обращения: 26.05.2026).
7. Symfony Docs. Pushing Data to Clients Using the Mercure Protocol : websait. - URL: https://symfony.com/doc/current/mercure.html (дата обращения: 26.05.2026).
8. Формула Миффлина-Сан Жеора // РЛС : сайт. – URL: https://www.rlsnet.ru/med-calculators/gastroenterologiya-i-gepatologiya/formula-mifflina-san-zeora-52 (дата обращения: 26.05.2026).
9. Caloric Restriction, Energy Balance and Healthy Aging // PubMed Central : websait. – URL: https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC8496353/ (дата обращения: 26.05.2026).
10. TDEE Macro Calculator // HASfit : websait. – URL: https://hasfit.com/tdee-macro-calculator/ (дата обращения: 26.05.2026).
11. Планируем здоровое питание самостоятельно // Роспотребнадзор : сайт. – URL: https://04.rospotrebnadzor.ru/index.php/san-nadzor/2015-10-01-05-48-10/9706-13092018.html (дата обращения: 26.05.2026).
12. Healthy diet // WHO : websait. – URL: https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/healthy-diet (дата обращения: 26.05.2026).
13. Dantzig, G.B. Linear Programming and Extensions / G.B. Dantzig // RAND : websait. – URL: https://www.rand.org/content/dam/rand/pubs/reports/2007/R366part1.pdf (дата обращения: 26.05.2026).
14. Dietary Reference Intakes for Energy, Carbohydrate, Fiber, Fat, Fatty Acids, Cholesterol, Protein, and Amino Acids // National Academies Press : websait. – URL: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK208874/ (дата обращения: 26.05.2026).
15. Dooren, C.A. van. Review of the Use of Linear Programming to Optimize Diets, Nutritiously, Economically and Environmentally / C.A. van Dooren // Frontiers in Nutrition : websait. – URL: https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC6021504/ (дата обращения: 26.05.2026).

Сведения об авторах:
Седых Ирина Александровна
доктор технических наук, профессор кафедры автоматизированных систем управления,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
ORCID 0000-0003-0012-8103
e-mail: sedykh-irina@yandex.ru

Первеева Елизавета Юрьевна
студент кафедры автоматизированных систем управления
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.

Information about the authors:
Sedykh Irina Alexandrovna
Doctor of Technical Sciences,
Professor of the Department of Automated Control Systems
Lipetsk State Technical University
398055, Russia, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.
ORCID 0000-0003-0012-8103
email: sedykh-irina@yandex.ru

Perveeva Elizaveta Yurievna
Student of the Department of Automated Control Systems
Lipetsk State Technical University
398055, Russia, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

DOI 10.53015/30343275_2026_2_50
УДК 621.98.043

П.И. ЗОЛОТУХИН, И.А. ПУГАЧЕВ

АНАЛИЗ ВЫТЯЖКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ДЕТАЛИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

Аннотация: Рассмотрены две традиционные методики теории и технологии листовой штамповки, используемые для оценки возможности вытяжки цилиндрической детали за одну операцию: по величине максимальных растягивающих напряжений и по коэффициентам вытяжки. Рассчитаны напряжения и коэффициенты вытяжки в конкретном технологическом процессе. Используемые методики дают противоположные выводы о возможности вытяжки за одну операцию. Для принятия окончательного решения выполнено компьютерное моделирование технологии вытяжки в программном комплексе SIMUFACT Forming, использующем метод конечных элементов (МКЭ).

Ключевые слова: листовая штамповка металла, вытяжка, растягивающие напряжения, сопротивление металла деформации, компьютерное моделирование, метод конечных элементов.

P.I. ZOLOTUKHIN, I.A. PUGACHEV

DRAWING A CYLINDRICAL PART USING COMPUTER MODELING: ANALYSIS

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

Abstract: Two traditional methods of sheet stamping theory and technology used to evaluate the possibility of drawing a cylindrical part in one operation are considered: by the magnitude of the maximum tensile stresses and by the coefficients of drawing. The stresses and the coefficients of drawing in a specific technological process are calculated. The methods used give opposite conclusions about the possibility of drawing in one operation. To make a final decision, the drawing technology was computer modeled in the SIMUFACT Forming software package using the finite element method (FEM).

Keywords: sheet metal stamping, drawing, tensile stresses, metal resistance to deformation, computer modeling, finite element method.

ВВЕДЕНИЕ

Вытяжка является одной из основных формоизменяющих операций листовой штамповки. С использованием этой технологической операции в штамповочных цехах машиностроительных предприятий производят широкую номенклатуру деталей из стального листового проката толщиной от 0,4 мм до 4 мм. При вытяжке в зависимости от напряженно-деформированного состояния металла на рассматриваемом участке заготовки возникает опасность образования складок или разрушения. Поэтому анализ напряжений и деформаций в конкретном технологическом процессе является актуальной проблемой.

На рис. 1 представлена последовательность изменения формы заготовки при вытяжке цилиндрической детали без фланца. Обозначения на рис. 1: D и R_0 – соответственно диаметр и радиус исходной заготовки; s – толщина металла; R – текущий (уменьшающийся в процессе деформации) радиус фланца; $h_{пр}$ – промежуточная (увеличивающаяся) высота заготовки; $r_м$ и $r_п$ – соответственно радиусы матрицы и пуансона; d и r – соответственно наружный диаметр и радиус детали; h – высота готовой детали; $П$ – припуск на обрезку (удаляется после вытяжки).

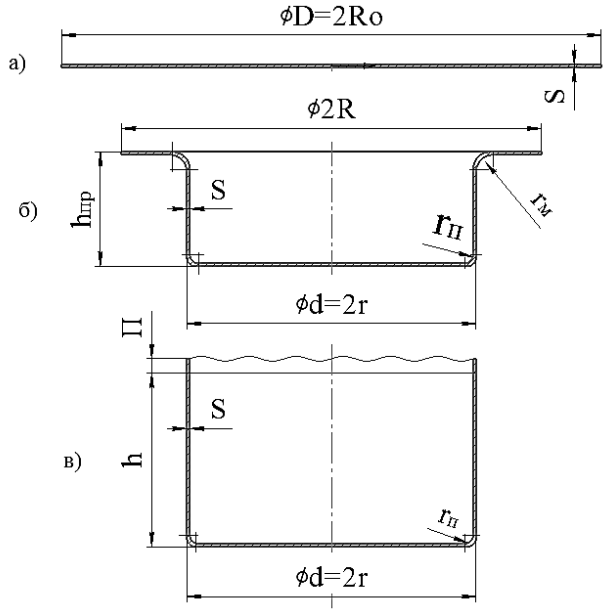


Рис. 1. Эскизы заготовки: а и б – соответственно исходное и промежуточное состояние заготовки; в – заготовка после окончания вытяжки

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

На рис. 2 показаны детали штампа и промежуточный этап вытяжки с разбиением заготовки на отдельные зоны. Обозначения на рис. 2: 1 – деформируемая заготовка; 2 – прижим; 3 – матрица; 4 – пуансон; I – фланец; II – поворот металла на радиусе закругления матрицы $r_м$; III – вертикальная стенка; IV – поворот металла на радиусе закругления пуансона $r_п$; V – дно; Q – усилие прижима; P – усилие вытяжки; $\sigma_{\rho\max}$ – максимальное нормальное растягивающее напряжение, действующее на вертикальной стенке заготовки. В зонах I и II деформация пластическая; в зонах III, IV и V – упругая.

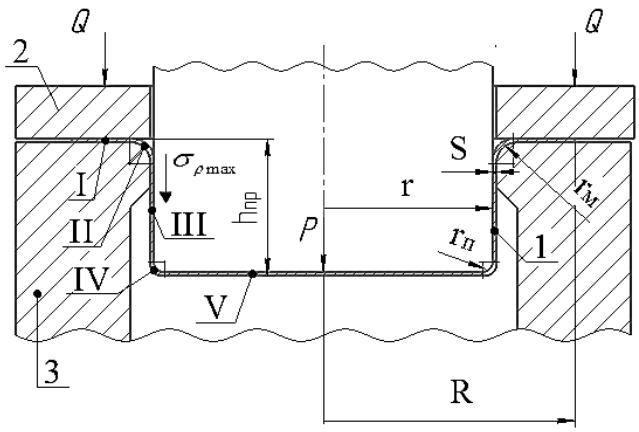


Рис. 2. Схема промежуточного этапа вытяжки с разбиением заготовки на отдельные зоны

Для того чтобы не было разрушения металла на вертикальной стенке заготовки (в зоне III), необходимо выполнение условия:

$$\sigma_{\rho\max} < \sigma_s, \qquad (1)$$

где σ_s – сопротивление металла деформации (нормальное напряжение, при котором металл деформируется пластически). При выполнении условия (1) на вертикальной стенке деформация упругая и, следовательно, нет утонения металла с последующим разрушением.

В настоящей работе для анализа процесса пластической деформации металла при вытяжке были использованы следующие методы:

– алгоритм расчета напряжений, использующий классический упрощенный метод теории обработки металлов давлением: совместное решение уравнения равновесия с условием пластичности;

– практические рекомендации по определению давления прижима и коэффициентов вытяжки;

– компьютерное моделирование процесса вытяжки в программном комплексе, основанном на методе конечных элементов (МКЭ).

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТЫ

Для расчета напряжений $\sigma_{\rho\max}$ использовали формулу [1]:

$$\sigma_{\rho\max} = \sigma_s \left(\ln\frac{R}{r_{ср}} + \frac{\mu Q}{\pi R s \sigma_s} + \frac{s}{2r_м + s} \right)(1 + 1{,}6\mu), \qquad (2)$$

где $r_{ср} = d_{ср}/2$ – соответственно средний радиус и диаметр цилиндрической части заготовки, $d_{ср} = d - s$; μ – коэффициент трения. Формула (2) получена с использованием основных положений теории пластичности и теории обработки металлов давлением.

Усилие прижима Q рассчитывали по формуле [2]:

$$Q = q \cdot F_{пр}, \qquad (3)$$

где q – давление под прижимом;

$F_{пр}$ – площадь прижима фланца заготовки;

$$F_{пр} = \pi \cdot (R^2 - (r + r_м)^2). \qquad (4)$$

Для мягких низкоуглеродистых сталей при толщине металла s > 0,5 мм можно принять q = 2,0…2,5 МПа [2].

