

# ВЕСТНИК

Липецкого государственного технического университета  
(Вестник ЛГТУ)

№ 2 (51) 2023.

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ**

---

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС77-57003.  
Выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и массовых коммуникаций  
(Роскомнадзор) 25.02.2014 г.

ISSN 2304-9235

# ВЕСТНИК

Липецкого государственного технического университета  
(Вестник ЛГТУ)

№ 2 (51) 2023.

Научно-технический журнал

Регистрационный номер ПИ № ФС77-57003

**Главный редактор**

д-р техн. наук, проф.

**Шмырин Анатолий Михайлович**

**Зам. главного редактора**

д-р техн. наук, проф.

**Ризаева Юлия Николаевна**

Редакционная коллегия:

**Информатика, вычислительная техника и управление**

д-р техн. наук, проф. Погодаев А.К. (Россия)

д-р техн. наук, доц. Сараев П.В. (Россия)

д-р физ.-мат. наук, проф. Пеньков В.Б. (Россия)

**Машиностроение**

д-р техн. наук, проф. Козлов А.М. (Россия)

д-р техн. наук, проф. Мазур И.П. (Россия)

д-р техн. наук, проф. Сосенушкин Е.Н.

(Россия)

д-р техн. наук, проф. Хейфец М.Л. (Беларусь)

**Металлургия**

д-р техн. наук, проф. Кнапински М. (Польша)

д-р техн. наук, проф. Коршиков В.Д. (Россия)

д-р техн. наук, проф. Михайлов Е. (Болгария)

д-р техн. наук, проф. Найзабеков А.Б. (Казахстан)

**Транспорт и логистика**

д-р техн. наук, проф. Клявин В.Э. (Россия)

д-р техн. наук, проф. Ли Р.И. (Россия)

д-р техн. наук, доц. Ляпин С.А. (Россия)

д-р техн. наук, доц. Ризаева Ю.Н. (Россия)

*Журнал включен в Реферативный журнал и Базы данных ВИНИТИ.*

Сведения о журнале ежегодно публикуются в международной справочной системе по периодическим и продолжающимся изданиям «Ulrich's Periodicals Directory».

---

Учредитель: © ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет».

Адрес: 398055, Липецк, ул. Московская, 30. E-mail: [kaf-vm@stu.lipetsk.ru](mailto:kaf-vm@stu.lipetsk.ru)

**ВЕСТНИК ЛИПЕЦКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА (ВЕСТНИК ЛГТУ)**

---

<b>СОДЕРЖАНИЕ</b>		<b>CONTENTS</b>	
<b>ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ</b>		<b>COMPUTER SCIENCES, COMPUTER ENGINEERING AND CONTROL</b>	
<i>СТР.</i>			
5	<b>И.А Седых, А.С. Старкова</b> Параметрическая идентификация динамической окрестностной модели процесса непрерывного горячего цинкования стальной полосы	<b>I.A. Sedykh, A.S. Starkova</b> Parametric identification of a dynamic neighborhood model of the steel strip continuous hot-dip galvanizing process	
13	<b>Б.А. Бондарев, И.А. Седых, К.Н. Макаров, В.К. Жидков</b> Планирование эксперимента при исследованиях выносливости конструкций из стеклопластполимербетона	<b>B.A. Bondarev, I.A. Sedykh, N.K. Makarov, V.K. Zhidkov</b> Experimental design in researching fiberglass polymer concrete structural endurance	
22	<b>В.В. Сёмина, Г.В. Сёмин</b> О применении слабосвязанных окрестностных систем	<b>V.V. Semina, G.V. Semin</b> Application of loosely coupled neighborhood systems	
30	<b>П.В. Сараев, А.А. Топильский</b> Методы использования нейросетевых моделей в алгоритмах рекомендательных систем	<b>P.V. Saraev, A.A. Topilskiy</b> Methods of using neural network models in recommender system algorithms	
37	<b>Д.В. Усиков, А.Г. Ярцев, А.М. Шмырин</b> Анализ фрактальных временных рядов на примере изменения курса валют	<b>D.V. Usikov, A.G. Yartsev, A.M. Shmyrin</b> Analysis of fractal time series using the example of currency rate changes	
	<b>ТРАНСПОРТ И ЛОГИСТИКА</b>		<b>TRANSPORT AND LOGISTICS</b>
45	<b>А.В. Поминов, Б.А. Либерман</b> Повышение экономической эффективности пассажирских перевозок на железнодорожном транспорте	<b>A.V. Pominov, B.A. Liberman</b> Increasing the economic efficiency of railway passenger transportation	

## МЕТАЛЛУРГИЯ

- 51 **В.Н. Титов, И.В. Куприянова, Т.В. Кравченко**  
Сравнительная оценка эффективности мероприятий, направленных на повышение полноты сгорания ПУТ в фурменном очаге
- 57 **А.А. Шипельников, А.Н. Роготовский, Н.А. Бобылева, А.В. Павловский**  
Моделирование режимов продувки металла аргоном в сталеразливочных ковшах КЦ-1 ПАО «НЛМК»
- 71 **А.В. Карпов, О.А. Провоторова, С.С. Кондаков, Т.В. Цымбал**  
Анализ вариантов связующих веществ для производства брикетов, используемых в доменном производстве

## МАШИНОСТРОЕНИЕ

- 77 **А.В. Суханов, А.В. Суханов**  
Подбор сечения стального ступенчатого вала с заданной мощностью на шкивах
- 84 **Д.А. Иванычев**  
Исследование упругого равновесия анизотропного протяженного цилиндра
- 91 **А.В. Суханов, А.В. Суханов**  
Определение деформаций и напряжений при кручении статически неопределимого бруса
- 100 К сведению авторов
- 101 Пример оформления статьи для публикации в журнале

## METALLURGY

- V.N. Titov, I.V. Kupriyanova, T.V. Kravchenko**  
Comparative performance evaluation of measures to increase pulverized coal combustion efficiency in the tuyere zone
- A.A. Shipelnikov, A.N. Rogotovskiy, N.A. Bobyleva, A.V. Pavlovskiy**  
Modeling argon purging modes in steel ladles in NLMK converter SHOP №1
- A.V. Karpov, O.A. Provotorova, S.S. Kondakov, T.V. Tsymbal**  
Analysis of variants of binders to produce briquettes used in blast furnace production

## MACHINE-BUILDING

- A.V. Sukhanov, A.V. Sukhanov**  
Selecting the cross-section for a steel step shaft with a set belt power
- D.A. Ivanychev**  
Study of an anisotropic extended cylinder elastic equilibrium
- A.V. Sukhanov, A.V. Sukhanov**  
Determining deformations and stresses for a statically indeterminate beam under torsion

DOI 10.53015/23049235\_2023\_2\_5

УДК 519.711

И.А. СЕДЫХ, А.С. СТАРКОВА

**ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОКРЕСТНОСТНОЙ  
МОДЕЛИ ПРОЦЕССА НЕПРЕРЫВНОГО ГОРЯЧЕГО ЦИНКОВАНИЯ СТАЛЬНОЙ  
ПОЛОСЫ**

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В статье представлено исследование моделирования процесса непрерывного горячего цинкования стальной полосы с помощью динамических окрестностных моделей. Выполнена параметрическая идентификация линейной и квадратичной окрестностных моделей.

**Ключевые слова:** динамическая окрестностная модель, параметрическая идентификация, линейная и квадратичная модель, непрерывное горячее цинкование стальной полосы.

I.A. SEDYKH, A.S. STARKOVA

**PARAMETRIC IDENTIFICATION OF A DYNAMIC NEIGHBORHOOD MODEL  
OF THE STEEL STRIP CONTINUOUS HOT-DIP GALVANIZING PROCESS**

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** The article discusses the modeling of the steel strip continuous hot-dip galvanizing process via dynamic neighborhood models. Parametric identification of linear and quadratic neighborhood models is performed.

**Keywords:** dynamic neighborhood model, parametric identification, linear and quadratic model, steel strip continuous hot-dip galvanizing.

**ВВЕДЕНИЕ**

В моделировании распределенных производственных процессов нашли широкое применение динамические окрестностные модели, ввиду гибкости описания структуры системы (связи между отдельными агрегатами). В общем случае рассматривают организационно-техническую систему производства  $OTS = (S, F)$  – множество связанных между собой частей внутри производства, осуществляющих конкретные функции  $F$  и задающие структуру  $S$  [1].

**ДИНАМИЧЕСКАЯ ОКРЕСТНОСТНАЯ  
МОДЕЛЬ**

Динамическую окрестностную модель можно представить упорядоченным множеством:

$$NS = (N, V, X, Y, G, F, X_0), \quad (1)$$

где 1)  $N = (A, O_x, O_v)$  – структура окрестностной модели,

$A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$  – количество узлов,

$O_x = \{O_x[\alpha_1], \dots, O_x[\alpha_n]\}$  – количество окрестностных связей для узлов по состояниям,

$O_v = \{O_v[\alpha_1], \dots, O_v[\alpha_n]\}$  – количество окрестностных связей для узлов по входам;

2)  $V = (v_1, \dots, v_n)^T$  – вектор входов;

3)  $X = (x_1, \dots, x_n)^T$  – вектор состояний;

4)  $Y = (y_1, \dots, y_n)^T$  – вектор выходных состояний;

5)  $G = (g_1, \dots, g_n)^T$  – функция пересчета состояний;

6)  $F = (f_1, \dots, f_n)^T$  – функция пересчета выходов;

7)  $X_0 = (x_1[0], \dots, x_n[0])^T$  – начальное состояние модели [2].

Для узла  $\alpha_i$  определена функция пересчета состояний  $G$ :

$$X_i[t + 1] = G_i(V_i[t], X_i[t]), \quad (2)$$

где  $X_i[t + 1] \in R^p$  – состояние узла  $\alpha_i$  в момент времени  $t + 1$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,

$V_i[t], X_i[t] \in R^p$  – входы и состояния узлов из окрестности  $\alpha_i$  по  $V$  и  $X$  в момент времени  $t$  [3,4].

В линейном случае формула (2) имеет вид

$$X_i[t + 1] = A_i + B_i \cdot V_i[t] + C_i \cdot X_i[t], \quad (3)$$

где  $A_i \in R^{p \times 1}$ ,  $B_i, C_i \in R^{p \times p}$  – матрицы-параметры [5].

В квадратичном случае формула (2) имеет вид

$$X_i[t + 1] = A_i + B_i \cdot V_i[t] + C_i \cdot X_i[t] + D_i \circ V_i[t] \cdot V_i[t] + E_i \circ V_i[t] \cdot X_i[t] + Q_i \circ X_i[t] \cdot X_i[t], \quad (4)$$

где  $E_i \in R^{m \times m \times m}$  – матрица-параметр;  $E_i \circ V_i[t] \cdot X_i[t]$  – блочное умножение [6].

## ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ

Задача параметрической идентификации состоит в отыскании некоторых неизвестных параметров модели, гарантирующих наиболее близкую аппроксимацию модели и объекта исследования [7, 8].

Для идентификации линейной окрестностной модели необходимо найти такие параметры модели решением переопределенной системы вида  $LP_i = N_i$  для  $i$ -го узла, где

$$L = \begin{bmatrix} 1 & v_1^1[t] & \dots & v_n^1[t] & x_1^1[t] & \dots & x_n^1[t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & v_1^m[t] & \dots & v_n^m[t] & x_1^m[t] & \dots & x_n^m[t] \end{bmatrix},$$

$$P_i = \begin{bmatrix} a_i \\ b_{i1} \\ \dots \\ b_{in} \\ c_{i1} \\ \dots \\ c_{in} \end{bmatrix},$$

$$N_i = \begin{bmatrix} x_i^1[t + 1] \\ \dots \\ x_i^m[t + 1] \end{bmatrix},$$

где  $v_i^k[t]$  – входные данные  $i$ -го узла для  $k$ -ой строчки обучающей выборки;

$x_i^k[t]$  – состояние  $i$ -го узла для  $k$ -ой строчки обучающей выборки;

$a_i, b_{ij}, c_{ij}$  – коэффициенты функции пересчета состояний модели

$m$  – количество реализаций всех  $v_i^k[t], x_i^k[t]$  в текущий момент времени  $t$  и  $x_i^k[t + 1]$  в следующий момент времени  $t + 1$ ,

$k = 1, \dots, m, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$  [9,10,11].

Для квадратичного случая находим неизвестные параметры модели решением переопределенной системы вида  $SR_i = N_i$  для  $i$ -го узла, где

$$S = \begin{bmatrix} | & | & v_1^1[t]v_1^1[t] & \cdots & v_n^1[t]v_n^1[t] & x_1^1[t]x_1^1[t] & \cdots & x_n^1[t]x_n^1[t] \\ L|U & & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ | & | & v_1^m[t]v_1^m[t] & \cdots & v_n^m[t]v_n^m[t] & x_1^m[t]x_1^m[t] & \cdots & x_n^m[t]x_n^m[t] \end{bmatrix},$$

$$P_i = \begin{bmatrix} P_i \\ - \\ V_i \\ - \\ d_{i,1,1} \\ \cdots \\ d_{i,n,n} \\ q_{i,1,1} \\ \cdots \\ q_{i,n,n} \end{bmatrix},$$

где  $U$  и  $V_i$  – матрица и вектор параметров для билинейной окрестностной модели.

### ТЕХНОЛОГИЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ОЦИНКОВАННОГО ПРОКАТА

Оцинкованный прокат является продуктом четвертого металлургического передела, который используется для производства гнутых профилей, строительных металлоконструкций, автомобильных деталей и компонентов электробытовых приборов [12].

Со склада исходные рулоны задают для обработки в агрегат. На этапе подготовки полоса проходит через правильную машину, сдвоенные гильотинные ножницы, сварочную машину, горизонтальный входной петлевой накопитель.

Далее полоса поступает в секцию очистки, которая в зависимости от обрабатываемого проката может работать в двух режимах: щелочной и кислотной очистки полосы.

После секции обезжиривания и травления полоса поступает в горизонтальную печь отжига. Печь отжига состоит из секции рекуперации (RR), секции прямого пламенного нагрева (FF), секции труб радиантного нагрева (ТТ), секции струйного охлаждения (СС), секции горячего натяжного устройства (НВ) [13].

После проведения поверхностной очистки и отжига в секциях печи стальная полоса по наклонному желобу погружается в ванну цинкования. Температура

расплавленного цинка равна температуре стальной полосы на выходе из секции струйного охлаждения и не должна выходить из диапазона 450-470 °С. Далее огибая погружной ролик, полоса изменяет направление движения с горизонтального на вертикальное. Передний и задний стабилизирующие ролики необходимы для обеспечения стабильности движения полосы относительно вертикальной оси при выходе из ванны.

«Газовый нож» сдувает излишки цинка и придает требуемую поверхностную плотность (толщину) цинкового покрытия. Оцинковщик настраивает «газовый нож» для каждой стороны полосы регулированием параметров:

- давление азота на соплах «газового ножа»;
- расстояние между соплами «газового ножа» и полосой;
- угол наклона сопел «газового ножа»;
- высота подъёма сопел «газового ножа» [14].

Охлаждение полосы производится в секции принудительного воздушного охлаждения и в ванне водяного охлаждения. Температура полосы выходящей из секции водяного охлаждения должна быть не более 40 °С.

Далее полоса поступает в двухроликное центрирующее устройство, машину правки растяжением, дрессировочную клеть, «химкоутер», горизонтальный петлевой накопитель, центрирующие устройства, кромкообрезные

ножницы, стол визуального технического контроля качества поверхности. Обработка завершается смоткой полос в рулоны и их отгрузкой.

Поверхностную плотность цинкового покрытия определяют с помощью автоматизированной системы «холодного» измерения.

Схема АНГЦ изображена на рис. 1.

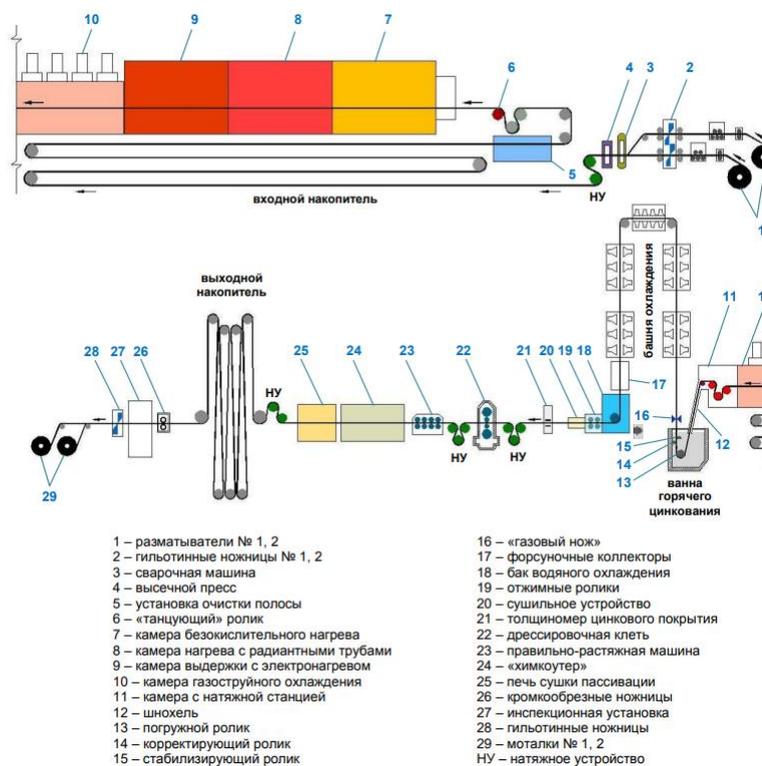


Рис. 1. Схема агрегата непрерывного горячего цинкования

МОДЕЛИРОВАНИЕ  
 ПРОЦЕССА ГОРЯЧЕГО ЦИНКОВАНИЯ  
 Для описания окрестностной модели  
 процесса горячего цинкования, выделим

четыре крупных узла  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ , задающих вершины ориентированного графа (рис. 2).

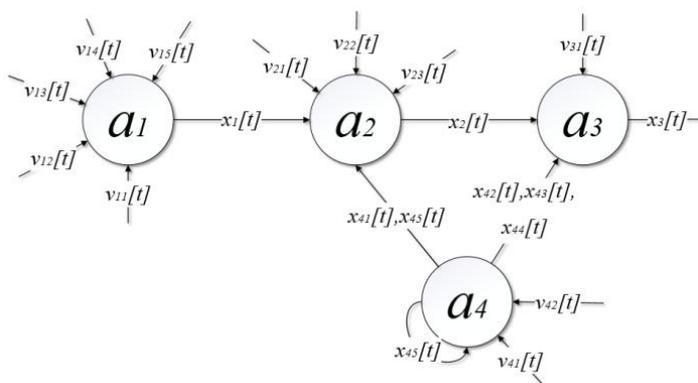


Рис. 2. Граф динамической окрестностной модели процесса горячего цинкования

Ориентированный граф отражает зависимость состояний окрестностной модели в каждом узле в следующий момент времени от состояний и входов в текущий момент времени

Узлы окрестностной модели задаются множеством

$$A = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\},$$

где  $\alpha_1$  – узел секции струйного охлаждения;

$\alpha_2$  – узел нанесения цинкового покрытия;  
 $\alpha_3$  – узел струйного регулирования толщины покрытия;  
 $\alpha_4$  – узел режимов.

В табл. 1 приведены параметры управляющих воздействий и состояний, входящие в узлы окрестностной модели в момент времени  $t$ .

Таблица 1

Параметры управляющих воздействий и состояний

Переменные	Описание
$v_{11}[t]$	Температура атмосферы в секции СС, °С
$v_{12}[t]$	Содержание водорода в каждой камере секции СС, %
$v_{13}[t]$	Расход азотоводородной смеси в печи: водород, $m^3/ч$
$v_{14}[t]$	Расход азотоводородной смеси в печи: азот, $m^3/ч$
$v_{15}[t]$	Давление газа в секции СС, Па
$v_{21}[t]$	Химический состав цинкового расплава: алюминий, %
$v_{22}[t]$	Химический состав цинкового расплава: свинец, %
$v_{23}[t]$	Химический состав цинкового расплава: цинк, %
$v_{31}[t]$	Давление азота на основных соплах «газового ножа», кПа
$v_{41}[t]$	Толщина полосы, мм
$v_{42}[t]$	Ширина полосы, мм
$x_1[t]$	Температура полосы, °С
$x_2[t]$	Плотность цинка, $г/м^2$
$x_3[t]$	Плотность цинка, $г/м^2$
$x_{41}[t]$	Периодичность загрузки слитков цинк-алюминиевого расплава, кг/ч
$x_{42}[t]$	Расстояние между соплами «газового ножа» и полосой с лицевой стороны, мм
$x_{43}[t]$	Расстояние между соплами «газового ножа» и полосой с обратной стороны, мм
$x_{44}[t]$	Высота подъема основных сопел «газового ножа», мм
$x_{45}[t]$	Скоростной режим обработки стали, м/мин

В общем случае функция пересчета состояний будет иметь вид системы

$$\begin{cases} x_1[t+1] = g(v_{11}[t], v_{12}[t], v_{13}[t], v_{14}[t], v_{15}[t]), \\ x_2[t+1] = g(v_{21}[t], v_{22}[t], v_{23}[t], x_1[t], x_{41}[t], x_{45}[t]), \\ x_3[t+1] = g(v_{31}[t], x_2[t], x_{42}[t], x_{43}[t], x_{44}[t]), \\ x_{41}[t+1] = g(v_{42}[t], x_{45}[t]), \\ x_{42}[t+1] = g(x_{45}[t]), \\ x_{43}[t+1] = g(x_{45}[t]), \\ x_{44}[t+1] = g(x_{45}[t]), \\ x_{45}[t+1] = g(v_{41}[t], v_{42}[t]), \end{cases} \quad (5)$$

где  $x_i[t + 1]$  – состояние модели в узле  $a_i$  в момент времени  $t + 1$ ,  $i = \overline{1,4}$ ,  $v_i[t], x_i[t]$  – состояние узлов из окрестности  $a_i$  по  $v$  и  $x$  в момент времени  $t$ .

В линейном случае система (5) будет иметь вид

$$\begin{cases} x_1[t + 1] = \alpha_1 + \beta_{11}v_{11}[t] + \beta_{12}v_{12}[t] + \beta_{13}v_{13}[t] + \beta_{14}v_{14}[t] + \beta_{15}v_{15}[t], \\ x_2[t + 1] = \alpha_2 + \beta_{21}v_{21}[t] + \beta_{22}v_{22}[t] + \beta_{23}v_{23}[t] + \gamma_{21}x_1[t] + \gamma_{22}x_{41}[t] + \gamma_{23}x_{45}[t], \\ x_3[t + 1] = \alpha_3 + \beta_{31}v_{31}[t] + \gamma_{31}x_2[t] + \gamma_{32}x_{42}[t] + \gamma_{33}x_{43}[t] + \gamma_{34}x_{44}[t], \\ x_{41}[t + 1] = \alpha_4 + \beta_{41}v_{42}[t] + \gamma_{41}x_{45}[t], \\ x_{42}[t + 1] = \alpha_5 + \gamma_{51}x_{45}[t], \\ x_{43}[t + 1] = \alpha_6 + \gamma_{61}x_{45}[t], \\ x_{44}[t + 1] = \alpha_7 + \gamma_{71}x_{45}[t], \\ x_{45}[t + 1] = \alpha_8 + \beta_{81}v_{41}[t] + \beta_{82}v_{42}[t], \end{cases} \quad (6)$$

где  $\alpha_i, \beta_{ij}, \gamma_{ij}$  – параметры модели,  $i, j = \overline{1,4}$ .

В результате параметрической идентификации были найдены неизвестные параметры системы (6).

На рис. 3 представлен график сравнения исходных и модельных данных для третьего узла линейной модели процесса горячего

цинкования, где  $x_3 = x_3[t + 1]$  – эмпирические данные системы,  $\hat{x}^3 = \hat{x}^3[t + 1]$  – модельные данные.

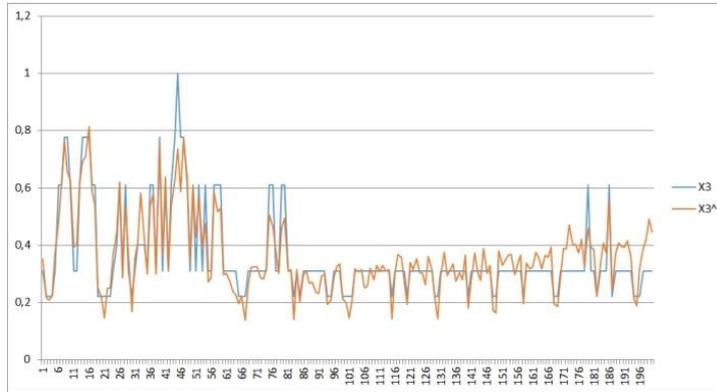


Рис. 3. Сравнение исходных и модельных данных для третьего узла линейной модели

В квадратичном случае система (5) будет иметь вид

$$\begin{cases} x_1[t + 1] = \alpha_1 + \dots + \eta_{111}v_{11}^2[t] + \dots + \eta_{115}v_{15}^2[t] + \sigma_{111}v_{11}[t]v_{12}[t] + \dots + \sigma_{120}v_{14}[t]v_{15}[t], \\ x_2[t + 1] = \alpha_2 + \dots + \eta_{211}v_{21}^2[t] + \dots + \eta_{216}x_{45}^2[t] + \sigma_{211}v_{21}[t]v_{22}[t] + \dots + \sigma_{224}x_{41}[t]x_{45}[t], \\ x_3[t + 1] = \alpha_3 + \dots + \eta_{311}v_{31}^2[t] + \dots + \eta_{315}x_{44}^2[t] + \sigma_{311}v_{31}[t]x_2[t] + \dots + \sigma_{320}x_{43}[t]x_{44}[t], \\ x_{41}[t + 1] = \alpha_4 + \dots + \eta_{411}v_{42}^2[t] + \eta_{412}x_{45}^2[t] + \sigma_{411}v_{42}[t]x_{45}[t], \\ x_{42}[t + 1] = \alpha_5 + \gamma_{51}x_{45}[t] + \eta_{511}x_{45}^2[t], \\ x_{43}[t + 1] = \alpha_6 + \gamma_{61}x_{45}[t] + \eta_{611}x_{45}^2[t], \\ x_{44}[t + 1] = \alpha_7 + \gamma_{71}x_{45}[t] + \eta_{711}x_{45}^2[t], \\ x_{45}[t + 1] = \alpha_8 + \dots + \eta_{811}v_{41}^2[t] + \eta_{812}v_{42}^2[t] + \sigma_{811}v_{41}[t]v_{42}[t]. \end{cases}$$

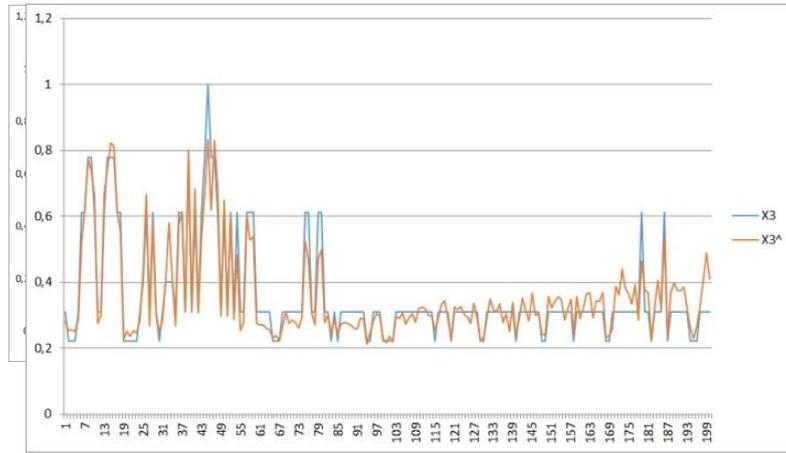


Рис. 4. Сравнение исходных и модельных данных для третьего узла квадратичной модели

На рис. 4 представлен график сравнения исходных и модельных данных для третьего узла квадратичной модели процесса горячего цинкования.