Сопротивление металла холодной деформации σ_s главным образом зависит от марки стали и величины деформации ε [1]. Влияние скорости деформации ξ незначительно. Заготовка в исходном состоянии холодная (температура $t \approx$ 20 °С) и деформационный разогрев металла при листовой штамповке незначителен.

По известному значению максимального растягивающего напряжения $\sigma_{\rho\max}$ можно рассчитать усилие (силу) вытяжки [1]:

$$P = \sigma_{\rho\max} \cdot \pi \cdot d_{ср} \cdot s. \qquad (7)$$

Для вытяжки широко применяется сталь марки 08кп. В отечественной литературе имеются данные о зависимости σ_s от ε для этой стали [5].

В данной работе выполняли сравнение результатов расчета напряжений при вытяжке по традиционной методике по формуле (2) с компьютерным моделированием в программном комплексе SIMUFACT Forming [6]. В базе данных материалов этой программы имеется сталь DC04, которая является аналогом отечественной стали 08кп. Для удобства расчетов кривую упрочнения стали DC04 (рис. 3) аппроксимировали уравнением регрессии

$$\sigma_s = 423{,}647 \cdot \varepsilon^{0{,}022} \cdot \exp(-0{,}037/\varepsilon). \qquad (5)$$

Коэффициент корреляции этого уравнения близок к единице. Уравнение статистически значимо с вероятностью 0,95.

При анализе процесса вытяжки логарифмическая деформация металла на вертикальной стенке заготовки (зона III на рис. 2) складывается из деформации металла на фланце (зона I) и деформации изгиба на кромке матрицы (зона II) [1]:

$$\varepsilon = \ln(R_0 / R) + \ln((r_м + s)/((r_м + s/2)). \qquad (6)$$

Выполним анализ возможности вытяжки за одну операцию по выполнению условия (1) для следующих исходных данных: наружный диаметр детали d = 114 мм; толщина металла s = 0,8 мм; высота детали h = 52 мм; радиус закругления у дна r_n = 2 мм; коэффициент трения μ = 0,07 (применяется эффективная технологическая смазка); марка стали DC04 (отечественный аналог 08кп); давление под прижимом на фланце заготовки q = 2,3 МПа; радиус закругления матрицы $r_м = 6 \cdot s$ = 4,8 мм.

Назначим припуск на обрезку вытянутой заготовки $П$ в зависимости от высоты детали h = 52 мм и отношения среднего диаметра детали $d_{ср} = 114 - 0,8 = 113,2$ мм к высоте h: $h / d_{ср} = 52 / 113,2 = 0,46$. При этих параметрах $П$ = 5 мм [2].

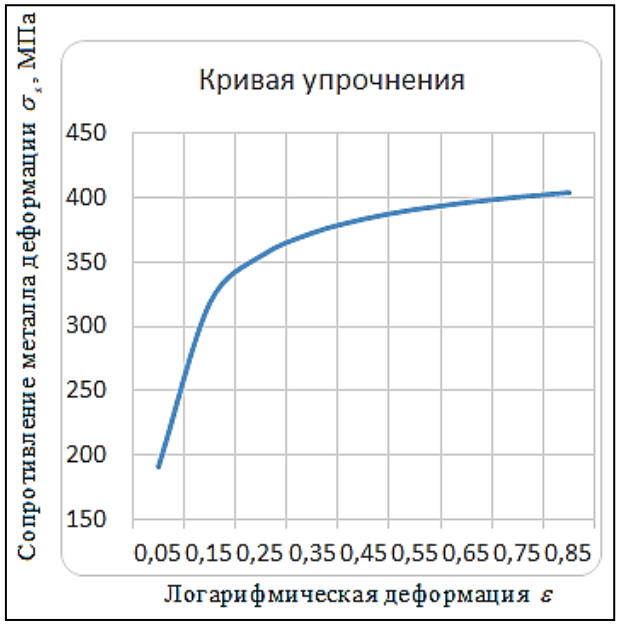


Рис. 3. Кривая упрочнения стали DC04 (t = 20°C, ξ = 63 1/с)

Расчет диаметра исходной заготовки D производится из условия получения заготовки после вытяжки высотой $h + П = 52 + 5 = 57$ мм и условия равенства площадей поверхности исходной плоской заготовки и заготовки после вытяжки. Площадь вытянутой заготовки рассчитывается по средней линии. Для рассматриваемого примера получили D = 195,1 мм (рис. 4).

Диаметр исходной заготовки D, мм			195,1				
Полная высота заготовки по этапам h_пр, мм	Высота цилиндрической части заготовки по этапам h_ц, мм	Радиус края фланца R, мм	Сопротивление металла деформации sigm_s, МПа	Нормальное напряжение sigm_ro_max, МПа	Степень деформации eps	Усилие вытяжки P, кН	sigm_s / sigm_ro_max
9,5	1,1	94,2	287,3	199,4	0,11	56,7	1,44
18,4	10,0	88,7	327,4	201,8	0,17	57,4	1,62
27,3	18,9	82,8	351,3	187,0	0,24	53,2	1,88
36,2	27,8	76,5	367,6	160,6	0,32	45,7	2,29
45,1	36,7	69,6	379,7	123,1	0,41	35,0	3,08
53,0	44,6	62,9	388,5	79,0	0,51	22,5	4,92

Рис. 4. Результаты поэтапного расчета напряжений при вытяжке с использованием упрощенной теоретической методики

При поэтапном анализе задавали высоту заготовки на каждом этапе $h_{пр}$, а радиус края фланца R рассчитывали из условия неизменности площади поверхности заготовки. Остальные параметры, представленные на рис. 4, рассчитывали по формулам (2)–(7). Из анализа расчетных данных (рис. 4) следует, что на всех этапах деформирования условие (1) выполняется, следовательно, утонения и разрушения металла на вертикальной стенке не будет.

На первом наиболее неблагоприятном этапе вытяжки значение σ_s значительно превышает величину $\sigma_{\rho\max}$: $\sigma_s / \sigma_{\rho\max}$=1,44 (см. рис. 4). Это соотношение получено при использовании эффективной технологической смазки и, следовательно, малом коэффициенте трения μ = 0,07. При отсутствии смазки μ = 0,2. Расчеты показали, что при этом значении μ на первом этапе вытяжки отношение $\sigma_s / \sigma_{\rho\max}$ = 1,09, то есть растягивающие напряжения $\sigma_{\rho\max}$ значительно увеличиваются.

Для оценки возможности вытяжки листового металла за одну операцию также применяют методику, основанную на практических рекомендациях по допустимым коэффициентам вытяжки. По этой методике вытяжка возможна при выполнении условия [2]:

$$m \geq [m_1], \qquad (8)$$

где $m = d_{ср} / D$ – расчетный коэффициент вытяжки; $[m_1]$ – минимально допустимый коэффициент вытяжки на первой операции;

$$[m_1] = [m_1]' \cdot K_в, \qquad (9)$$

$[m_1]'$ – табличный коэффициент вытяжки; $K_в$ – уточняющий параметр, рассчитываемый по формуле [3]:

$$K_в = 1,903 - 0,073 \cdot h_э - 0,34 \cdot s + 0,018 \cdot h_э \cdot s, \qquad (10)$$

$h_э$ – глубина сферической лунки при испытании по Эриксену [4].

Для рассматриваемого примера при $100 \cdot s / D = 100 \cdot 0,8 / 195,1 = 0,41$ и $r_м$ = 6·s коэффициент $[m_1]'$ = 0,57 [2]. Таблицы со значениями $[m_1]'$ приведены в технологических справочниках по

листовой штамповке. Эти данные во многом являются обобщением производственного опыта.

Для стали марки 08кп примем способность к вытяжке ВГ (весьма глубокая), и при s = 0,8 мм глубина лунки $h_э$ = 10 мм [4]. Расчет по формуле (10) дает значение параметра $K_в$ = 1,045, и при расчете по формуле (9) получаем значение допустимого коэффициента вытяжки $[m_1]$ = 0,60.

Коэффициент вытяжки расчетный $m = d_{ср} / D = (114 - 0{,}8) / 195{,}1 = 0{,}58$.

Условие (8) не выполняется, следовательно, по методике, использующей коэффициенты вытяжки, штамповка за одну операцию невозможна.

Для рассмотренного технологического примера по двум использованным традиционным методикам (упрощенная теоретическая и практическая), основанным на использовании условий (1) и (8) получены разные выводы о возможности вытяжки за одну операцию. В этом случае следует выполнить компьютерное моделирование процесса штамповки в программе, использующей метод конечных элементов (МКЭ). В настоящее время это наиболее точный метод анализа пластической деформации металла.

В данной работе процесс вытяжки моделировали в приложении Sheet Metal Forming программного комплекса SIMUFACT Forming [6]. Исходные данные для моделирования: марка стали DC04 (отечественный аналог 08кп); d = 114 мм; s = 0,8 мм; высота заготовки после вытяжки $h_з$ = 57 мм (высота детали плюс припуск на обрезку); $r_п$ = 2 мм; μ = 0,07; усилие прижима Q = 40,7 кН (назначено из условия, что давление под прижимом на фланце заготовки q составляет примерно 2,3 МПа); $r_м$ = 4,8 мм; количество слоев сетки МКЭ по толщине металла заготовки равно 3.

3D-модель инструмента и деформируемой заготовки приведена на рис. 5. На рис. 6 представлены результаты расчета усилия вытяжки. Максимальное усилие составляет примерно 64 кН при высоте вытянутой заготовки (равной перемещению пуансона) примерно 20–24 мм. Это достаточно близко к результатам расчетов по упрощенной инженерной методике – максимальное усилие равно 57,4 кН (см. таблицу на рис. 4).