Ошибки идентификации показывают насколько модельные данные отличаются от эмпирических [15].

Среднеквадратическая ошибка:

$$\delta^2 = \frac{1}{4 \cdot 200} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^{200} (x_{ij}[t+1] - \hat{x}_{ij}[t+1]),$$

где  $m$  – объем выборки;

$i = \overline{1,4}, j = \overline{1,200}$ ;

$x_{ij}[t+1]$  – эмпирические данные системы;

$\hat{x}_{ij}[t+1]$  – модельные данные.

$$A = \frac{1}{4 \cdot 200} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^{200} \left| \frac{(x_{ij}[t+1] - \hat{x}_{ij}[t+1])}{\max x_i[t+1]} \right|.$$

В табл. 2 приведены ошибки идентификации линейной и квадратичной моделей.

Таблица 2

. Ошибки идентификации

Ошибка	Модель	
	линейная	квадратичная
$\delta^2$	18 081,32	17 793,71
$A, \%$	7,29	6,71

Уравнения квадратичной регрессии аппроксимируют исходные данные с меньшей ошибкой, чем линейные.

### ВЫВОД

Таким образом, был смоделирован процесс горячего цинкования непрерывной стальной полосы с помощью окрестностных

моделей, проведена параметрическая идентификация линейной и квадратичной моделей и рассчитаны ошибки идентификации, которые показали, что исходные данные лучше всего аппроксимируют уравнения квадратичной регрессии.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Блюмин, С.Л.** Окрестностные системы / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин. – Липецк : ЛЭГИ, 2005. – 132 с. – Текст : непосредственный.
2. **Шмырин, А.М.** Классификация билинейных окрестностных моделей / А.М. Шмырин, И.А. Седых. – Текст : непосредственный // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. – 2012. – Т. 17, Вып. 5. – С. 1366–1369.
3. **Блюмин, С.Л.** Билинейные окрестностные системы / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина. – Липецк: ЛГТУ, 2006. – 130 с. – Текст : непосредственный.
4. Окрестностное моделирование процесса очистки сточных вод / А.М. Шмырин, И.А. Седых, А.М. Сметанникова, Е.Ю. Никифорова. – Текст : непосредственный // ВТУ. Серия: Естественные и технические науки. – 2017. – № 3. – С. 596–604.
5. Окрестностное моделирование сетей Петри / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, И.А. Седых, В.Ю. Филоненко. – Липецк: ЛЭГИ, 2010. – 124 с. – Текст : непосредственный.
6. **Седых, И.А.** Параметрическая идентификация квадратичных и кубических окрестностных моделей / И.А. Седых, А.М. Сметанникова. – Текст : непосредственный // Вестник ЛГТУ. – 2018. – № 3 (37). – С. 13–17.
7. **Седых, И.А.** Параметрическая идентификация линейной динамической окрестностной модели / И.А. Седых. – Текст: непосредственный. – Текст : непосредственный // Сборник статей Международной научно-практической конференции «Инновационная наука: прошлое, настоящее, будущее». – Уфа : АЭТЕРНА, 2016. – С. 12–19.
8. Параметрическая идентификация билинейной окрестностной модели расчета температуры смотки полосы на стане / А.М. Шмырин, И.А. Седых, В.В. Кавыгин [и др.]. – Текст : непосредственный // Вестник Тамбовского университета. Серия : Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 18, Вып. 1. – С. 77– 81.
9. **Седых, И.А.** Параметрическая идентификация окрестностной модели с помощью генетического алгоритма и псевдообращения / И.А. Седых, А.М. Сметанникова. – Текст : непосредственный // Интерактивная наука. – 2017. – Т. 4, Вып. 14. – С. 113–116.
10. **Мишачев, Н.М.** Параметрическая идентификация окрестностных систем вблизи номинальных режимов / Н.М. Мишачев, А.М. Шмырин. – Текст : непосредственный // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. – 2017. – Т. 22, Вып. 3. – С. 558–564.
11. **Седых, И.А.** Идентификация и управление динамическими окрестностными моделями / И.А. Седых. – Текст : непосредственный // Современные сложные системы управления (НТCS'2017): материалы XII Международной научно-практической конференции (25–27 октября 2017 г.) В 2 частях. Часть 1. – Изд-во ЛГТУ, 2017. – С.138–142.
12. **Мельник, С.П.** Технология производства стали в ОАО «НЛМК» / С.П. Мельник – Текст : электронный // Файловый архив студентов. – 2016. [сайт] URL: [studfile.net/preview/5990480/](http://studfile.net/preview/5990480/) (дата обращения 10.11.2021).
13. **Субботина, Ю.М.** Технологические особенности агрегатов непрерывного горячего цинкования стальной полосы / Ю.М. Субботина, Л.В. Радионова. – Текст : непосредственный // Вестник ЮУрГУ. – 2016. – № 1. – С. 112–119.
14. Узел струйного регулирования толщины покрытия: [сайт]. Все о металлургии. – 2022. – URL: <https://metal-archive.ru/cinkovanie/4521-uzel-struynogo-regulirovaniya-tolschiny-pokrytiya.html> (дата обращения 10.11.2021). – Текст : электронный.
15. **Баранова, И.М.** Основы линейного и нелинейного регрессионного и корреляционно анализ: учебное пособие / И.М. Баранова, Н.А. Часова. – Брянск : БГТУ, 2007. – 34 с. – Текст : непосредственный.

Сведения об авторах:

**Седых Ирина Александровна**

доктор технических наук,  
профессор кафедры высшей математики,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

ORCID 0000-0003-0012-8103

e-mail: [sedykh-irina@yandex.ru](mailto:sedykh-irina@yandex.ru)

**Старкова Алина Сергеевна**

студент кафедры высшей математики,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

Information about authors:

**Sedykh Irina A Aleksandrovna**

Doctor of Technical Sciences, Professor of the  
Department of Higher Mathematics,  
Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

e-mail: [sedykh-irina@yandex.ru](mailto:sedykh-irina@yandex.ru)

**Starkova Alina Sergeevna**

Student of the Department of Higher  
Mathematics,

Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

DOI 10.53015/23049235\_2023\_2\_13

УДК 519.2, 691.87

Б.А. БОНДАРЕВ, И.А. СЕДЫХ, К.Н. МАКАРОВ, В.К. ЖИДКОВ

## ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯХ ВЫНОСЛИВОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ СТЕКЛОПЛАСТПОЛИМЕРБЕТОНА

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В статье рассматривается планирование трехфакторного эксперимента при исследовании конструкций. Подробно исследовано поведение стеклопластполимербетонных конструкций под действием циклических нагрузок.

**Ключевые слова:** трехфакторный эксперимент, коэффициент выносливости, идентификация.

B.A. BONDAREV, I.A. SEDYKH, N.K. MAKAROV, V.K. ZHIDKOV

## EXPERIMENTAL DESIGN IN RESEARCHING FIBERGLASS POLYMER CONCRETE STRUCTURAL ENDURANCE

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** The article discusses the design of a three-factor experiment in structural studies. The fiberglass polymer concrete structural behavior under cyclic loads is studied in detail.

**Keywords:** three-factor experiment, endurance ratio, identification.

### ВВЕДЕНИЕ

Процесс постепенного накопления локальных повреждений под действием изменяющейся нагрузки называют усталостью материала или конструкции, а

способность сопротивляться усталости именуется выносливостью [1].

В работах [2, 3, 4] достаточно подробно исследовано поведение стеклопластполимербетонных конструкций под действием циклических нагрузок. Были

получены значения коэффициента выносливости и установлена его зависимость от следующих факторов:

$\Sigma_{sp}$  – степень предварительного напряжения стеклопластиковой арматуры;

$\mu$  – коэффициент армирования конструкции;

$\rho$  – коэффициент асимметрии цикла.

Были установлены зависимости коэффициента выносливости  $K_{в,ру1}$  от вышеуказанных факторов, однако, каким образом они влияют на выносливость одновременно не было установлено.

Для этих целей и было проведено планирование эксперимента, результаты которого приведены ниже.

## 1. ТРЕХФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Итак, в качестве факторов выбраны:

X1 – степень предварительного напряжения в СПА ( $\sigma_{sp}$ );

X2 – коэффициент армирования ( $\mu$ );

X3 – коэффициент асимметрии цикла приложения нагрузки ( $\rho$ ).

Откликом системы принят коэффициент выносливости  $K_{в,ру1}$ , который показывает долю сохранившейся прочности или несущей способности после воздействия циклической нагрузки для принятой базы испытаний [6,7].

Исходные данные трехфакторного эксперимента представлены в табл. 1.

Таблица 1

План-матрица композиционного плана на кубе типа  $B_3$  для трех переменных факторов

№ опыта	Кодировка			Параметры			Среднее значение, $\bar{y}$
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	
1	-1	-1	-1	1,38	1,35	1,32	1,35
2	1	-1	-1	1,4	1,7	1,6	1,57
3	-1	1	-1	1,18	1,2	1,22	1,2
4	1	1	-1	1,45	1,5	1,49	1,48
5	-1	-1	1	1,54	1,48	1,52	1,51
6	-1	-1	1	1,8	1,76	1,79	1,78
7	-1	1	1	1,43	1,45	1,39	1,42
8	1	1	1	1,64	1,7	1,66	1,67
9	-1	0	0	1,28	1,36	1,3	1,31
10	1	0	0	1,3	1,38	1,35	1,34
11	0	-1	0	1,19	1,2	1,21	1,2
12	0	1	0	1,05	1,14	1,11	1,1
13	0	0	-1	1,46	1,54	1,52	1,51
14	0	0	1	1,02	1,06	1,1	1,06

Каждый опыт повторялся по три раза ( $y_1, y_2, y_3$ ). Среднее значение для каждого опыта определяется по формуле (1)

$$\bar{y}_u = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_i, \quad (1)$$

где  $k$  – число повторений опытов ( $k = 3$ ),

$u$  – порядковый номер опыта.

После подсчета средних значений оптимизации в каждом опыте, необходимо проверить однородность дисперсии всего плана. Проверка однородности дисперсии

проводится с помощью критерия Кохрена ( $G$ ). При этом дисперсия в каждой горизонтальной строке матрицы подсчитывается по формуле (2)

$$S_u^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y}_u)^2, \quad (2)$$

где  $u$  – порядковый номер опыта.

Дисперсия в каждой горизонтальной строке матрицы представлена в табл. 2.

Дисперсия в каждой горизонтальной строке матрицы

№ опыта	Постр. дисперсия $S_u^2$
1	0,0009
2	0,0233
3	0,0004
4	0,0007
5	0,0009
6	0,0004
7	0,0009
8	0,0009
9	0,0017
10	0,0016
11	0,0001
12	0,0021
13	0,0017
14	0,0016

Находим расчетное значение критерия Кохрена ( $G_p$ ) по формуле (3)

$$G_p = \frac{S_{umax}^2}{\sum_{u=1}^N S_u^2}, \quad (3)$$

где  $N$  – количество опытов в плане ( $N = 14$ ).

После расчетов  $G_p = 0,0914$ , а табличное значение критерия Кохрена для  $v_1 = k - 1$  и  $v_2 = N$ , методом интерполяции определяем  $G_{табл} = 0,3346$ .

Так как  $G_p < G_{табл}$ , то дисперсия однородна и нет необходимости устранять источники нестабильности эксперимента, уменьшать интервал варьирования факторов и повторять эксперимент.

## 2. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ КВАДРАТИЧНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

В этой работе было рассмотрено два метода нахождения коэффициентов эксперимента.

$$y = B_0 + \sum_{i=1}^n B_i X_i + \sum_{i \neq j=1}^n B_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^n B_{ii} X_i^2,$$

где  $n = 3$  – число контролируемых факторов

### 2.1. МЕТОД КВАДРАТИЧНОЙ РЕГРЕССИИ НА ГИПЕРКУБЕ

С помощью уже известных коэффициентов  $A_i$  (табл. 3), по формулам (4–13) рассчитываем коэффициенты  $B_i$  (табл. 4).

Таблица 3

Коэффициенты  $A_i$ 

$A_1$	0,4065
$A_2$	0,15625
$A_3$	0,1
$A_4$	0,125
$A_5$	0,5
$A_6$	0,09375

$$B_0 = A_1 \sum_{u=1}^N \bar{y}_u + A_2 \sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 \cdot \bar{y}_u, \quad (4)$$

$$B_1 = A_3 \sum_{u=1}^N X_{1u} \cdot \bar{y}_u, \quad (5)$$

$$B_2 = A_3 \sum_{u=1}^N X_{2u} \cdot \bar{y}_u, \quad (6)$$

$$B_3 = A_3 \sum_{u=1}^N X_{3u} \cdot \bar{y}_u, \quad (7)$$

$$B_{12} = A_4 \sum_{u=1}^N X_{1u} \cdot X_{2u} \cdot \bar{y}_u, \quad (8)$$

$$B_{13} = A_4 \sum_{u=1}^N X_{1u} \cdot X_{3u} \cdot \bar{y}_u, \quad (9)$$

$$B_{23} = A_4 \sum_{u=1}^N X_{2u} \cdot X_{3u} \cdot \bar{y}_u, \quad (10)$$

$$B_{11} = A_5 \sum_{u=1}^N X_{1u}^2 \cdot \bar{y}_u + A_6 \sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 \cdot \bar{y}_u - A_2 \sum_{u=1}^N \bar{y}_u, \quad (11)$$

$$B_{22} = A_5 \sum_{u=1}^N X_{2u}^2 \cdot \bar{y}_u + A_6 \sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 \cdot \bar{y}_u - A_2 \sum_{u=1}^N \bar{y}_u, \quad (12)$$

$$B_{33} = A_5 \sum_{u=1}^N X_{3u}^2 \cdot \bar{y}_u + A_6 \sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 \cdot \bar{y}_u - A_2 \sum_{u=1}^N \bar{y}_u. \quad (13)$$

Таблица 4

Коэффициенты  $B_i$  по методу квадратичной регрессии на гиперкубе

$B_0$	1,131875
$B_1$	0,104
$B_2$	-0,05433
$B_3$	0,034333
$B_{12}$	0,004583
$B_{13}$	0,0025
$B_{23}$	0,00375
$B_{11}$	0,196458
$B_{22}$	0,018125
$B_{33}$	0,151458

С помощью полученных коэффициентов  
рассчитываем теоретические значения

функции для каждого из 14 опытов  
(табл. 5).

Теоретические значения функции, найденные по методу квадратичной регрессии на гиперкубе

№ опыта	$y^{\wedge}$
1	1,42
2	1,62
3	1,3
4	1,5
5	1,48
6	1,68
7	1,37
8	1,59
9	1,22
10	1,43
11	1,2
12	1,1
13	1,25
14	1,32

Сравниваем исходную модель с модели (рис. 2), найденные по методу расчетной (рис.1) и представляем квадратичной регрессии на гиперкубе. графическую интерпретацию полученной

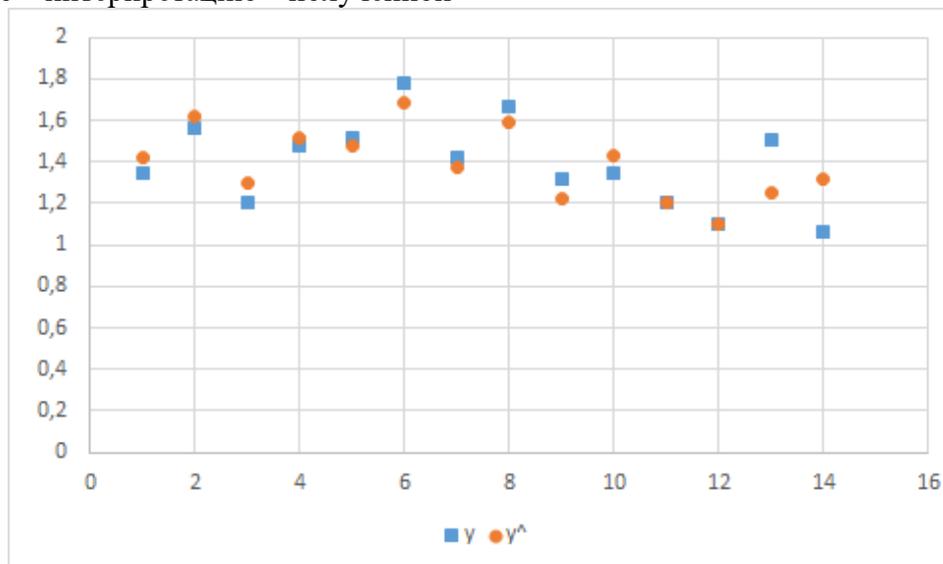


Рис.1. График сравнения исходных и теоретических значений функции, найденных по методу квадратичной регрессии на гиперкубе

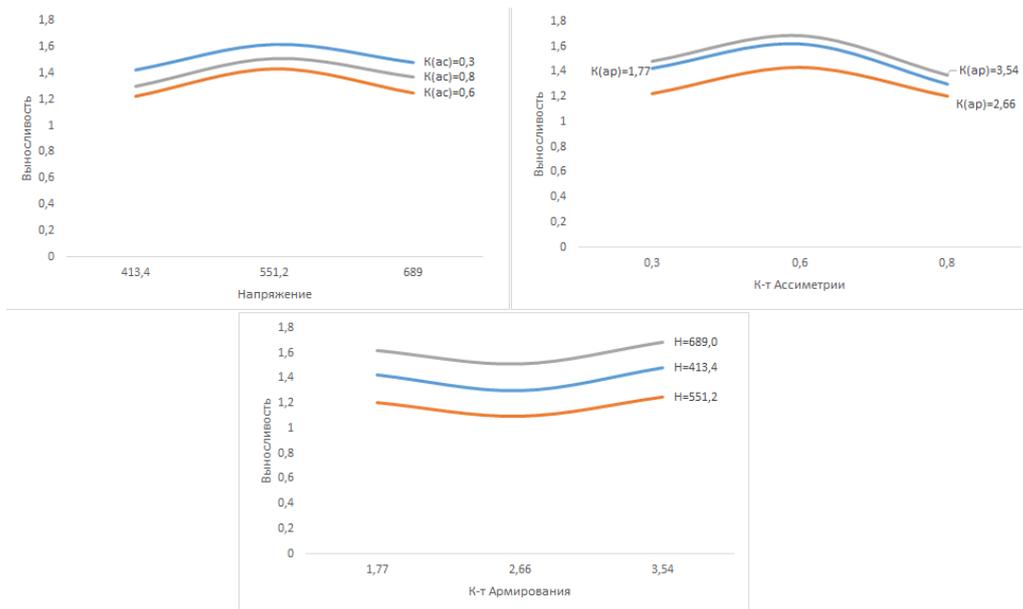


Рис. 2. Графическая интерпретация полученной математической модели, найденной по методу квадратичной регрессии на гиперкубе

## 2.2. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Метод наименьших квадратов (МНК) – математический метод, применяемый для решения различных задач, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от экспериментальных входных данных [7]. Он может использоваться для «решения» переопределенных систем уравнений, для поиска решения в случае обычных

нелинейных систем уравнений, для аппроксимации точечных значений некоторой функции [8]. МНК является одним из базовых методов регрессионного анализа для оценки неизвестных параметров регрессионных моделей по выборочным данным [9].

Для метода наименьших квадратов составляем промежуточные расчеты (рис. 3).

L									
	x1*y	x2*y	x3*y	x1*x2*y	x1*x3*y	x2*x3*y	x1*x1*y	x2*x2*y	x3*x3*y
1	-1,35	-1,35	-1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35
1	1,566667	-1,566667	-1,566667	-1,566667	-1,566667	1,566667	1,566667	1,566667	1,566667
1	-1,2	1,2	-1,2	-1,2	1,2	-1,2	1,2	1,2	1,2
1	1,48	1,48	-1,48	1,48	-1,48	-1,48	1,48	1,48	1,48
1	-1,51333	-1,51333	1,51333	1,51333	-1,51333	-1,51333	1,51333	1,51333	1,51333
1	1,78333	-1,78333	1,78333	-1,78333	1,78333	-1,78333	1,78333	1,78333	1,78333
1	-1,42333	1,42333	1,42333	-1,42333	-1,42333	1,42333	1,42333	1,42333	1,42333
1	1,666667	1,666667	1,666667	1,666667	1,666667	1,666667	1,666667	1,666667	1,666667
1	-1,31333	0	0	0	0	0	1,31333	0	0
1	1,34333	0	0	0	0	0	1,34333	0	0
1	0	-1,2	0	0	0	0	0	1,2	0
1	0	1,1	0	0	0	0	0	1,1	0
1	0	0	-1,50667	0	0	0	0	0	1,50667
1	0	0	1,06	0	0	0	0	0	1,06

Рис. 3. Промежуточные расчеты для метода наименьших квадратов

После этого по формуле (14) рассчитываем коэффициенты  $B$  (табл. 6).

$$B_i = Y_i((L_i^T \cdot L_i)^{-1} \cdot L_i^T) . \quad (14)$$

Таблица 6

Коэффициенты  $B_i$  по методу наименьших квадратов

$B_0$	1,13605
$B_1$	0,05477
$B_2$	-0,0306
$B_3$	0,01856
$B_{12}$	0,00615
$B_{13}$	-0,0008
$B_{23}$	0,00329
$B_{11}$	0,12554
$B_{22}$	-0,0128
$B_{33}$	0,12824

Рассчитываем теоретические значения функции для каждого из 14 опытов (табл. 7).

Таблица 7

Теоретические значения функции, найденные по методу наименьших квадратов

№ опыта	$y^{\wedge}$
1	1,415369084
2	1,615182395
3	1,288229499
4	1,506535106
5	1,497928426
6	1,732913033
7	1,381144497
8	1,623293226
9	1,228996691
10	1,378265348
11	1,157477272
12	1,088354991
13	1,301310301
14	1,2916668

Сравниваем исходную модель с расчетной (рис. 4) и представляем графическую интерпретацию полученной модели (рис. 5) найденной по методу наименьших квадратов.

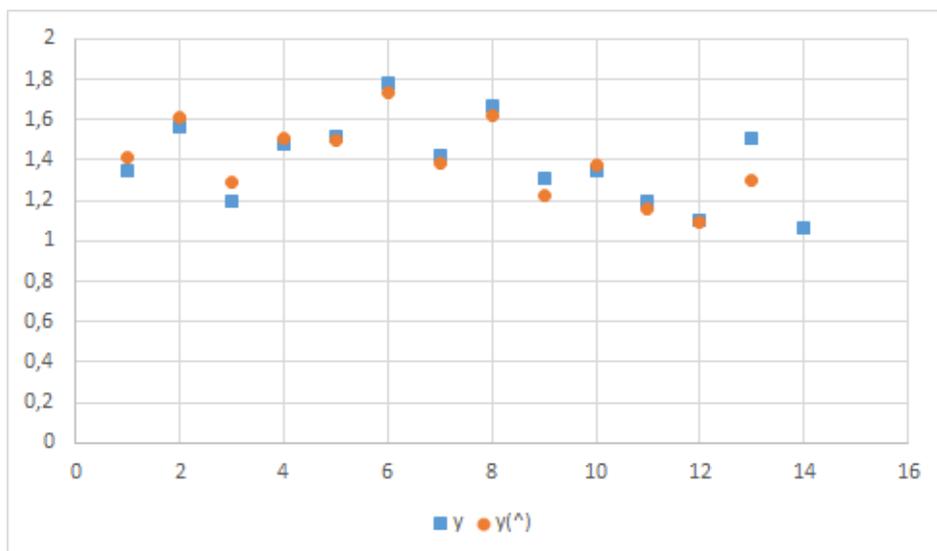


Рис. 4. График сравнения исходных и расчетных данных по методу наименьших квадратов

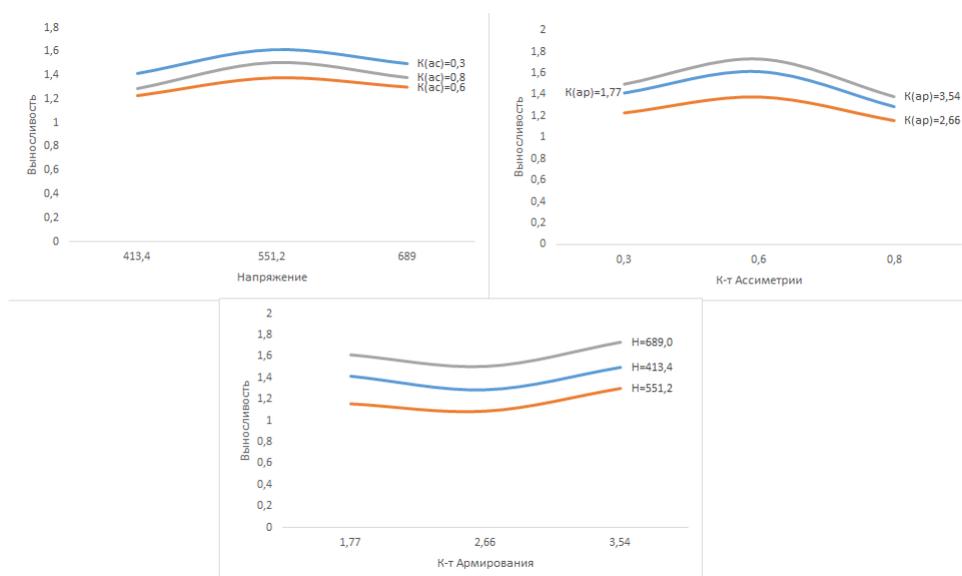


Рис. 5. Графическая интерпретация полученной математической модели, найденной по методу наименьших квадратов

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был рассмотрен трехфакторный эксперимент, основанный на степени предварительного напряжения в СПА, коэффициентах армирования и асимметрии цикла приложения нагрузки. Также было рассмотрено два метода

нахождения коэффициентов эксперимента: метод квадратичной регрессии на гиперкубе и метод наименьших квадратов. Представлены графические интерпретации полученных моделей, найденных различными методами.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Кабанов, В.А.** Надежность элементов деревянных конструкций / В.А. Кабанов. – Курск : Изд-во КГТУ – 2003. – 146 с. – Текст : непосредственный.

2. Выносливость полимерных композиционных материалов каркасного типа в элементах конструкций деформационных швов мостовых сооружений / Б.А. Бондарев, А.О. Корнеева, О.О. Корнеев [и др.]. – Текст : непосредственный

// Construction and Geotechnics. – 2020. – Т. 11, № 3. – С. 29–40. – Текст : непосредственный.

3. **Бондарев, Б.А.** Циклическая долговечность композиционных материалов в конструкциях транспортных сооружений / Б.А. Бондарев, Ю.В. Штефан, П.В. Комаров. – Текст : непосредственный // Всероссийская научно-практическая конференция «Актуальные проблемы современного дорожного строительства и хозяйства». – Вологда. 2002. – С. 8–11.

4. Малоцикловая усталость полимерных композиционных материалов / Б.А. Бондарев, Р.Н. Черноусов, А.Б. Бондарев [и др.]. – Текст : непосредственный // Вестник ВолгГАСУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2013. – Вып. 31(50). – С. 96–100.

5. **Соломатов, В.И.** Технология полимербетонных и армополимербетонных изделий / В.И. Соломатов. – Москва : Стройиздат, – 1984. – 144 с. – Текст : непосредственный.

6. Исследование циклической долговечности стеклопластполимербетона

для ремонта и восстановления конструкций транспортных сооружений / Б. А. Бондарев, А. Д. Корнеев, П. В. Борков [и др.]. – Текст : непосредственный. // Строительные материалы. – 2023. – № 1–2. – С. 11–17.

7. **Седых, И.А.** Линейные и квадратичные комплекснозначные динамические окрестностные модели / И.А. Седых, М.Ю. Кикин. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. – № 2 (43). – С. 14–9.