Максимальному усилию вытяжки соответствуют наибольшие растягивающие напряжения, действующие на вертикальной стенке заготовки. Поэтому анализ диаграммы предельной

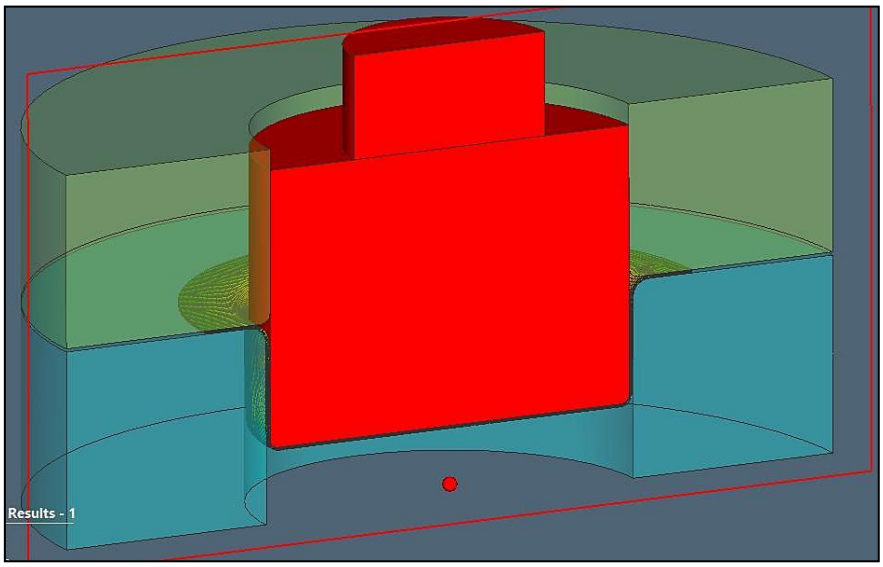


Рис. 5. 3D-модель инструмента (пуансон, прижим, матрица) и деформируемой заготовки

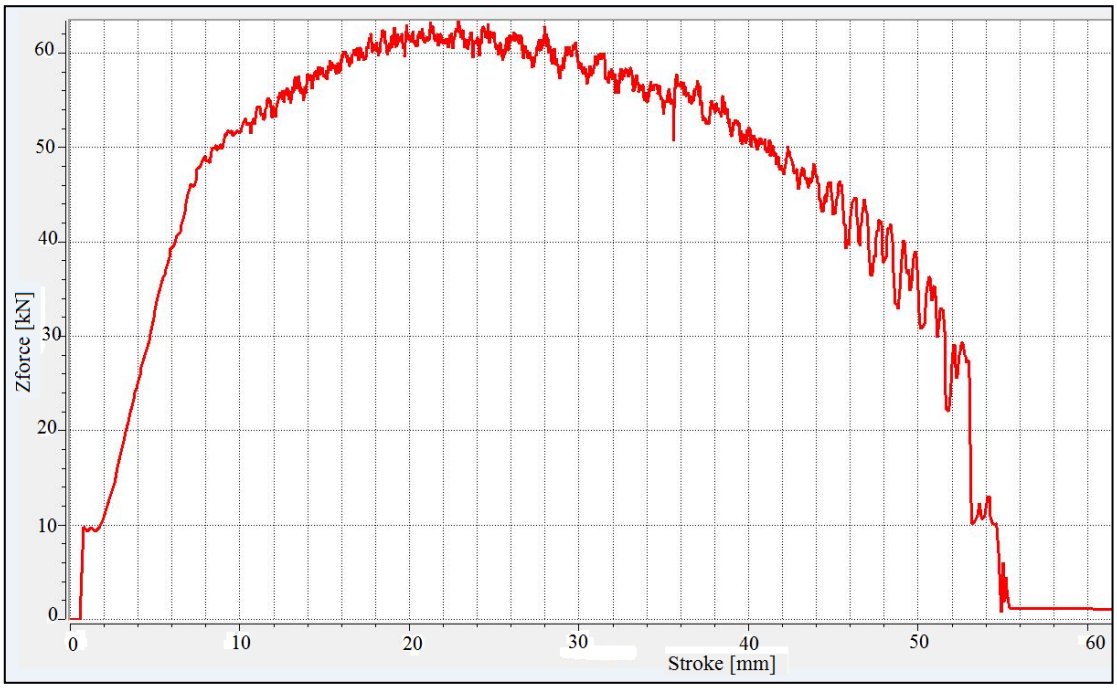


Рис. 6. График изменения усилия вытяжки в зависимости от перемещения пуансона

формуемости выполнен при высоте заготовки 23 мм (см. рис. 7). Из диаграммы видно, что заготовка на закруглении матрицы, вертикальной стенке и закруглении у дна окрашены в зеленый цвет. На диаграмме это зона «safe» – безопасная. Фиолетовым цветом окрашен фланец заготовки. Это зона «strong wrinking tendency» – сильная склонность к

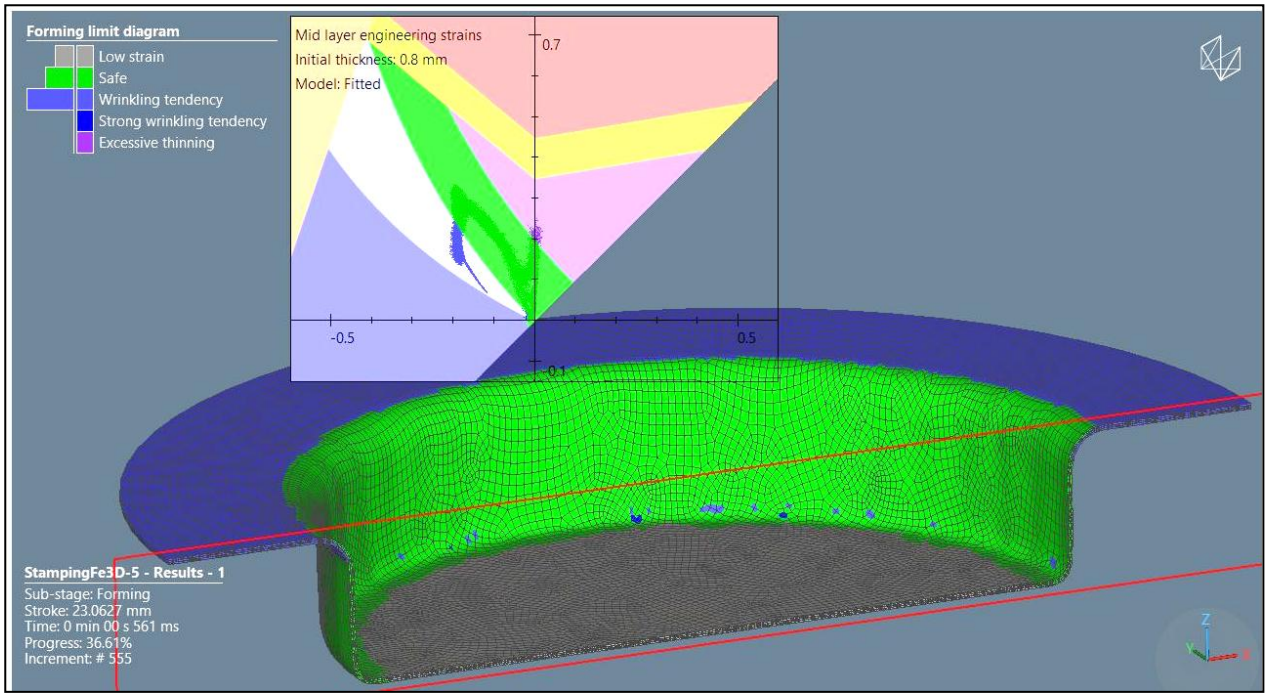


Рис. 7. Диаграмма предельной формуемости при высоте заготовки 23 мм

складкообразованию. Но для предотвращения складок на фланце в штампе используется прижим (см. рис. 2, 5). Металл на дне заготовки практически

не деформируется. Он соответствует зоне «low strain» – низкие деформации. Таким образом, во всех зонах заготовки на этом наиболее опасном этапе вытяжки не будет утонения металла и, следовательно, его разрушения, а также образования складок.

При высоте заготовки 23 мм примерная величина сопротивления деформации (предела текучести) металла и растягивающих напряжений на вертикальной стенке заготовки составляют соответственно 340 МПа и 160 МПа.

На рис. 8 представлена заготовка в конце процесса вытяжки с результатами расчета изменения толщины металла. Высота заготовки равна 57 мм. Заданное перемещение пуансона

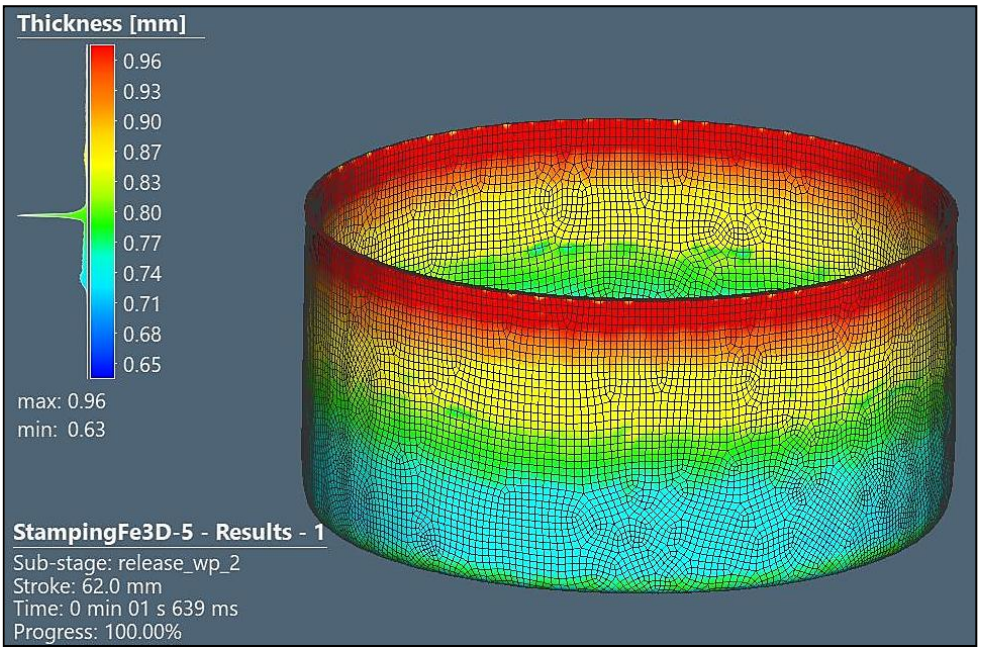


Рис. 8. Заготовка в конце процесса вытяжки с результатами расчета изменения толщины металла

равно 62 мм для гарантированного проталкивания заготовки в отверстие матрицы.

Полученная заготовка не имеет складок и зон с чрезмерным утонением металла, то есть по результатам компьютерного моделирования процесса деформации вытяжка за одну операцию по рассмотренной технологии возможна.

ВЫВОДЫ

Рассмотрены три метода оценки возможности вытяжки осесимметричной детали за одну операцию: упрощенная теоретическая методика, практические рекомендации на основе допустимого коэффициента вытяжки и компьютерное моделирование в программе, основанной на использовании МКЭ. С использованием этих трех методик выполнен анализ конкретного технологического процесса штамповки. Теоретический расчет и компьютерное моделирование показали, что штамповка за одну операцию возможна.