8. **Седых, И.А.** Параметрическая идентификация квадратичных и кубических окрестностных моделей / И.А. Седых. — Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2018. – № 3(37). – С. 13–17.

9. **Седых, И.А.** Управление динамическими окрестностными моделями с переменными окрестностями / И.А. Седых. – Текст : непосредственный // Системы управления и информационные технологии. – 2018. – № 1(71). – С. 18–23.

Сведения об авторах

**Бондарев Борис Александрович**

доктор технических наук, профессор кафедры строительного материаловедения и дорожных технологий, Липецкий государственный технический университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

ORCID: 0000-0001-7194-9270

e-mail: Insp-48@mail.ru

**Седых Ирина Александровна**

доктор технических наук, профессор кафедры высшей математики, Липецкий государственный технический университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

ORCID 0000-0003-0012-8103

Information about authors

**Bondarev Boris Aleksandrovich**

Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Construction Materials Science and Road Technologies

Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

e-mail: Insp-48@mail.ru

**Sedykh Irina Aleksandrovna**

Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Higher Mathematics,

Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

e-mail: sedykh-irina@yandex.ru

**Макаров Кирилл Николаевич**  
студент кафедры высшей математики,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.

**Жидков Владимир Константинович**  
студент кафедры строительного  
материаловедения и дорожных технологий,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.

**Makarov Kirill Nikolaevich**  
Student of the Department of Higher  
Mathematics,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

**Zhidkov Vladimir Konstantinovich**  
Student of the Department of Construction  
Materials Science and Road Technologies,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

DOI 10.53015/23049235\_2023\_22  
УДК 51.74

В.В. СЁМИНА, Г.В. СЁМИН

## О ПРИМЕНЕНИИ СЛАБОСВЯЗАННЫХ ОКРЕСТНОСТНЫХ СИСТЕМ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** Целью исследования являются структурная идентификация моделей слабосвязанных окрестностных систем, изучение влияния обратных связей на количество идентифицируемых параметров системы и применение алгоритмов системного анализа для оптимизации моделей. Рассмотрены возможности окрестностного моделирования технических систем в цементном производстве, металлургии и других отраслях.

**Ключевые слова:** окрестностное моделирование, слабосвязанные системы, структурная идентификация.

V.V. SEMINA, G.V. SEMIN

## APPLICATION OF LOOSELY COUPLED NEIGHBORHOOD SYSTEMS

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** The purpose of the study is to structurally identify neighborhood models of loosely coupled systems, to study the effect of feedback on the number of identified system parameters, and to apply system analysis algorithms to optimize models. The possibilities of neighborhood modeling of technical systems in cement production, metallurgy and other industries are considered.

**Keywords:** neighborhood modeling, loosely coupled systems, structural identification.

### ВВЕДЕНИЕ

Для описания и создания структур новых систем, устранения неполадок в

существующих системах, их модернизации успешно применяются методы системного анализа. Системный подход позволяет

рассмотреть объект любой сложности как самостоятельную систему, обладающую определенными особенностями функционирования и развития, изучить свойства этой системы, определить ее структуру, идентифицировать ее параметры.

При работе со сложными техническими производственными системами, например в металлургии, цементном производстве, использование методов системного анализа обладает преимуществом: системный анализ можно проводить не только на стадии разработки системы, но и в уже в существующей работающей системе, в которой проводятся наблюдения за ее функционированием для устранения неполадок и улучшения работы системы.

Во время создания моделей сложных пространственно-распределенных систем существует проблема выбора эффективной структуры математической модели. Из-за распределенности системы в пространстве и наличия нелинейных связей между подсистемами и возникает сложность моделирования и управления такими объектами. Одним из подходящих решений данных задач при описании сложных процессов является использование окрестностных моделей [1], учитывающих нелинейный характер связей между узлами процесса системы.

В топологии и смежных областях математики окрестность является одним из основных понятий. В общем под окрестностью точки понимается множество точек, содержащих эту точку, где можно переместиться на некоторое расстояние в любом направлении от этой точки, не покидая множества. Но в других разделах математики понятие «окрестности» может трактоваться по-другому. В теории графов под окрестностью вершины  $v$  понимается подграф исходного графа, состоящий из всех вершин, сопряженных  $v$ , и всех ребер, соединяющих две такие вершины.

Окрестностные системы являются общим классом систем на графах [1, 2]. Граф является удобной формой структурной идентификации, когда определяются узлы модели, переменные в них и связи между узлами. Для каждой вершины вводятся понятия окрестности узла по состоянию,

входному воздействию, выходному воздействию. С помощью графа в дальнейшем в окрестностном моделировании определяется, какие переменные входят в уравнения окрестностной системы [2]. Обозначим вершины окрестностной системы  $n_i, i = 1 \dots k$ , аргументы дискретны и принимают значения из конечного множества  $N = \{n_1, n_2, \dots, n_k\}$ ,  $n, x, y, z \in N$ . Удобно выделять следующие типы вершин: входы (имеют только выходящие дуги, на схеме изображены квадратами), выходы (имеют только выходящие дуги, изображены квадратами); узлы (имеют входящие и выходящие дуги, могут иметь петли, изображены кругами). Входы могут быть внутренними контролируруемыми и внешними неконтролируемыми.

В случае когда рассматриваемая система может быть представлена в виде двух и более подсистем, между которыми существует малое количество связей, то такую систему можно описать с помощью окрестностных моделей параллельных слабосвязанных процессов [3].

Цель исследования состоит в структурной идентификации окрестностных моделей слабосвязанных систем, в изучении влияния обратных связей на количество идентифицируемых параметров систем, в применении алгоритмов системного анализа для оптимизации моделей.

## СЛАБОСВЯЗАННЫЕ ОКРЕСТНОСТНЫЕ СИСТЕМЫ

С точки зрения системного анализа задача описания слабосвязанных систем в рамках одной модели является актуальной и встречается достаточно часто. Слабосвязанные системы используются для проектирования web-сервисов [4], нейронных сетей, систем автоматизации [5], архитектуры систем банковской автоматизации и автоматизированных информационных систем [6], в организационных системах управления [7], применяются в решении задач функционального анализа [8].

Применение слабосвязанных систем во всех рассмотренных выше областях

вводится с целью уменьшения количества зависимостей между подсистемами или компонентами этих систем. Сокращение количества связей и общего количества переменных позволяет уменьшить объём возможных последствий из-за сбоев в работе программ или из-за системных изменений, которые неизбежно возникают при функционировании и развитии систем.

Отметим, что на общесистемном уровне можно выделить общие закономерности в поведении и свойствах слабосвязанных систем, но переходя к конкретным задачам термин «слабосвязанный» может относиться к достаточно далёким друг от друга областям и моделям. В данной работе понятие слабой связанности

конкретизируется в контексте окрестностных моделей.

Рассмотрим окрестностную систему, состоящую из 11 вершин (2 входа ( $U$ ), 7 состояний ( $V$ ), 2 выхода ( $W$ )). Предположим, что она описывает два параллельных процесса, заданных над одной структурой. Одним из примеров подобной ситуации является задача описания процессов вентиляции и фильтрации воздуха в цехах различных производств: в цементном производстве [10], металлургии и других отраслях. Пусть глобальными переменными в рассматриваемой системе являются  $V_{12}^1, V_{12}^3, V_{12}^5, U_{12}^2; W_{12}^2$ .

Окрестностная структура такой системы приведена на рис. 1.

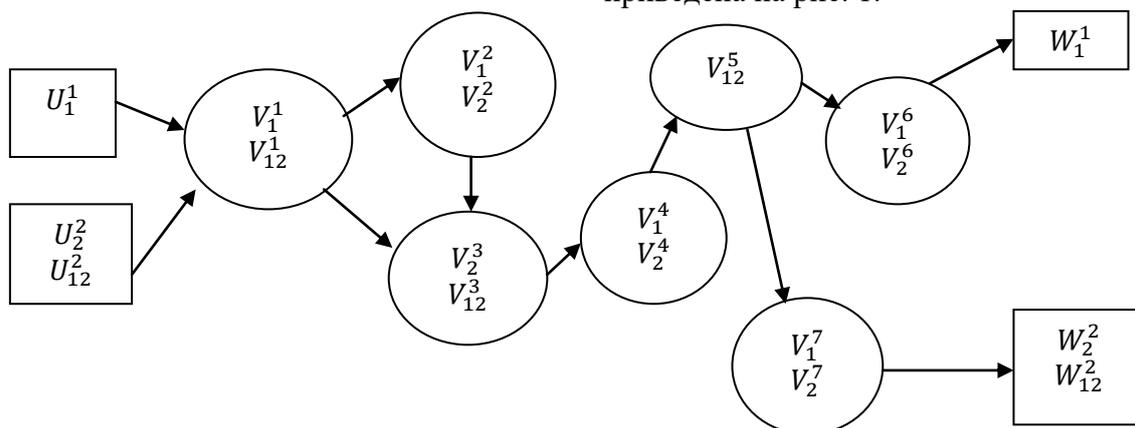


Рис. 1. Окрестностная структура без обратных связей

Для удобства входы и выходы на рис. 1 обозначены квадратами, а узлы состояний – кругами. Внутри узла перечислены переменные, верхний индекс показывает, номер узла (входы, выходы и состояния нумеруются, начиная с 1), нижний индекс

показывает, к какой из подсистем относится переменная, в случае если нижний индекс 12, то это означает, что переменная является глобальной. На рис. 2. приведены все типы вершин окрестностной структуры двойной системы, описанные в работе [10].

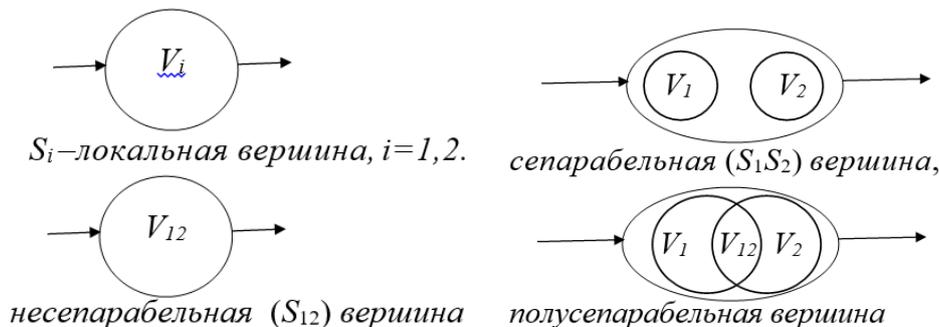


Рис. 2. Типы вершин слабосвязанных окрестностных систем

Применим к указанной системе алгоритм декомпозиции (рис. 3) [3, 10].

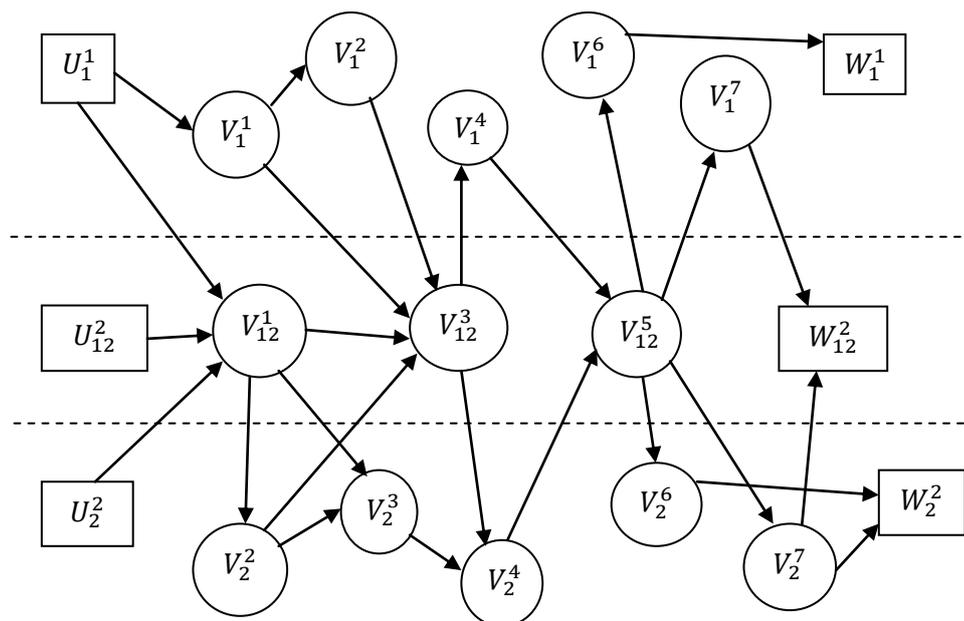


Рис. 3. Окрестностная структура после процедур системного анализа

Из первой копии окрестностной системы удаляются все локальные вершины второй подсистемы и аналогично из второй подсистемы удаляются все вершины первой подсистемы и инцидентные этим вершинам ребра (1). Далее две структуры соединяются по глобальным переменным связи.

На следующем этапе по построенной окрестностной структуре определяются уравнения модели системы. Чтобы построить окрестностную систему, ассоциированную с окрестностной структурой, каждому узлу и выходу ставится в соответствие уравнение (скалярное, векторное или матричное), в которое отбираются только переменные из вершин, дуги из которых входят в рассматриваемый узел. Если уравнение связано с выходом, то в него входят переменные вершин, дуги из которых входят в выход.

В простейшем линейном случае модель системы на рис. 1 содержит 28 параметров, а на рис. 2 содержит 13 и 7 параметров соответственно для первой и второй подсистем. При уменьшении количества глобальных переменных происходит сокращение количества идентифицируемых параметров почти в два раза.

При моделировании сложных систем, особенно технологических процессов на производстве, в системах будут присутствовать обратные связи между её элементами. Контур обратной связи – часть системы, в которой выходные данные частично или полностью используются в качестве входных данных для будущих операций.

Петли обратной связи полезны для поддержания оптимальных режимов работы систем или состояния системы в определенных границах [11]. В качестве примера можно привести работу термостата. Когда температура падает до заданного нижнего порога, термостат включает систему отопления. Когда температура достигает заданного высокого заданного значения, термостат выключает систему отопления.

Контур обратной связи могут встречаться не только при моделировании технических систем, но и применяться в различных областях. В биологии петли обратной связи помогают организмам поддерживать баланс в разных жизненных циклах. В частности, у людей петли обратной связи включают внутреннюю регуляцию температуры и выздоровление. В информатике цикл обратной связи

относится к бесконечному циклу инструкций, которые могут быть даны компьютеру без последнего шага. При разработке программного обеспечения циклы обратной связи используются в программах для обнаружения потенциальных проблем или дефектов в коде.

В экономике примером петли обратной связи является компания, которая реинвестирует выручку от продаж, чтобы получить еще больший доход. В клиентском опыте цикл обратной связи с клиентами относится к бизнес-стратегии, в которой разработчики продуктов используют мнение

клиентов для определения будущих действий. В маркетинге социальные сети можно использовать как петлю обратной связи для улучшения маркетинговых методов. Например, измерение типов контента с самым высоким уровнем вовлеченности может помочь маркетологам понять, какой контент использовать в будущем.

Рассмотрим окрестностную структуру, в которую добавим одну обратную связь между узлами состояний (рис. 4). Под обратной связью будет пониматься ребро графа, идущее к предыдущей вершине.

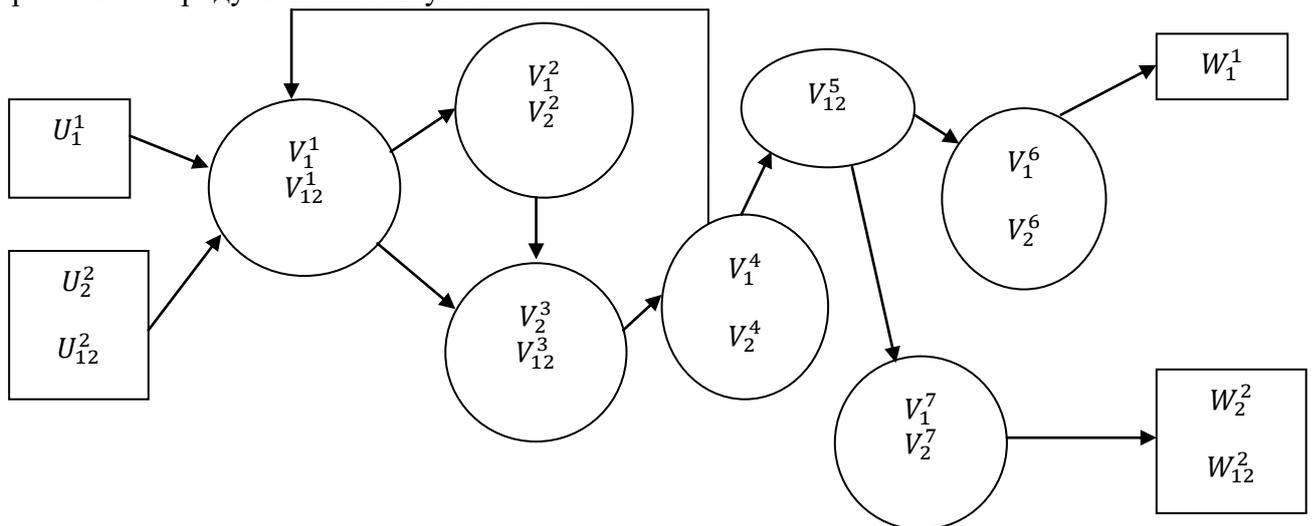


Рис. 4. Окрестностная структура с одной обратной связью

Применим также к данной системе алгоритм декомпозиции, получим две

подсистемы, которые будут связаны по глобальным переменным (рис. 5, 6).

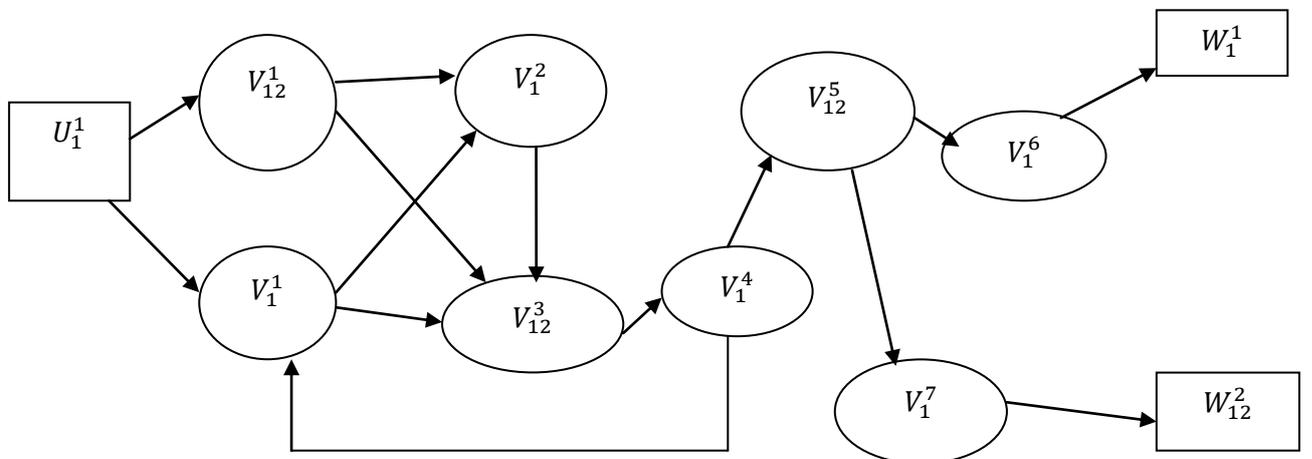


Рис. 5. Первая подсистема окрестностной структуры с одной обратной связью

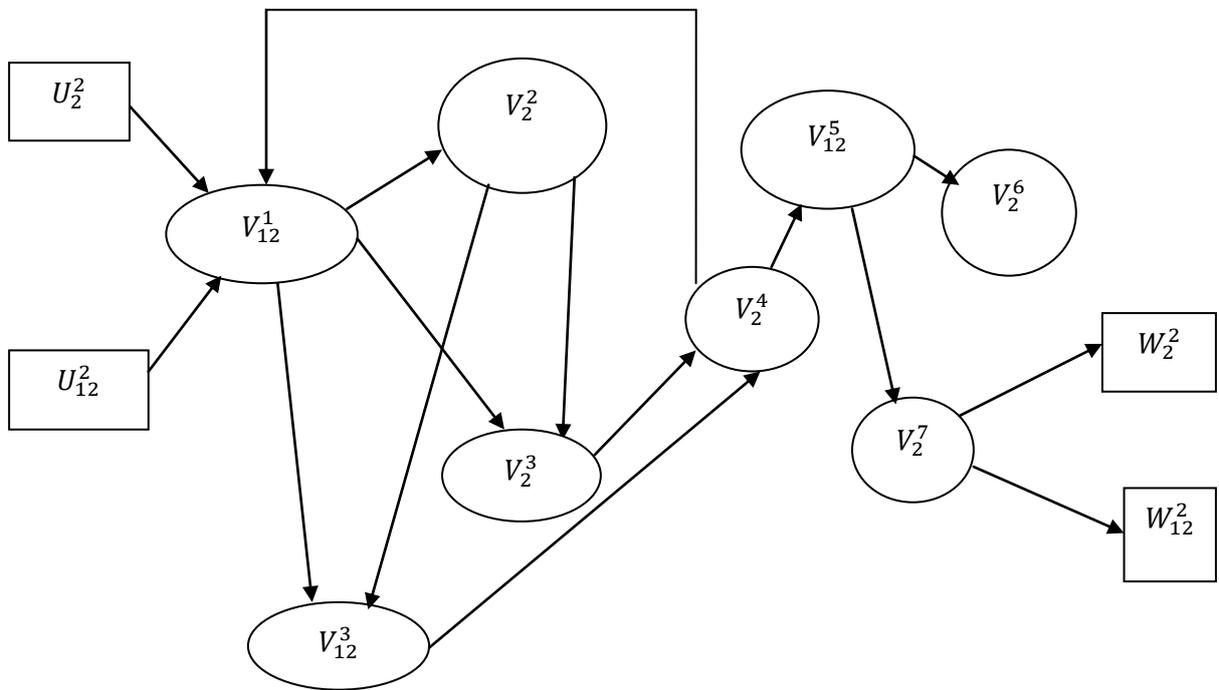
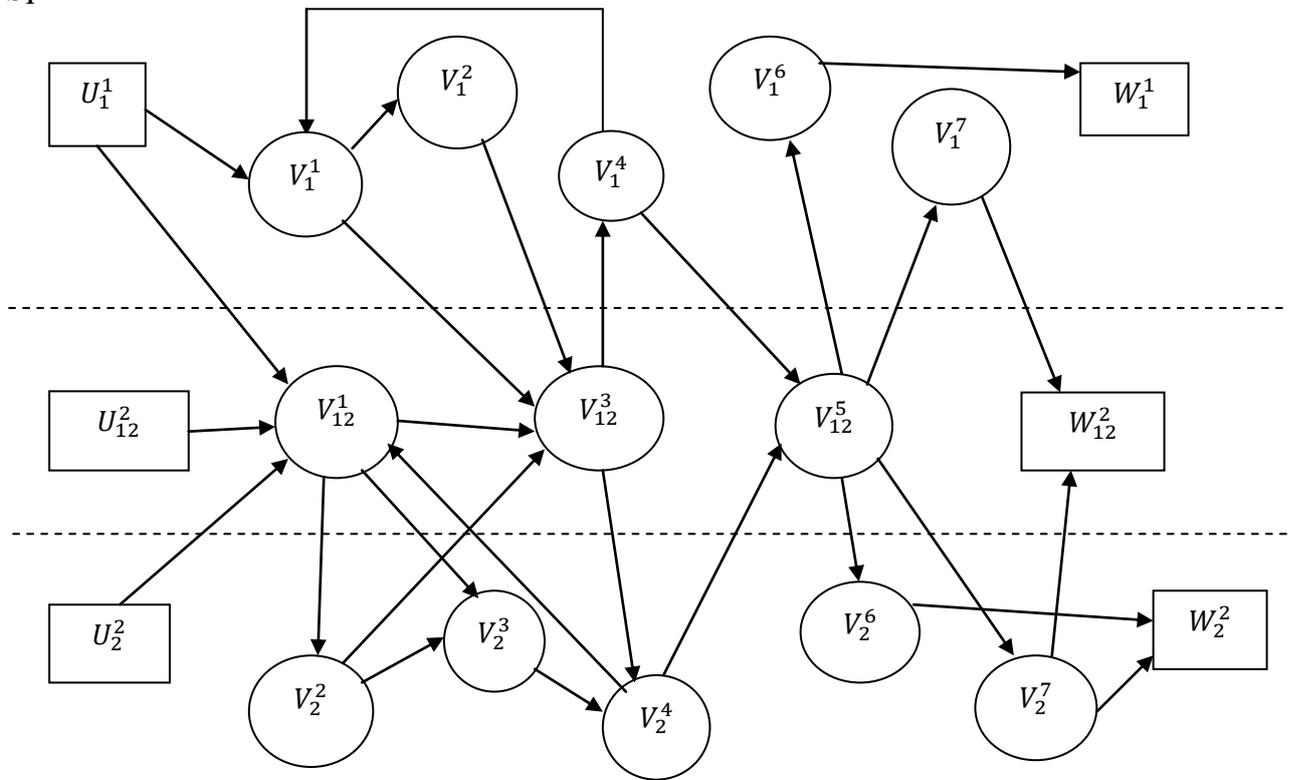


Рис. 6. Вторая подсистема окрестностной структуры с одной обратной связью

Построим слабосвязанную окрестностную структуру применив алгоритм агрегирования (рис. 7).

$S_1$



$S_2$

Рис. 7. Слабосвязанная структура с одной обратной связью

Рассмотрим структуру, представленную на рис. 4. Она будет содержать 13 уравнений и 30 коэффициентов, в случае если в правой части стоит линейная функция без свободного члена. В случае если функция  $F$

будет билинейная [13–14], то необходимо определить уже 60 коэффициентов. После применения алгоритмов системного анализа (рис. 7) количество коэффициентов, требующих параметрической

идентификации, уменьшилось до 14 в случае линейных функций, а в случае билинейных до 18.

Приведем сравнительный анализ полученных результатов в виде сводных

таблиц количества коэффициентов в моделях систем до применения алгоритмов (табл. 1) и после (табл. 2).

Таблица 1

Количество коэффициентов модели, требующих идентификации до декомпозиции

Окрестностная структура	Тип функции $F$ в модели системы	
	Линейная	Билинейная
Без обратной связи	28	51
С 1 обратной связью	30	60
С 2 обратными связями	34	74

Таблица 2

Количество коэффициентов модели после декомпозиции

Окрестностная структура	Тип функции $F$ в модели системы	
	Линейная	Билинейная
Без обратной связи	13	15
С 1 обратной связью	14	18
С 2 обратными связями	16	23

## ВЫВОДЫ

Сравнивая полученные результаты для каждого типа окрестностной структуры, можно говорить о сокращении коэффициентов, требующих параметрической идентификации, в 2 раза в линейных системах и в 3 раза в билинейных, что подтверждает эффективность моделирования структур систем с помощью окрестностных моделей двух параллельных слабосвязанных процессов.

С точки зрения системного анализа окрестностные модели оптимально сочетают в себе методы структурной и параметрической идентификации, что позволяет хотя бы частично исключить сложный анализ «физики» процесса и минимизировать (например, по сравнению с нейросетевыми методами) объём необходимых экспериментальных данных.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Мишачев, Н.М.** Окрестностные метасистемы на орграфах / Н.М. Мишачев, А.М. Шмырин. – Текст : непосредственный // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2018. – Т. 23, № 123. – С. 479–487.

2. **Blyumin, S.L.** Nonlinear Neighborhood Systems / S.L. Blyumin, A.M. Shmyrin. – Text : immediate // Int. Conf. on Dynamical Modelling and Stability Investigation. Kiev University. – Kiev, Ukraine, 1999. – P 37–40.