В настоящее время компьютерное моделирование является наиболее точным методом анализа процессов пластической деформации металла. Однако следует помнить, что окончательный вывод о возможности реализации технологии можно сделать только после опытной штамповки металла в реальных производственных условиях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Попов, Е.А.** Основы теории листовой штамповки : учебник / Е.А. Попов. – Москва : Машиностроение, 1977. – 278 с.

2. Справочник конструктора штампов : листовая штамповка / В.Л. Марченко, Л.И. Рудман, А.И. Зайчук [и др.] ; под ред. Л.И. Рудмана. – Москва : Машиностроение, 1988. – 496 с.

3. **Золотухин, П.И.** Автоматизированное проектирование технологии листовой штамповки деталей с использованием вытяжки / П.И. Золотухин, А.В. Москвин // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2023. – № 4 (53). – С. 70-76.

4. ГОСТ 9543-93. Прокат тонколистовой холоднокатаный из низкоуглеродистой качественной стали для холодной штамповки. Технические условия : международный стандарт : издание официальное : утвержден и введен в действие Постановлением Комитета российской Федерации по стандартизации, метрологии и сертификации от 20.02.96 № 67 : взамен ГОСТ 9045-80 : введ. 1997-01-01. – Минск : Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 1993. – 10 с.

5. **Третьяков, А.В.** Механические свойства металлов и сплавов при обработке давлением : справочник / А.В. Третьяков, В.И. Зюзин. – 2-е изд. – Москва : Металлургия, 1973. – 224 с.

6. **Hexagon.com** : Website. – Stockholm, Sweden.1975-…. – URL : https://hexagon.com/products/simufact-forming (дата обращения: 13.01.2026).

Сведения об авторах:

Золотухин Павел Иванович
кандидат технических наук, заведующий кафедрой оборудования и процессов машиностроительных производств,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк, ул. Московская, д. 30.
e-mail: zolotyhinpi@rambler.ru

Пугачев Игорь Александрович
доцент кафедры оборудования и процессов машиностроительных производств,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк, ул. Московская, д. 30.
e-mail: polymetc@rambler.ru

Information about the authors:

Zolotukhin Pavel Ivanovich
Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Equipment and Processes
of Machine-building Industries,
Lipetsk State Technical University.
3988055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.
e-mail: zolotyhinpi@rambler.ru

Pugachev Igor Alexandrovich
Associate Professor of the Department of Equipment and Processes
of Machine-building Industries,
Lipetsk State Technical University.
3988055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.
e-mail: polymetc@rambler.ru

DOI 10.53015/30343275_2026_2_59
УДК 539.3

Д.А. ИВАНЫЧЕВ, Д.И. БАЛЫКИН, Д.В. ЕЗДАКОВА

РЕШЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ МАССОВЫХ СИЛ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

Аннотация: В работе представлена математическая модель построения напряженно-деформированного состояния для трансверсально-изотропных тел вращения, находящихся в условиях первой основной задачи теории упругости, когда на поверхности тела заданы внешние силы, изменяющиеся с течением времени по гармоническому закону. Для решения поставленной задачи использован метод граничных состояний, идея которого заключается в построении пространств внутренних и граничных состояний. Элементы пространства внутренних состояний включают в себя перемещения внутренних точек области, деформации и напряжения. Элементы пространства граничных состояний включают в себя перемещения точек границы и усилия на границе тела. После построения конечномерного базиса внутренних состояний следует его ортогонализация, и искомое состояние раскладывается в ряд Фурье по элементам этого базиса.

Приведено решение первой основной задачи теории упругости для трансверсально-изотропного кругового цилиндра, к боковой поверхности которого приложены осесимметричные усилия, изменяющиеся на конечном интервале времени по закону синуса. Характеристики напряженно-деформированного состояния имеют полиномиальный вид и представлены в графическом виде.

Ключевые слова: первая основная задача, метод граничных состояний, задача о подвижной нагрузке, трансверсально-изотропные тела, осесимметричные задачи.

D.A. IVANYCHEV, D.I. BALYKIN, D.V. EZDAKOVA

SOLVING THE FUNDAMENTAL PROBLEMS OF ELASTICITY THEORY INVOLVING BODY FORCES

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

Abstract: the paper presents a mathematical model for constructing the stress-strain state of transversely isotropic bodies of revolution subject to the first fundamental problem of elasticity theory, where external forces varying harmonically over time are specified on the surface of the body. To solve this problem, the boundary state method is used, which involves constructing spaces of internal and boundary states. Elements of the internal state space include displacements of internal points of the domain, strains, and stresses. Elements of the boundary state space include displacements of boundary points and forces at the boundary of the body. After constructing a finite-dimensional basis of internal states, it is orthogonalized, and the desired state is expanded in a Fourier series in terms of the elements of this basis.

The paper presents a solution to the first fundamental problem of elasticity theory for a transversely isotropic circular cylinder, to whose lateral surface axisymmetric forces varying over a finite time interval according to a sine law are applied. The stress-strain state characteristics have a polynomial form and are presented graphically.

Keywords: first fundamental problem, boundary state method, moving load problem, transversely isotropic bodies, axisymmetric problems.

1. Постановка задачи

Рассматривается упругое трансверсально-изотропное конечное и односвязное тело вращения с осью анизотропии, совпадающей с геометрической осью симметрии *z* (рис. 1). Требуется определить напряженно-деформированное состояние, возникающее в теле под действием заданной на границе подвижной нагрузки $\mathbf{p} = \{p_r(r,z,c,t), p_z(r,z,c,t)\}$, которая изменяется с течением времени *t* с постоянной скоростью *c* вдоль координаты *z*. Тело занимает область *V*.

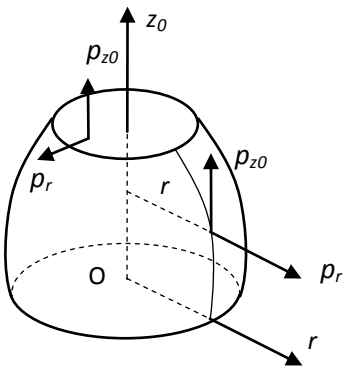


Рис. 1. Трансверсально-изотропное тело вращения

Вводя подвижную координату $z_0 = z - ct$, можно исключить время *t* из определяющих уравнений [1], и компоненты упругого поля будут зависеть только от двух переменных *r* и z_0.

2. Метод решения

Решение поставленной задачи строится средствами метода граничных состояний (МГС) [2]. В качестве базиса в пространстве внутренних состояний Ξ принимаются наборы:

$$\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3, ..., \xi_k, ...\};\ \xi_k = \{u_i^{(k)}, \varepsilon_{ij}^{(k)}, \sigma_{ij}^{(k)}\}.$$

Пространство граничных состояний *G*:

$$G = \{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, ..., \gamma_k, ...\};\ \gamma_k = \{u_{iv}^{(k)}, p_i^{(k)}\},$$

где $u_{iv}^{(k)}$ – перемещения точек границы тела; $p_i^{(k)}$ – усилия на границе.

В работе [1] методом интегральных наложений установлена зависимость между пространственным напряженно-деформированным состоянием упругого трансверсально-изотропного тела вращения и некоторыми вспомогательными двумерными состояниями, компоненты которого зависят от двух координат z_0 и *y* (переменных). Ось η перпендикулярна плоскости $z_0 y$. В качестве плоских вспомогательных состояний используется плоская деформация $\mathbf{u}^{pl} = \{u_y^{pl}, u_{z_0}^{pl}\}$, возникающая в бесконечных цилиндрах, имеющих в каждой точке плоскость упругой симметрии, параллельную плоскости *zy* (направление η).

Переход к осесимметричному пространственному состоянию в цилиндрических координатах осуществляется по зависимостям:

$$\sigma_{z_0} = \frac{1}{\pi}\int_{-r}^{r} \frac{\sigma_{z_0}^{pl}}{\sqrt{r^2 - y^2}} dy;\ \sigma_{z_0 r} = \frac{1}{\pi}\int_{-r}^{r} \frac{\sigma_{z_0 y}^{pl}}{r\sqrt{r^2 - y^2}} dy;\ \tau_{z_0\theta} = \tau_{r\theta} = 0;$$

$$\sigma_r-\sigma_\theta=\frac{1}{\pi}\int_{-r}^{r}\frac{(\sigma_y^{pl}-\sigma_\eta^{pl})(2y^2-r^2)}{r^2\sqrt{r^2-y^2}}dy;\ \sigma_r+\sigma_\theta=\frac{1}{\pi}\int_{-r}^{r}\frac{(\sigma_y^{pl}+\sigma_\eta^{pl})}{\sqrt{r^2-y^2}}dy; \quad (1)$$

$$u=\frac{1}{\pi}\int_{-r}^{r}\frac{u_y^{pl}}{r\sqrt{r^2-y^2}}dy;\ w=\frac{1}{\pi}\int_{-r}^{r}\frac{u_{z_0}^{pl}}{r\sqrt{r^2-y^2}}dy;\ v=0.$$

Деформации можно вычислить через соотношения Коши (2).

Общее решение плоской задачи как основа для перехода к пространственному состоянию имеет вид [1]:

$$u_{z_0}^{pl}=\mathrm{Re}[p_1^0\varphi_1(\varsigma_1)+p_2^0\varphi_2(\varsigma_2)]; \quad (2)$$

$$u_y{}^{pl}=\mathrm{Re}[iq_1^0\varphi_1(\varsigma_1)+iq_2^0\varphi_2(\varsigma_2)];$$

$$p_j^0=p_j-g\gamma_j;\ q_j^0=q_j-g\gamma_j;\ g=\rho\Delta c^2/(2G_rE_{z_0});\ \Delta=1-\nu_r-2\nu_{z_0}^2\frac{E_r}{E_{z_0}},$$

где: q_j и p_j – комплексные константы (определены упругими параметрами материала), $\varsigma_j=z_0/\gamma_j+iy$, γ_j – различные комплексные корни характеристического уравнения [20]:

$$\left(1-\nu_{z_0}^2\frac{E_r}{E_{z_0}}\right)\gamma_i^4-\left[\frac{E_{z_0}}{G_{z_0}}-2\nu_{z_0}(1+\nu_{z_0})-\left(1-\nu_{z_0}^2\frac{E_r}{E_{z_0}}\right)\left(\frac{c^2\rho}{A_{11}}+\frac{c^2\rho}{G_{z_0}}\right)\right]\gamma_i^2+ \quad (3)$$

$$+\left(1-\nu_{z_0}^2\right)\frac{E_{z_0}}{E_r}\left(1-\frac{c^2\rho}{A_{33}}\right)\left(1-\frac{c^2\rho}{G_{z_0}}\right)=0,$$

функции $\varphi_j(\varsigma_j)$ – аналитические по своим переменным; c – скорость распространения возмущения.

Методика формирования базиса пространства внутренних состояний показана в работах [3, 4]. Для формирования множества плоских вспомогательных состояний последовательно функциям $\varphi_j(\varsigma_j)$ в (2) придаются значения:

$$\begin{pmatrix}\varphi_1(\varsigma_1)\\ \varphi_2(\varsigma_2)\end{pmatrix}\in\left\{\begin{pmatrix}\varsigma_1^n\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\\varsigma_2^n\end{pmatrix},\begin{pmatrix}i\varsigma_1^n\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\i\varsigma_2^n\end{pmatrix},\ldots\right\},n=1,2,3,\ldots \quad (4)$$

Переход от множества плоских вспомогательных состояний (2) к множеству пространственных состояний осуществляется по зависимостям (1), образуя тем самым конечномерный базис пространства внутренних состояний Ξ.

В случае гладкой границы оба пространства сопряжены изоморфизмом. По определению, каждому элементу $\xi_k\in\Xi$ соответствует единственный элемент $\gamma_k\in G$, причем это соответствие взаимно-однозначное: $\xi_k\leftrightarrow\gamma_k$. Это позволяет отыскание внутреннего состояния свести к построению изоморфного ему граничного состояния.

После построения базисов пространств состояний осуществляется их ортонормирование. Ортонормирование базиса пространства *G* осуществляется по разработанному рекурсивно-матричному алгоритму ортогонализации [5], где в качестве перекрестных скалярных произведений принимаются:

$$(\gamma^{(k)}, \gamma^{(l)}) = \int_S p_i^{(k)} p_i^{(l)} dS\,, \qquad (5)$$

где S – поверхность тела.

Ортонормированный базис пространства граничных состояний редуцируется из ортонормированного базиса пространства внутренних состояний как предельный переход к границе тела, учитывая, что усилия на границе $p_i = \sigma_{ij} n_i$.

В итоге решение представляет собой ряд Фурье:

$$\xi = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \xi_k \,.$$

В развернутом виде:

$$u_i = \sum_{k=1}^{\infty} c_k u_i^{(k)} \,;\; \varepsilon_{ij} = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \, \varepsilon_{ij}^{(k)} \,;\; \sigma_{ij} = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sigma_{ij}^{(k)} \,. \qquad (6)$$

В случае первой основной задачи, когда на границе тела заданы усилия p_{iv}, коэффициенты Фурье рассчитываются так:

$$c_k = \int_S p_{iv} p_i^{(k)} \, dS \,. \qquad (7)$$

Тестирование коэффициентов Фурье осуществляется подстановкой одного из базисных элементов с соответствующими усилиями на границе тела в качестве заданного, при этом должны выполняться условия $c_n = 1$, n – номер тестируемого элемента, остальные коэффициенты Фурье должны равняться нулю.

3. Решение задач

Последовательность решения задачи методом граничных состояний можно описать рядом следующих шагов.

1. Выбор объекта исследования и материала. Рассмотрим круговой в плане цилиндр из трансверсально-изотропной горной породы алевролита крупного темно-серого [6]. После процедуры обезразмеривания параметров задачи, аналогия которой представлена в работе [7], упругие характеристики материала составили: $E_{z_0} = 6.21$; $E_r = 5.68$; $G_r = 2.29$; $G_{z_0} = 2.55$; $\nu_{z_0} = 0.22$; $\nu_r = 0.24$ и цилиндр занимает область $V = \{(r, z_0) \mid \; 0 \le r \le 1, \; -2 \le z_0 \le 2\}$.

Плотность $\rho = 2.69$, скорость $c = 0.25$.

Область цилиндра представлена на рис. 2.

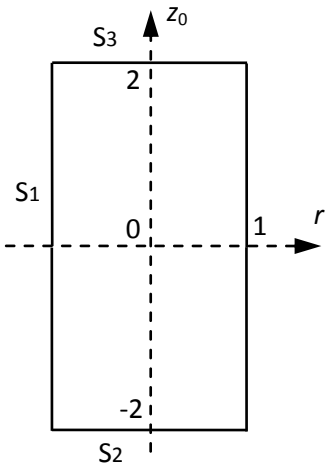


Рис. 2. Граничные условия к задаче для цилиндра

2. Постановка граничных условий. Рассмотрим приложенную к боковой поверхности цилиндра нагрузку, движущуюся с течением времени по закону синуса на конечном промежутке времени $0 \le t \le 20$:

$$p_r = \sin\frac{\pi}{2}(z - ct);\ \ p_z = 0,\ -2 \le z \le 2.$$

На торцовых поверхностях усилия отсутствуют.

Выполнив подстановку $z_0 = z - ct$, получим граничные условия в рассматриваемой задаче:

$$\mathbf{p}\big|_{S_1} = \{\sin\frac{\pi z_0}{2}, 0\},\ S_1\big|\ r = 1, -2 \le z_0 \le 2;$$

$$\mathbf{p}\big|_{S_2} = \{0,0\},\ S_2\big|\ z_0 = -2, 0 \le r \le 1;$$

$$\mathbf{p}\big|_{S_3} = \{0,0\},\ S_3\big|\ z_0 = 2, 0 \le r \le 1.$$

Если проводить решение задачи, используя граничные условия непосредственно в заданной форме, то полученное решение будет удовлетворять граничным условиям (с определенной погрешностью) лишь на области с $-2 \le z_0 \le 2$. После обратной параметризации при фиксированной координате $-2 \le z \le 2$ и увеличении времени будут наблюдаться односторонние осцилляции компонент напряженно-деформированного состояния, что не будет соответствовать поставленной задаче в гармонической форме.

Здесь необходимо представить функцию $p_r = \sin\left(\frac{\pi z_0}{2}\right)$ в виде степенного ряда:

$$p_r = \frac{\pi z_0}{2} + \frac{1}{2}\sum_{n=2}^{N} \frac{(-1)^{(n-1)}\pi^{(2n-1)} z_0^{(2n-1)}}{(2n-1)!4^n} \qquad (8)$$

и обеспечить его сходимость на конечном интервале времени $0 \le t \le 20$. При этом гарантированно не будет осцилляций, если удерживать 15 первых членов ряда, то есть последний член ряда имеет переменную z_0^{29}.

Если использовать полный ряд (8) в качестве граничных условий, то отыскать напряженное и деформированное состояние в рамках одной задачи, удовлетворяющее на границе заданным усилиям на принятом интервале времени, не представляется возможным. В данном случае возникает необходимость в использовании принципа независимости действия сил и, как следствие, в решении 15 отдельных краевых задач.

3. Вычисление комплексных параметров. Характеристическое уравнение (3) имеет четыре комплексно-сопряженных корня:

$$\gamma_1 = -0.9834 - 0.1559i\,;\ \gamma_2 = -0.9834 + 0.1559i\,;$$
$$\gamma_3 = 0.9834 - 0.1559i\,;\ \gamma_2 = 0.9834 + 0.1559i\,.$$

В решении используется два корня с положительной вещественной частью:

$$\gamma_1 = 0.9834 - 0.1559i\,;\ \gamma_2 = 0.9834 + 0.1559i\,.$$

4. Формирование базиса пространства внутренних состояний. Придавая функциям φ_1 и φ_2 в общем решении (2) последовательно значения (4) получаем множество плоских вспомогательных состояний. По интегральным зависимостям (1) строим множество трехмерных осесимметричных состояний для трансверсально-изотропной среды. Это множество представляет собой исходный базис пространства внутренних состояний Ξ.

5. Ортонормирование базиса внутренних состояний. На данном этапе вводится геометрия области. Ортонормирование базиса пространства Ξ осуществляется по разработанному рекурсивно-матричному алгоритму ортогонализации [5], где в качестве перекрестных скалярных произведений принимается (5). Алгоритм основан на процессе Грама – Шмидта, переписанном в форме, использующей лишь перекрестные скалярные произведения элементов исходного базиса, которые сведены в матрицу Грама. Если в процессе ортогонализации на *k*-ом шаге встречается некоторый элемент базиса внутренних состояний ξ_k, алгоритм на этом шаге выдаст «0» (нулевое), если этот элемент является линейной комбинацией элементов $\xi_1, \ldots, \xi_{k-1}$. Для сохранения ортогональности выходных элементов и для предотвращения деления на ноль при ортонормировании алгоритм делает проверку на нулевые элементы и исключает их. На их место идут следующие элементы исходного базиса внутренних состояний и процесс повторяется.

В табл. 1 приведены выражения для компонент вектора перемещения ортонормированного базиса внутренних состояний (показано 6 элементов).

Таблица 1

Перемещения ортонормированного базиса

N	u	w
ξ_1	$0.0726r$	$-0.1378z_0$
ξ_2	$-0.02138r$	$-0.09948z_0$
ξ_3	$0.0399rz_0$	$0.01784r^2 - 0.0389z_0^2$
ξ_4	$-0.04493rz_0$	$0.04167r^2 - 0.0021z_0^2$
ξ_5	$r(-0.0588 - 0.0086r^2 + 0.0339z_0^2)$	$z_0(0.2197 + 0.0328r^2 - 0.0227rz_0^2)$
ξ_6	$r(0.0625 - 0.0082r^2 - 0.0466z_0^2)$	$z_0(0.0124 + 0.0737r^2 - 0.0017z_0^2)$

6. Построение ортонормированного базиса граничных состояний. Ортонормированный базис Γ редуцируется из ортонормированного базиса внутренних состояний. Перемещения точек границы в базисных элементах пространства граничных состояний являются предельными значениями таковых в базисных элементах пространства внутренних состояний, а усилия на границе вычисляются через напряжения: $p_i = \sigma_{ij} n_i$.

7. Вычисление коэффициентов Фурье (7). На этом этапе впервые используются заданные усилия на границе, и решается определенная краевая задача. Как было сказано выше, исходная задача о подвижной нагрузке требует решения пятнадцати краевых задач статики.