3. **Shmyrin, A.M.** Weakly Connected Neighborhood Systems / Anatoliy Shmyrin, Nikolay Mishachev and Valeria Semina. –

Text : immediate // International Russian Automation Conference (RusAutoCon), IEEE? Sochi, Russia, 2019. – P. 1–6.

4. **Становский, А.Л.** Оптимизация слабосвязанных систем в автоматизированном проектировании и управлении / А.Л. Становский, П.С. Швец, И.Н. Щедров. – Текст : непосредственный // Учасні технології в машинобудуванні - Modern technologies in mechanical engineering: зб. наук. пр. – Харків : НТУ "ХПІ", 2011. – Вип. 6. – С. 129–134.

5. **Дорогов, А.Ю.** Методы многоуровневого проектирования быстро-

действующих модульных нейронных сетей прямого распространения на основе иерархических категорных моделей : специальность 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (техника и технологии)» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Дорогов Александр Юрьевич ; Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина). – Санкт-Петербург, 2004. – Библиогр. : – 402 с.: 35–77. – Текст : непосредственный.

6. **Сахаров, М.К.** Новый адаптивный метод мультиметрической глобальной оптимизации для слабосвязанных вычислительных систем / М.К. Сахаров. – Текст : непосредственный // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». – 2019. – № 5 (128). – С. 95–112.

7. **Филлипс, Ч.** Системы управления с обратной связью: [пер.] / Ч. Филлипс. – Москва : Лаборатория Базовых знаний, 2001, 616 с. – Текст: непосредственный.

8. **Лифшиц, А.Е.** Слабосвязанные системы с нераспространяющимися волнами / А.Е. Лифшиц. – Текст : непосредственный // Функциональный анализ и его прил. – 1984. – Т. 18, вып. 2. – С. 67–68.

9. **Semina, V.V.** Structural Identification of Neighborhood Model for Ventilation-Filtration

System / Anatoliy Shmyrin, Nikolay Mishachev and Valeria Semina. – Text : immediate // International Journal of Applied Engineering Research. ISSN 0973-4562. – 2017. – Vol. 12, № 2. – P. 1114–1117.

10. **Сёмина, В.В.** Идентификация слабосвязанных окрестностных систем / В.В. Сёмина – Текст : непосредственный // Вестник ВГТУ. – 2019. – № 2. – С. 69–75.

11. **Калман, Р.** Очерки по математической теории систем / Р. Калман, П. Фалб, М. Арбиб. – Москва : Едиториал УРСС, 2004. – 398 с. – Текст : непосредственный.

12. **Шмырин, А.М.** Билинейная модель стадии диффузии производства сахара на основе уравнений теплового баланса / А.М. Шмырин, Н.М. Мишачёв, А.С. Канюгина. – Текст : непосредственный // Системы управления и информационные технологии. – 2018. – № 2(72). – С. 85–88.

13. **Блюмин, С.Л.** Билинейные окрестностные системы / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина. – Липецк : ЛЭГИ, 2006. – 131 с. – Текст : непосредственный.

14. **Блюмин, С.Л.** Симметричные, смешанные и билинейные окрестностные модели / С.Л. Блюмин, О.А. Шмырина. – Текст : непосредственный// Экономика и управление, математика : сборник научных трудов. – Липецк : ЛЭГИ, 2002. – С. 44–48.

Сведения об авторах:

**Сёмина Валерия Владимировна**

кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики,  
Липецкий государственный технический университет,  
398055, Россия, г. Липецк, ул. Московская,  
д. 30.

[pravilnik@mail.ru](mailto:pravilnik@mail.ru)

**Сёмин Григорий Викторович**

руководитель отдела продаж ООО «ЦЕНТР ЛИПЕЦК».

398000, Россия, г. Липецк, ул. Юных Натуралистов, владение, 18Б.

[semin\\_gv@toyota-l.ru](mailto:semin_gv@toyota-l.ru)

Information about authors:

**Semina Valeria Vladimirovna**

Candidate of Technical Sciences, Department of Higher Mathematics,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

[pravilnik@mail.ru](mailto:pravilnik@mail.ru)

**Semin Grigory Viktorovich**

Head of Sales Department, LLC «CENTER LIPETSK»

398000, Russia, Lipetsk, Young Naturalists st., property 18B.

[semin\\_gv@toyota-l.ru](mailto:semin_gv@toyota-l.ru)

П.В. САРАЕВ, А.А. ТОПИЛЬСКИЙ

## МЕТОДЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ В АЛГОРИТМАХ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В статье рассматриваются основные методы применения нейросетевых моделей для рекомендательных систем, выделяются общие преимущества и недостатки описанных методов, а также проведено сравнение рекомендательных систем с использованием нейросетевых моделей и без них.

**Ключевые слова:** нейронные сети, рекомендательные системы, сети прямого распространения, рекуррентные нейронные сети, сети на основе внимания, сети на основе графов.

P. V. SARAEV, A. A. TOPILSKIY

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

## METHODS OF USING NEURAL NETWORK MODELS IN RECOMMENDER SYSTEM ALGORITHMS

**Abstract:** The article considers the main methods of using neural network models for recommender systems, identifies common advantages and disadvantages of the described methods, and compares recommender systems which use neural network models and which do not.

**Keywords:** neural networks, recommender systems, feedforward networks, recurrent neural networks, attention-based networks, graph-based networks.

### ВВЕДЕНИЕ

Целью данной статьи является обзор и описание существующих методов использования нейросетевых моделей для рекомендательных систем, сравнение с традиционными методами, а также преимущества и недостатки использования нейросетевых моделей. Рекомендательные системы стали неотъемлемой частью нашей жизни, помогая нам выбирать товары, фильмы, музыку и многие другие продукты на основе наших предпочтений и интересов. В последние годы нейросетевые модели стали весьма популярным инструментом в области рекомендательных систем. Эти модели позволяют обрабатывать большие объемы данных и находить скрытые зависимости между пользователями и товарами, что позволяет создавать более

точные рекомендации для каждого отдельного пользователя.

Одним из примеров успешного применения нейронных сетей в рекомендательных системах является Netflix. Компания использовала нейронную сеть для предсказания того, какую оценку пользователь поставит фильму на основе его предыдущих оценок и истории просмотров [1]. Этот подход позволил Netflix улучшить точность рекомендаций и увеличить удовлетворенность пользователей. Другим примером является Amazon, который также использует нейронные сети для рекомендаций продуктов [2]. Алгоритмы на основе нейронных сетей позволили Amazon создать персонализированные рекомендации для каждого пользователя, учитывая его предпочтения и историю покупок.

## РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Рекомендательные системы - это компьютерные системы, которые предлагают пользователям наиболее подходящие для них товары, услуги, контент и т.д. Они используют данные о пользователе и товарах для выработки рекомендаций. Рекомендательные системы могут быть построены как с использованием нейросетевых моделей, так и без них. Рекомендательные системы без использования нейросетей обычно основаны на классических алгоритмах машинного обучения, таких как коллаборативная фильтрация, контент-базирующая фильтрация и гибридные методы. Эти методы анализируют исторические данные о поведении пользователей и используют их для выявления скрытых паттернов в предпочтениях пользователей и рекомендации соответствующих элементов.

Коллаборативная фильтрация – это метод, основанный на анализе истории поведения пользователей [3]. Он использует информацию о предпочтениях и оценках пользователей, чтобы выработать рекомендации. Коллаборативная фильтрация может быть основана на покупках, оценках, просмотрах и других взаимодействиях пользователей с товарами. Рекомендации с использованием данной методики выдаются, основываясь на поведенческих характеристиках одного человека или группы людей, последнее даже является более эффективным. В группы собираются люди, которые похожи между собой по поведению и характеристикам [4, 5].

Контентная фильтрация – это метод, основанный на анализе свойств товаров. Он использует информацию о характеристиках и содержании товаров, чтобы выработать рекомендации. Контентная фильтрация может быть основана на текстовых описаниях товаров, фотографиях, видео и других свойствах товаров [6, 7].

Выделяют также смешанные подходы, в соответствии с которыми осуществляется разработка рекомендательной системы [8, 9]. Гибридные системы – это метод, который комбинирует коллаборативную и контентную фильтрацию. Гибридные

системы пытаются использовать преимущества обоих методов, чтобы дать наиболее точные рекомендации.

С другой стороны, рекомендательные системы с использованием нейросетей используют глубокое обучение для создания более сложных моделей, которые могут учитывать более мелкие детали и характеристики. Эти модели могут быть обучены на более широком спектре данных, таких как текст, изображения и звуковые файлы, и способны обрабатывать более сложные взаимодействия между пользователями и элементами.

Одним из главных преимуществ рекомендательных систем с использованием нейросетей является их способность обрабатывать более сложные данные и использовать более глубокие модели для создания более точных рекомендаций. Однако они требуют большего объема данных и вычислительных ресурсов для обучения и могут быть более сложными для настройки и понимания, чем классические методы.

Кроме того, рекомендательные системы с использованием нейросетей могут быть более гибкими и легче адаптироваться к изменяющимся условиям и потребностям пользователей, чем классические методы.

В целом, выбор между рекомендательными системами с использованием и без использования нейросетей зависит от конкретного приложения и доступных ресурсов. Классические методы могут быть подходящими для более простых приложений, которые не требуют сложных моделей, в то время как рекомендательные системы с использованием нейросетей могут быть более подходящими для более сложных задач и более больших объемов данных.

Рассмотрим подробнее различные способы использования нейросетей в рекомендательных системах

Сети прямого распространения (feed-forward neural networks) – это самый простой тип нейронной сети, который может использоваться в рекомендательных системах. В этом типе сетей информационный поток движется только в

одном направлении от входных узлов к выходным [16]. Основным элементом FFNN – это нейрон, который принимает на вход взвешенную сумму входных данных и применяет к ней некоторую нелинейную функцию активации [10, 13]. Процесс обучения FFNN происходит посредством определения оптимальных весов для каждого нейрона в сети с помощью методов оптимизации, таких как градиентный спуск, стохастический градиентный спуск или адаптивный градиентный спуск.

В FFNN могут использоваться различные формулы.

Формула для линейного преобразования нейрона:

$$z = Wx + b,$$

где  $z$  – результат линейного преобразования,  $b$  – вектор смещения,  $x$  – входные данные,

$W$  – матрица весов.

Формула для нелинейной функции активации (activation function) нейрона:

$$a = f(z),$$

где  $f$  – нелинейная функция активации,

$a$  – выходной сигнал нейрона.

Формула для вычисления ошибки на выходном слое:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - y_i)^2,$$

где  $N$  – количество примеров,

$\bar{y}_i$  – выходное значение на  $i$ -ом примере,

$y_i$  – целевое значение на  $i$ -ом примере.

Формула для функции потерь:

$$L(y, \bar{y}) = - \sum_{i=1}^n y_i \log(\bar{y}_i),$$

где  $\bar{y}$  – вектор предсказанных значений,

$y$  – целевое значение на  $i$ -ом примере.

FFNN широко применяются в различных областях, таких как распознавание образов, обработка естественного языка, классификация изображений и звука, анализ данных и многих других. Однако FFNN имеют некоторые недостатки, такие как сложность обучения и обработки данных, необходимость больших объемов данных для обучения, а также чувствительность к переобучению.

Рекуррентные нейронные сети (Recurrent Neural Networks, RNN) – это тип нейронных сетей, который может обрабатывать последовательности данных, такие как последовательности действий пользователя

или последовательности времени [11]. Recurrent Neural Networks (RNN) – класс нейронных сетей для моделирования последовательных данных с помощью связей обратной связи между узлами. Основным элементом RNN – рекуррентный узел, который принимает на вход текущий элемент последовательности и вектор состояния из предыдущего узла, затем вычисляет новый вектор состояния и выходной вектор [12]. RNN применяются для решения задач, таких как прогнозирование временных рядов, генерация текста, машинный перевод, распознавание речи, анализ эмоций и другие. RNN имеют недостатки, такие как чувствительность к затуханию и взрыву градиентов при обучении, которые могут быть решены с помощью модификаций RNN, таких как LSTM и GRU.

Сети на основе внимания (Attention-based Neural Networks) – это тип нейронных сетей, который может определить, на какие характеристики товара пользователь обращает большее внимание. Они могут быть использованы для персонализированных рекомендаций, учитывая историю взаимодействий пользователя и контекст, такой как время, местоположение, настроение и т.д. Принцип работы Attention-based Neural Networks заключается в том, что они используют веса внимания (attention weights) для вычисления взвешенной суммы значений входных данных, которые наиболее важны для выполнения задачи. Веса внимания обычно вычисляются на основе контекста и входных данных. Например, в рекомендательной системе веса внимания могут быть вычислены на основе истории взаимодействий пользователя с товарами, а также контекста, такого как время суток, местоположение, настроение и т.д. Архитектура Attention-based Neural Networks может варьироваться в зависимости от задачи и используемых данных, но общий подход включает в себя следующие шаги:

1. Представление входных данных в виде векторов фиксированной длины. Это может быть сделано с помощью различных

методов, таких как Word Embedding, для текстовых данных или картинок.

2. Вычисление весов внимания для каждого входного элемента на основе контекста и истории взаимодействий пользователя с товарами.

3. Вычисление взвешенной суммы входных элементов с использованием вычисленных весов внимания.

4. Обработка вычисленной взвешенной суммы с помощью дополнительных слоев нейронной сети для получения финального предсказания.

Attention-based Neural Networks используют следующие формулы:

Взвешенная сумма контекстных векторов:

$$c_i = \sum_{j=1}^{T_x} \alpha_{i,j} h_j,$$

где  $c_i$  – контекстный вектор для  $i$ -го выхода,

$h_j$  –  $j$ -й входной вектор,

$T_x$  – длина входной последовательности,

$\alpha_{i,j}$  – весовой коэффициент, который

показывает важность  $j$ -го входа для вычисления  $i$ -го контекстного вектора.