На боковой поверхности цилиндра в первой задаче при $n=1$ ГУ: $p_r = z_0/2$ и $p_{z_0} = 0$. В этой и последующих задачах граничные условия на торцовых поверхностях (границы S_2 и S_3) остаются без изменений. Т. к. максимальная амплитуда заданной нагрузки равна единице, то с целью обеспечения единого порядка вычислений в каждой задаче на боковой поверхности будем задавать функцию вида $p_r = z_0^{(2n-1)}/2^{(2n-1)}$. Знаки и добавочные коэффициенты при членах ряда (8) будут учитываться в окончательном решении.

Для решения первой задачи потребовалось всего 4 элемента базиса. Коэффициенты Фурье (7): $c_1 = c_2 = 0$; $c_3 = 0.51345$; $c_3 = -1.03425$.

8. Формирование решения. Окончательно характеристики напряженно-деформированного состояния определяются выражениями (6).

Приближенное решение первой задачи имеет вид:

$$u = 0.06694 r z_0;\ w = -0.033934\, r^2 - 0.017816\, z_0^2.$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = 0.499988 z_0;\ \sigma_{z_0} = -0.001287 z_0;\ \tau_{z_0 r} = -0.0023518 r.$$

Максимальная погрешность задачи составила 0.23%.

После обратной параметризации $z_0 \leftarrow z - 0.25t$ решение первой задачи примет вид:

$$u = -0.016736\, rt + 0.06694 rz;$$

$$w = -0.033934 r^2 - 0.001113 t^2 + 0.008908 tz - 0.017816 z^2;$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = -0.124997 t + 0.499988 z;$$

$$\sigma_z = 0.000321 t - 0.001287 z;\ \tau_{zr} = -0.0023518 r.$$

После подстановки времени в решение полученные напряжения строго удовлетворяют уравнениям равновесия (1).

Граничные условия (ГУ) ко второй задаче ($n=2$) имеют вид:

$p_r = z_0^3/8$ и $p_{z_0} = 0$.

Для решения задачи потребовался базис внутренних состояний из 40 элементов.

Оценку сходимости решения проведем путем сопоставления заданных ГУ с полученными в ходе решения. Штриховая линия – заданные граничные условия, сплошная – полученные в результате решения. На рис. 3 показаны граничные условия на боковой поверхности цилиндра при использовании 20 членов ряда, а на рис. 4 – при 40.

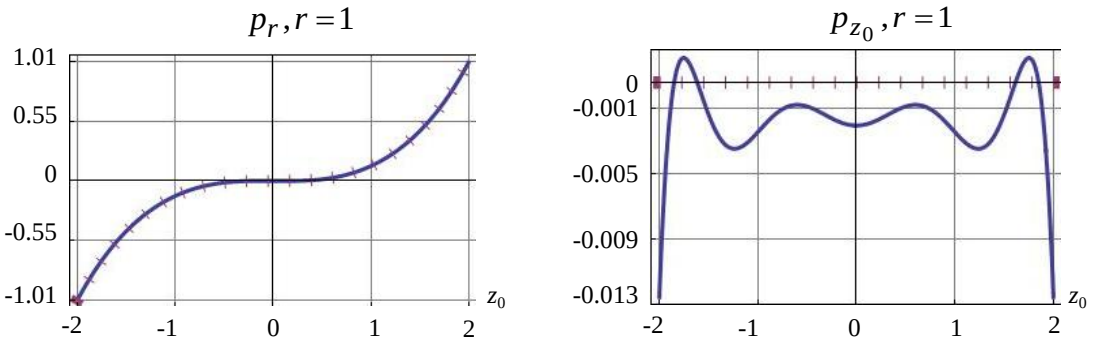


Рис. 3. Верификация граничных условий при 20 используемых элементах базиса

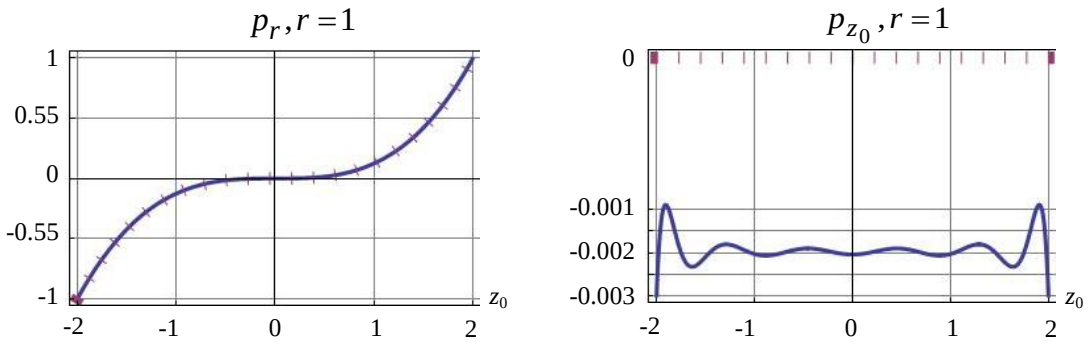


Рис. 4. Верификация граничных условий при 40 используемых элементах базиса

Далее покажем решение задачи для последнего члена ряда (6). ГУ имеют вид: $p_r = z_0^{29}/2^{29}$ и $p_{z_0} = 0$. Для решения данной задачи уже потребовался базис из 66 элементов. Рис. 5 представляет собой «насыщение» суммы Бесселя (левая часть неравенства Бесселя). Это является косвенным признаком сходимости решения, свидетельствующим об убывании коэффициентов Фурье в плане абсолютного значения.

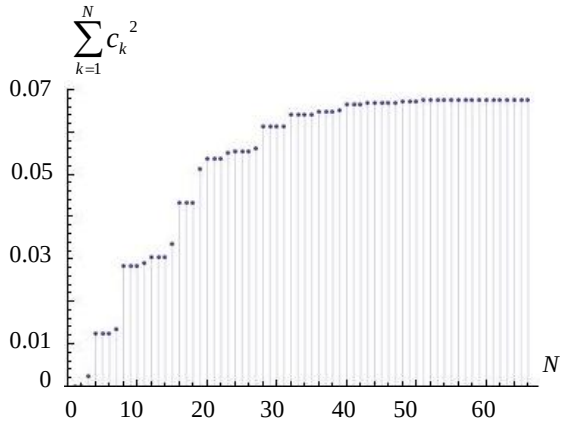
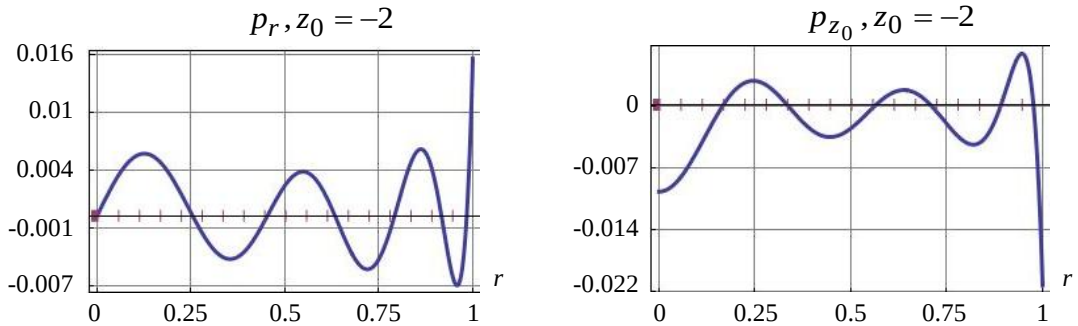


Рис. 5. Сумма Бесселя

На рис. 6 представлена верификация граничных условий на одной торцовой и боковой поверхностях.

Граница S_2



Граница S_1

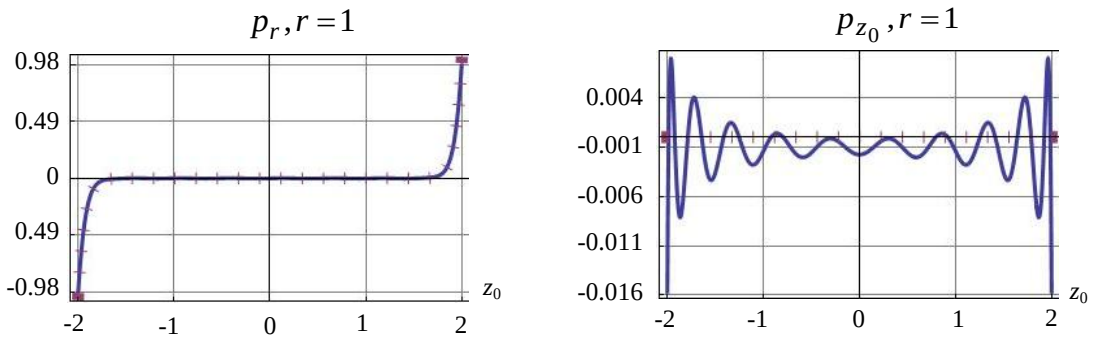


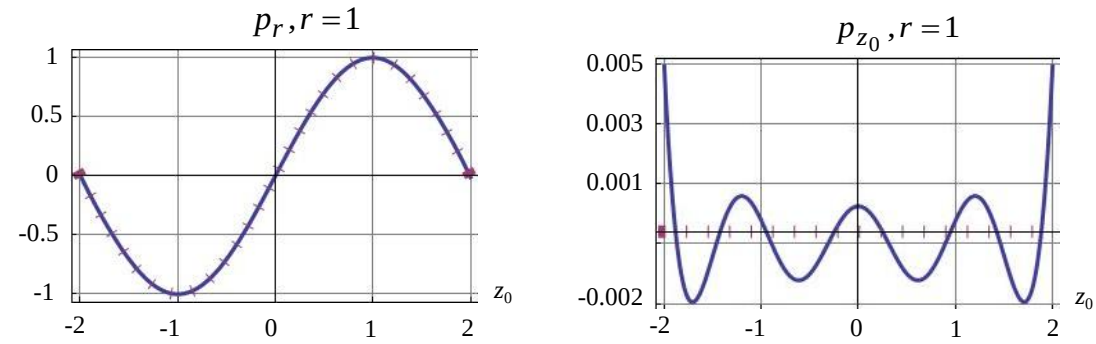
Рис. 6. Верификация граничных условий в пятнадцатой задаче

Максимальная погрешность составила 2,2 %. С увеличением числа используемых элементов базиса погрешность уменьшается.

Окончательное решение, представляющее собой сумму решений всех задач, умноженных на соответствующие коэффициенты, согласно (8) и обратной подстановки $z_0 \leftarrow z - 0.25t$.

На рис. 7 показана верификация граничных условий окончательного решения на поверхностях цилиндра в момент времени $t = 0$. На торцовой поверхности S_3 графики граничных условий симметричны графикам поверхности S_2 и приводить не будем.

Граница S_1



Граница S_2

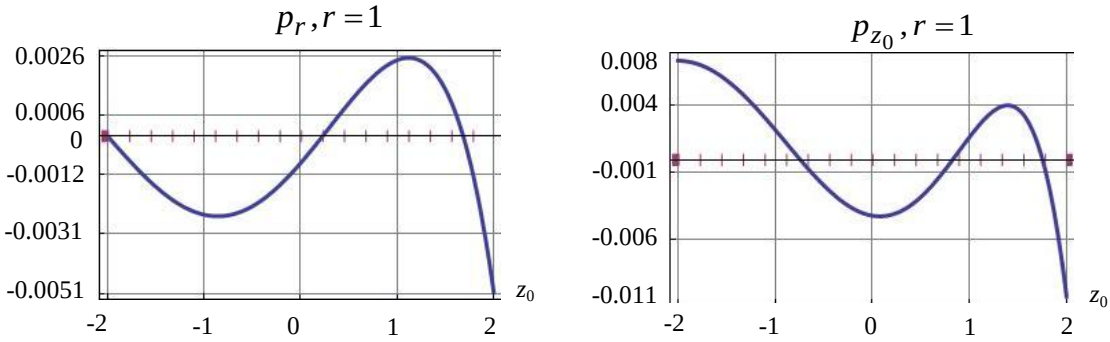


Рис. 7. Верификация граничных условий в окончательном решении

Благодаря тому, что ряд (8) является знакочередующимся, то погрешности от каждой задачи не суммируются.

Изолинии компонент полученного напряженно-деформированного состояния имеют полиномиальный вид и представлены в виде изолиний (в явном виде необозримы) на рис. 8. В силу осевой симметрии компонент упругого поля относительно оси вращения, показано меридианное сечение с $0 \le r \le 1$ и $-2 \le z_0 \le 2$. На рис. 8, ж сплошной линией показан контур деформированного состояния, штриховой – недеформированного. В силу малости упругих деформаций контур показан в гипертрофированном виде.

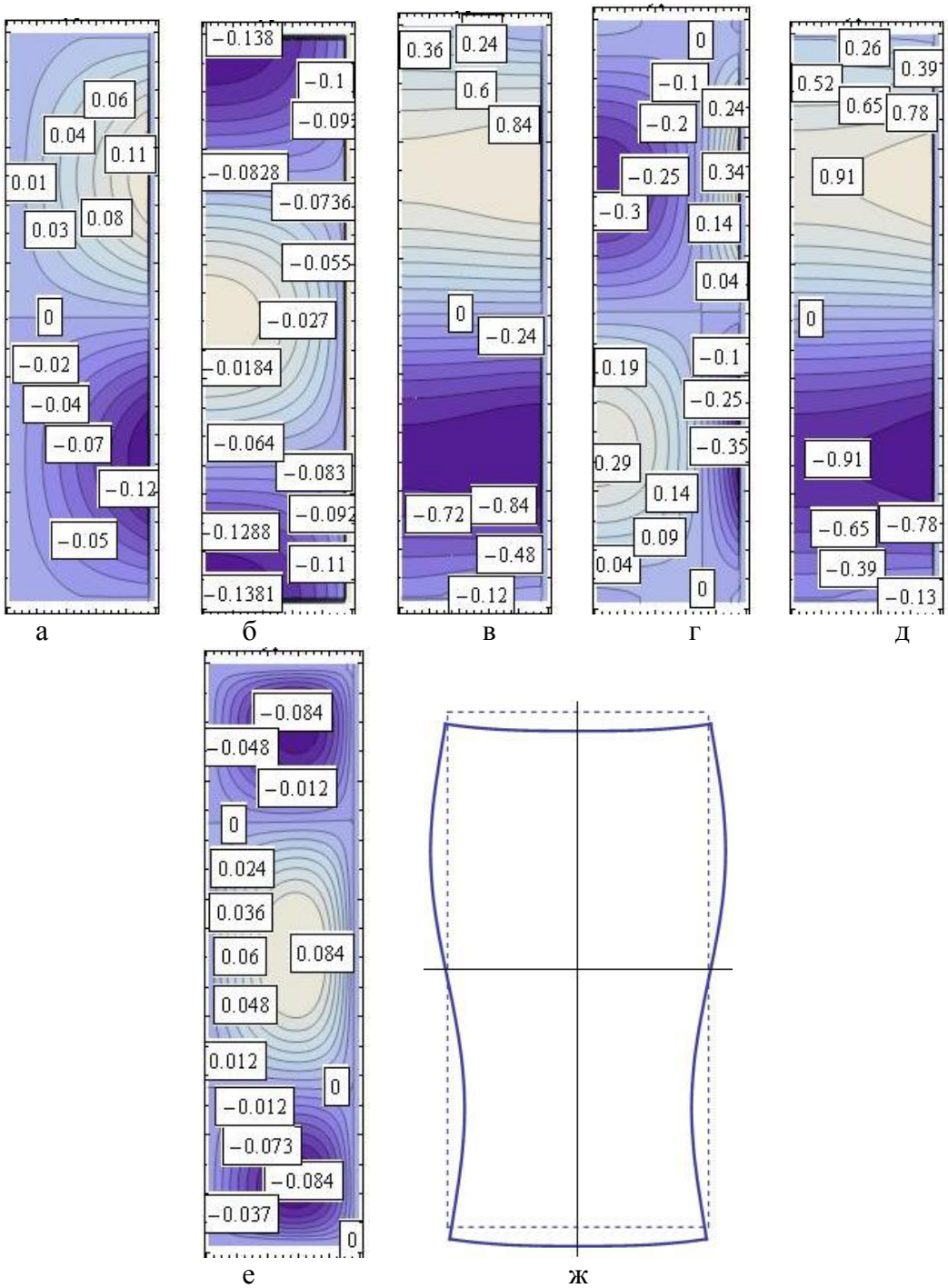


Рис. 8. Изолинии, а – перемещение u, б – перемещение w, в – напряжение σ_r, г – напряжение σ_z, д – напряжение σ_θ, е – напряжение τ_{zr}, ж – контур деформированного состояния

Таким образом, в работе сформулирован метод решения задачи по определению напряженно-деформированного состояния трансверсально-изотропного тела вращения, когда приложенные к границе усилия изменяются с течением времени по гармоническому закону.

Основным преимуществом метода граничных состояний является то, что ортонормированный базис строится один раз для тела из определенного материала и может быть использован при решении множества задач с различными краевыми условиями, а не проводить решение «с начала» для каждой новой задачи. Кроме того, МГС позволяет получать решения в удобной для дальнейшего анализа полиномиальной форме. А в ряде случаев и строгие решения.

Предложенная в работе методика, однако, не является общей для любого класса рассматриваемых областей (односвязных и многосвязных) и вида заданной функции, описывающей краевые условия на поверхности тела.

В перспективе можно обозначить развитие метода граничных состояний на класс неосесимметричных задач о подвижной нагрузке для анизотропных тел. Методика решения стационарных неосесимметричных краевых задач теории упругости показана в работах [8], [9].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Александров, А.Я.,** Соловьев Ю.И. Пространственные задачи теории упругости (применение методов теории функций комплексного переменного). Москва : Наука, 1978. – 464 с.
2. **Пеньков, В.Б.,** Пеньков В.В. Метод граничных состояний для решения задач линейной механики // Дальневосточный математический журнал. – 2001. – Т.2. № 2. – С. 115-137.
3. **Иванычев, Д.А**. Метод граничных состояний в решении первой основной задачи теории анизотропной упругости с массовыми силами // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика – 2020. – № 66. – С. 96-111. DOI: 10.17223/19988621/66/8.
4. **Иванычев, Д.А.** Метод граничных состояний при решении смешанной задачи теории анизотропной упругости с массовыми силами // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика – 2021. – № 71. – С. 63–77. DOI: 10.17223/19988621/71/6.
5. **Саталкина, Л.В.** Наращивание базиса пространства состояний при жестких ограничениях к энергоемкости вычислений // Сборник тезисов докладов научной конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета. Липецк: ЛГТУ. – 2007. – С. 130–131.
6. **Лехницкий, С.Г.** Теория упругости анизотропного тела. Изд. 2, «Наука», М., 1977, 416 с.
7. Левина Л.В., Новикова О.С., Пеньков В.Б. Полнопараметрическое решение задачи теории упругости односвязного ограниченного тела. Вестник ЛГТУ. – 2016. – № 2(28). – С. 16–24.
8. **Иванычев, Д.А**. Решение неосесимметричной задачи эластостатики для трансверсально-изотропного тела вращения // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – 2022. – № 2(101). – С. 4–21. DOI: 10.18698/1812-3368-2022-2-4-21.
9. **Иванычев, Д.А.** Решение смешанной неосесимметричной задачи теории упругости для анизотропных тел вращения. Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2022. – № 2. – С. 85–97. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.2.08.

Сведения об авторах:
Иванычев Дмитрий Алексеевич
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры общей механики,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
lsivdmal@mail.ru

Балыкин Данила Игоревич
аспирант кафедры общей механики
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
Balykindanila89@gmail.com

Ездакова Диана Владимировна
аспирант кафедры общей механики
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
Baskach-di@mail.ru

Information about the authors:
Ivanychev Dmitry Alekseevich
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor of the Department of General Mechanics,
Lipetsk State Technical University.
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.
lsivdmal@mail.ru

Balykin Danila Igorevich
Postgraduate student
Lipetsk State Technical University.
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.
Balykindanila89@gmail.com

Ezdakova Diana Vladimirovna
Postgraduate student
Lipetsk State Technical University.
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.
Baskach-di@mail.ru

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Вестник Липецкого государственного технического университета» публикуются статьи, содержащие наиболее существенные результаты научно-технических экспериментальных исследований, а также итоги работ проблемного характера.

Статья должна поступить на электронный адрес vm@stu.lipetsk.ru и сохранена в версии Microsoft Word 2003. Рукопись статьи (1 экземпляр) и сопроводительные документы должны быть высланы в редакцию. К сопроводительным документам относятся:

– рецензия, отражающая следующие пункты: актуальность представленной работы; характеристику объекта исследования; качество постановки целей работы и задач исследования; степень научной новизны исследования, практическую значимость работы; учебно-методическую ценность исследования, стиль изложения; степень разработанности темы научного исследования; структурность работы. (В случае если один из авторов является доктором наук, рецензия должна быть подписана доктором соответствующего профиля);

– выписка из протокола заседания кафедры, на котором было принято решение о рекомендации публикации статьи в журнал «Вестник Липецкого государственного технического университета»;

– согласие на публикацию и гарантии того, что статья не будет больше нигде опубликована, подписанные автором.

Оформление статьи должно соответствовать следующим требованиям:

1. На первой странице должны быть указаны: УДК, название статьи, инициалы и фамилии авторов, название учреждения, представляющего рукопись для опубликования.

2. Текст статьи набирается в формате *.doc шрифтом Times New Roman размером 12 pt через одинарный интервал, без отступов, отступ красной строки 0,5 см, выравнивание по ширине, без уплотнения. Поля: верхнее, нижнее, левое, правое – 2 см, в две колонки. Не использовать табуляций, автоматических списков. Не использовать курсив, жирный текст и подчеркивания.

Между цифровым значением величины и ее размерностью следует ставить знак неразрывного пробела. Переносы в словах не употреблять. Не использовать в тексте для форматирования знаки пробела.

3. Для набора формул применять редактор Microsoft Equation 3.0. Формулы должны быть оформлены шрифтом Times New Roman, без курсива, размером 12 pt, с одинарным интервалом.

Большие формулы необходимо разбивать на отдельные части. Фрагменты формул должны быть независимы (при использовании редактора формул каждая строка – отдельный объект).

Нумерацию и знаки препинания следует ставить отдельно от формул обычным текстом. Нумеровать следует только те формулы, на которые есть ссылки в тексте.

4. Таблицы должны быть оформлены шрифтом Times New Roman, размером 12 pt, с одинарным интервалом. В случае если в тексте есть ссылка на таблицу, то пишется слово «табл.».

5. Перечень литературных источников приводится общим списком в конце статьи. Список составляется в соответствии с последовательностью ссылок в тексте. Библиографический список должен быть оформлен согласно ГОСТ 7.0.100-2018. Ссылки на библиографический список в тексте приводятся в квадратных скобках. Перечень литературных источников должен содержать не менее 15 наименований.

6. Обозначения, термины и иллюстративный материал должны соответствовать действующим государственным стандартам.

7. К статье прилагаются: аннотации (200−250 слов); ключевые слова (не менее трех); имена и фамилии авторов, ученые звания, должности и адрес места работы, электронный адрес; на английском языке название статьи, аннотация, ключевые слова, имена и фамилии авторов.

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ В ЖУРНАЛЕ
DOI (присваивается редакцией)
УДК 656.078:338.2

Ю.Н. РИЗАЕВА, В.А. ЛОГИНОВ

ПЛАНИРОВАНИЕ ПОСТАВОК ПРОДУКЦИИ ПРИ ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ВО ВРЕМЕНИ СПРОСЕ ПОТРЕБИТЕЛЯ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

Аннотация: В статье рассматриваются подходы к планированию поставок продукции. Предложен алгоритм сокращения потерь у потребителя и производителя при изменяющемся во времени спросе потребителя. Акцент сделан на современные требования в развитии отрасли за счет совершенствования планирования деятельности предприятий по показателям, которые являются функцией от спроса. Применение нового подхода к планированию поставок продукции заключается в учете изменяющегося во времени спроса потребителя. Математическое моделирование выполняется применительно к реальным эксплуатационным условиям. Планирование реализуется за счет разработанной математической модели и методики, направленных на сокращение общесистемных потерь. Применение разработанного подхода в практике работы предприятий позволит формировать общесистемные потери и использовать новое программное обеспечение для разработки и принятия управленческих решений.

Ключевые слова: поставка продукции, спрос, потери потребителя, потери производителя, планирование поставок продукции.

Yu.N. RIZAEVA, V.A. LOGINOV

SUPPLY PLANNING AT TIME-VARYING CONSUMER DEMAND

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

Abstract: The article discusses approaches to product supply planning. An algorithm is proposed for reducing consumer and producer losses at time-varying consumer demand. Modern requirements are emphasized in the industry development by improving production planning according to indicators that are a function of demand. The new approach to supply planning is manifested in taking into account the time-varying consumer demand. Mathematical modeling is performed with respect to real operating conditions. Planning is implemented through the developed mathematical model and methodology aimed at reducing system-wide losses. The practical application of the developed approach will form system-wide losses and use new software to develop and make managerial decisions.

Keywords: product supply, demand, consumer losses, producer losses, product supply planning.

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим процесс производства и поставки продукции в дискретные моменты времени $t=0,1,...,T,$

где T – период планирования [1, 2].

Спрос потребителя на продукцию в эти моменты времени задан и определяется функцией *q(t)*. Обозначим неизвестный размер поставки в момент времени как *x(t)*. При несовпадении поставки *x(t)* и спроса *q(t)* возникают общесистемные потери. При дефиците, то есть когда

$$d(t)=x(t)-q(t)<0\ ,$$

общесистемные потери обуславливаются неудовлетворенностью спроса [3−5]. При превышении поставки над спросом, когда $d(t)>0$, потери вызваны дополнительными затратами на хранение избытка продукции.

Так как потери от превышения объема поставки продукции над спросом $d(t)>0$ меньше, чем потери от дефицита $d(t)<0$, то при одинаковом значении разности (в абсолютном значении) *d*, график функции потерь $f_1(d)$ будет иметь вид, как на рис. 1 (потери прямо пропорциональны разности *d*).

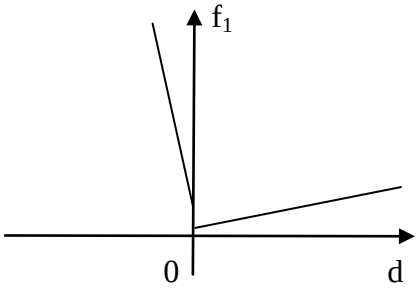


Рис. 1. График функции потерь потребителя

Функциональную зависимость, представленную на рис. 1, аппроксимируем:

$$f_1(d)=\begin{cases} a_1 d, \text{если } d\ge 0 \\ b_1 d, \text{если } d\le 0 \end{cases}, \qquad (1)$$

где a_1 и b_1 – удельные потери потребителя на единицу продукции. При этом $b_1>a_1>0$.

Для поставщика продукции желательна постоянная интенсивность производства, то есть *x(t)* = const, когда

$$u(t)=x(t+1)-x(t)=0\ .$$

В случае $u(t)>0$ или $u(t)<0$ производитель несет потери из-за перестройки производства. Функция потерь производителя имеет вид, показанный на рис. 2.

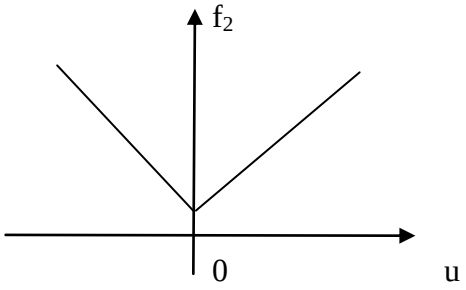


Рис. 2. График функции потерь производителя

В аналитическом виде аппроксимируем эту функцию в виде

$$f_2(u)=\begin{cases} a_2 u, \text{если } u\ge 0 \\ b_2 u, \text{если } u\le 0 \end{cases}, \qquad (2)$$

где a_2 и b_2 – удельные потери производителя на единицу продукции. Величины коэффициентов зависят от конкретных условий производства. Ясно только, что $a_1>0$, $b_1>0$ [6, 7].

Сформулируем задачу планирования поставки продукции при изменяющемся во времени спросе потребителя: найти функцию поставки продукции *x(t)*, $t=1,2,...,T$, и динамику изменения этого объема поставки

$$u(t)=x(t+1)-x(t)\ ,\ t=1,2,...,T-1\ ,$$

чтобы минимизировать суммарные потери потребителя в течение планового периода *T*.

ВЫВОДЫ

Исходя из проведенного исследования, можно сделать вывод о возможности применения данного алгоритма в планировании поставок продукции при изменяющемся во времени спросе потребителя, при этом общесистемные потери сокращаются. Результаты исследования предназначены для практики работы предприятий на этапе определения показателя общесистемных потерь.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Логинов, В.А.** Устойчивость развития транспортных систем / В.А. Логинов, А.К. Карташова. – Текст : непосредственный // Тенденции развития современной науки : сборник тезисов докладов научной конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета. В 2-х частях. Часть 1. − Липецк : Изд-во ЛГТУ, 2017. – С. 538−541.
2. **Быстров, Н.В.** Обзор современных мировых тенденций развития асфальтобетонов / Н.В. Быстров. – Текст : непосредственный // Дороги России. – 2020. − № 1 (115). – С. 90–95.
3. Интеллектуальные методы управления транспортными системами (2- изд.) / А.С. Сысоев, С.А. Ляпин, А.В. Галкин [и др.]. – Москва : Издательско-торговая корпорация Дашков и К, 2022. – 192 с. – Текст : непосредственный.

Сведения об авторах:
Ризаева Юлия Николаевна
доктор технических наук, заведующий кафедрой управления автотранспортом,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
rizaeva.u.n@yandex.ru
Логинов Владимир Анатольевич
кандидат экономических наук, доцент кафедры управления автотранспортом,
Липецкий государственный технический университет.
398055, Россия, г. Липецк,
ул. Московская, д. 30.
v_loginov@lipetsk.ru

Information about the authors:
Rizaeva Yulia Nikolaevna
Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of
Vehicle Management,
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
rizaeva.u.n@yandex.ru
Loginov Vladimir Anatolyevich
Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of the Department of Vehicle Management,
Lipetsk State Technical University.
398055, Russia, Lipetsk,
Moskovskaya st., 30.
v_loginov@lipetsk.ru

ISSN 3034-3275

ВЕСТНИК
Липецкого государственного технического университета
(Вестник ЛГТУ)
№ 2 (63) 2026 г.
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Scientific and technical journal «Vestnik LSTU»

Регистрационный номер средства массовой информации **Эл № ФС77-87639.**
Зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) 25.06.2024 г.

Выходит 4 раза в год.

Учредитель: ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет».
Адрес: 398055, Липецк, ул. Московская, 30.

Адрес редакции: 398055, Липецк, ул. Московская, 30.
Телефон: (4742) 32-80-51.

Липецкий государственный технический университет.

Адрес: 398055, Липецк, ул. Московская, 30.

Редакторы: М.Л. Дрепина, О.В. Проскурина

Перевод (англ.) Н.В. Барышев

Дата подписания к использованию 15 июня 2026 года

© ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет», 2026