Расчет весовых коэффициентов:

$$\alpha_{i,j} = \frac{\exp(e_{i,j})}{\sum_{k=1}^{T_x} \exp(e_{i,k})},$$

где  $e_{i,j}$  – энергия (вес)  $j$ -го входного вектора для  $i$ -го выхода,

$e_{i,k}$  – энергия (вес)  $k$ -го входного вектора для  $i$ -го выхода.

Энергия (вес)  $e_{i,j}$  может быть определена несколькими способами. Одним из наиболее распространенных является dot-product attention:

$$e_{i,j} = h_j^T W_i a_i,$$

где  $a_i$  – вектор-ключ для  $i$ -го выхода,

$W_i$  – матрица весов для  $i$ -го выхода,

$e_{i,j}$  – энергия (вес)  $j$ -го входного вектора для  $i$ -го выхода,

$h_j^T$  –  $j$ -й входной вектор.

Преимуществом Attention-based Neural Networks является их способность учитывать контекст и историю взаимодействий пользователя с товарами при принятии решений. Они также могут учитывать взаимодействия между элементами входных данных, что может привести к более точным предсказаниям. Недостатком Attention-based Neural

Networks является то, что они требуют значительных вычислительных ресурсов и объема данных для обучения, что может привести к переобучению, если не использовать соответствующие методы регуляризации.

Сети на основе графов (Graph Neural Networks) – это тип нейронных сетей, который может обрабатывать структурированные данные, такие как социальные графы пользователей или товаров. Граф представляет собой набор узлов (вершин), соединенных между собой ребрами (связями). GNN используются для анализа и предсказания свойств узлов и ребер в графе, таких как классификация, кластеризация, предсказание связей и т.д. Принцип работы GNN заключается в том, что каждому узлу графа назначается вектор признаков, который представляет его свойства и характеристики. Затем эти векторы признаков обрабатываются в нейронной сети, которая учитывает связи между узлами и использует их для обновления векторов признаков. Это позволяет модели анализировать граф как единое целое, учитывая все его свойства и структуру. Одним из ключевых преимуществ GNN является их способность учитывать не только признаки узлов, но и их соседей и связи между ними. Это позволяет модели учитывать контекст и структуру данных, что особенно важно в анализе графовых структур.

Основные формулы, используемые в GNN, включают в себя:

агрегацию соседних узлов:

$$h_i^{(l+1)} = \gamma^{(l)}(h_i^{(l)} \sum_{j \in N(i)} f^{(l)}(h_i^{(l)}, h_j^{(l)})),$$

где  $h_i^{(l)}$  – вектор признаков узла  $i$  на уровне  $l$ ,

$h_j^{(l+1)}$  – вектор признаков узла  $j$  на уровне  $l+1$ ,

$N(i)$  – множество соседних узлов для узла  $i$ ,

$f^{(l)}$  – функция агрегации для уровня  $l$ , а

$\gamma^{(l)}$  – функция активации.

Проход графовых сверток:

$$h_i^{(l+1)} = \sigma(\sum_{j \in N(i)} \frac{1}{c_{ij}} W^{(l)} h_j^{(l)}),$$

где  $h_i^{(l+1)}$  – вектор признаков узла  $i$  на уровне  $l+1$ ,

$N(i)$  – множество соседних узлов для узла  $i$ ,

$W^{(l)}$  – матрица параметров для уровня  $l$ ,

а  $c_{ij}$  – коэффициент нормализации,

$\sigma$  – функция активации.

Обновление ребер графа:

$$e_{ij}^{(l+1)} = \sigma(f^{(l)}(e_{ij}^{(l)}, h_i^{(l)}, h_j^{(l)}),$$

где  $e_{ij}^{(l+1)}$  – вектор признаков ребра между узлами  $i$  и  $j$  на уровне  $l+1$ ,

$f^{(l)}$  – функция обновления ребер для уровня  $l$ ,

$\sigma$  – функция активации,

$h_i^{(l)}$  – вектор признаков узла  $i$  на уровне  $l$ ,

$h_j^{(l)}$  – вектор признаков узла  $j$  на уровне  $l$ .

Применение GNN может быть особенно полезно в области рекомендательных систем, где данные могут быть представлены в виде графовых структур, таких как социальные сети, графы пользователей и товаров или графы знаний. Например, модель на основе GNN может использоваться для анализа социальных сетей и предсказания, с кем пользователь скорее всего свяжется в следующий раз, или какой товар он скорее всего купит. Однако GNN также имеют свои ограничения, включая сложность обучения и объем требуемых данных, так как модели могут иметь большое количество параметров и требовать больших вычислительных ресурсов. Кроме того, GNN могут быть чувствительны к шуму в данных, что может привести к плохим предсказаниям.

Несмотря на то, что нейросети являются мощным инструментом для решения задач в области рекомендательных систем, они также имеют некоторые ограничения и проблемы.

Недостаток данных: нейросети для рекомендательных систем требуют больших объемов данных для обучения, что может быть сложно в некоторых областях [17]. Например, в некоторых случаях необходимо иметь большую базу данных клиентов, чтобы получить достаточное количество обратной связи для обучения нейросети.

Холодный старт: нейросети могут испытывать проблемы с холодным стартом,

когда новые товары или пользователи вводятся в систему рекомендаций. Это происходит из-за отсутствия достаточных данных о таких товарах или пользователях для обучения нейросети [14].

Скрытые факторы: нейросети не всегда могут учитывать скрытые факторы, такие как социальные взаимодействия, влияющие на поведение пользователя.

Интерпретируемость: нейросети могут быть сложными для интерпретации, и потому может быть трудно понять, какие именно признаки входных данных приводят к определенным рекомендациям.

Недостаточная эффективность: нейросети могут быть вычислительно затратными и требовать большого количества ресурсов для обучения и работы, также может быть сложно оптимизировать их для повышения эффективности.

Смещение: нейросети могут быть склонны к смещению, если входные данные не сбалансированы, что может привести к неправильным рекомендациям [15].

Проблемы безопасности и конфиденциальности. Некоторые архитектуры нейросетей могут быть уязвимы для атак, направленных на изменение рекомендаций, а также для утечки конфиденциальных данных пользователей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В целом нейронные сети могут помочь улучшить качество рекомендаций, учитывая более сложные взаимодействия между пользователями и товарами, а также их историю взаимодействий и контекст. Однако существует несколько проблем, которые могут быть решены улучшением нейросетевых моделей для рекомендательных систем.

Улучшение качества рекомендаций. Одной из главных проблем является необходимость улучшения качества рекомендаций. Несмотря на то, что нейросетевые модели позволяют создавать более точные рекомендации, они все еще могут быть недостаточно точными и полными в некоторых случаях. Улучшение качества рекомендаций может быть достигнуто путем улучшения алгоритмов

обучения, увеличения размера обучающих данных и улучшения архитектур моделей.

Разработка более эффективных методов оптимизации. Проблема оптимизации является ключевой при обучении нейросетевых моделей, включая рекомендательные системы. Методы оптимизации, такие как стохастический градиентный спуск, могут быть улучшены, чтобы ускорить процесс обучения и достичь лучшего качества рекомендаций.

Решение проблемы холодного старта. Когда у пользователя нет истории взаимодействия с рекомендательной

системой, возникает проблема холодного старта. Нейросетевые модели могут решить эту проблему, используя информацию из других источников, таких как профиль пользователя и социальные данные, а также улучшенные методы машинного обучения.

Обработка больших объемов данных. Большой объем данных может замедлить скорость работы моделей и привести к потере точности. Эту проблему можно решить, используя более эффективные алгоритмы и инфраструктуру для обработки больших объемов данных.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Sondhi, S.K.** Comparative Study of Collaborative Filtering Algorithms for Movie Recommendation System, / S.K. Sondhi, S.K. Gupta, P.R. Devi. – Text : immediate // International Journal of Computer Science and Information Technologies. 2015, – Vol. 6. – №. 2. – P. 1138–1142.

2. Building a Machine Learning Platform to Improve Product Recommendations/ C. Olston, N. Ntarmos, S. Pandey, V. Sreekanth. – Text : immediate // Proceedings of the 15th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. – 2009. – P. 1156–1164.

3. Item-based collaborative filtering recommendation algorithms / B. Sarwar, G. Karypis, J. Konstan, J. Riedl. – Text : immediate // Proceedings of the 10th International Conference on World Wide Web. – 2009. – P. 285–295.

4. Программный комплекс поддержки модернизации технических систем / А.В. Кизим, А.В. Матохина, А.Г. Кравец [и др.]. – Текст : непосредственный // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2019. – Т. 7, № 2 (25). – С. 311–324.

5. **Гуськова, Л.Б.** О построении автоматизированного рабочего места менеджера / Л. Б. Гуськова. – Текст : непосредственный // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 6. – С. 106–107.

6. **Завьялов, Д.В.** О применении информационных технологий /

Д. В. Завьялов. – Текст : непосредственный // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 8–1. – С. 71–72

7. **Pazzani, M.J.** (2007). Content-based recommendation systems. The adaptive web, 325–341 / M.J. Pazzani, D. Billsus. – Text : immediate.

8. **Преображенский, А.П.** Возможности обеспечения развития предприятий / А.П. Преображенский. – Текст : непосредственный // В мире научных открытий. – 2015. – № 10 (70). – С. 196–201.

9. **Преображенский, Ю.П.** Проблемы управления в производственных организациях / Ю.П. Преображенский. – Текст : непосредственный // Актуальные проблемы развития хозяйствующих субъектов, территорий и систем регионального и муниципального управления: материалы XIII Международной научно-практической конференции; под редакцией Ю. В. Вертаковой. – Курск : университетская книга, 2018. – С. 208–211.

10. **Кузнецов, М.П.** Нейронные сети: учебное пособие/ М.П. Кузнецов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 72 с. – Текст : непосредственный.

11. **Николенко, С.И.** Глубокое обучение / С.И. Николенко, А.А. Кадурич, Е.О. Архангельская. – Санкт-Петербург : Питер, 2018. – 480 с. – (Серия «Библиотека программиста»). – Текст : непосредственный.

12. **Бураков, М.В.** Нейронные сети и нейроконтроллеры: учебное пособие /

М.Б. Бураков. – Санкт-Петербург: ГУАП, 2013. – 284 с. – Текст : непосредственный.

13. **Сорокин, А.Б.** Искусственные нейронные сети прямого распространения: учебно-методическое пособие / А.Б. Сорокин, О.В. Платонова. – Москва : МИРЭА – Российский технологический университет, 2018. – 68 с. – Текст : непосредственный.

14. **Петрашук, Г.И.** Маркетинг в прикладном менеджменте / Г. И. Петрашук. – Текст : непосредственный // В мире научных открытий. – 2010. – № 4–7 (10). – С. 35–36.

15. **Щетинин, Е.Ю.** О методах повышения надежности рекомендательных

систем с использованием кластеризации пользователей / Е.Ю. Щетинин. – Текст : непосредственный // Экономический анализ: теория и практика. 2019. – Т. 18. – № 7 (490). – С. 1348–1361.

16. **Сараев, П.В.** Многошаговое оптимальное нейросетевое управление/ П.В. Сараев. – Текст : непосредственный // Проблемы управления. – 2008. – № 5. – С. 14–18.

17. **Погодаев, А.К.** Идентификация нейро-нечетких моделей для данных больших объемов/ А.К. Погодаев, П.В. Сараев. – Текст : непосредственный // Вестник ВГТУ. – 2015. – № 4. – С.8–11.

Сведения об авторах:

**Сараев Павел Викторович**

доктор технических наук,  
доцент, профессор кафедры  
автоматизированных систем управления,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.

[psaraev@yandex.ru](mailto:psaraev@yandex.ru)

**Топильский Алексей Андреевич**

аспирант кафедры автоматизированных  
систем управления,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.

[arekiseidesu@gmail.com](mailto:arekiseidesu@gmail.com)

Information about the authors:

**Saraev Pavel Viktorovich**

Doctor of Technical Sciences, Professor of the  
Department of Automated Control Systems,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

[psaraev@yandex.ru](mailto:psaraev@yandex.ru)

**Topilskiy Alexey Andreevich**

Postgraduate Student of Department of  
Automated Control Systems,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya str., 30.

[arekiseidesu@gmail.com](mailto:arekiseidesu@gmail.com)

Д.В. УСИКОВ, А.Г. ЯРЦЕВ, А.М. ШМЫРИН

## АНАЛИЗ ФРАКТАЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ПРИМЕРЕ ИЗМЕНЕНИЯ КУРСА ВАЛЮТ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В статье приведен обзор основных понятий фрактальных временных рядов, описаны методы определения фрактальной размерности, представлен пример определения фрактальной размерности различными методами для массива данных изменения курса валют.

**Ключевые слова:** самоподобие, фракталы, временные ряды, фрактальная размерность, метод R/S-анализа, метод анализа сигналов, метод площади под кривой.

D.V. USIKOV, A.G. YARTSEV, A.M. SHMYRIN

## ANALYSIS OF FRACTAL TIME SERIES USING THE EXAMPLE OF CURRENCY RATE CHANGES

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** The article provides an overview of the basic concepts of fractal time series, describes methods for determining the fractal dimension, presents an example of determining the fractal dimension by various methods for a data array of exchange rate changes.

**Key words:** self-similarity, fractals, time series, fractal dimension, R/S-analysis method, signal analysis method.

### ВВЕДЕНИЕ

Теория фракталов и мультифракталов в настоящее время широко используется для описания свойств самоподобия и масштабной инвариантности, наблюдаемых в самых различных приложениях. К множеству фракталов относят объекты (линии, поверхности, тела), которые имеют сильно изрезанную форму и демонстрируют некоторую повторяемость в широком диапазоне масштабов. Однако не только геометрические формы объектов имеют фрактальное строение, временные характеристики процессов и явлений, протекающих в средах с самоподобной структурой, также обнаруживают фрактальное поведение. Фрактальные временные ряды – целый класс фрактальных кривых, широко используемых при описании и

моделировании разнообразнейших явлений.

Временной ряд представляет последовательность значений исследуемой величины, зафиксированных через равные промежутки времени. Как правило, рядами представляются случайные изменения величин, например колебания обменных курсов валют, колебания температуры воздуха, количества осадков, скорости ветра и других метеорологических данных. Временные ряды широко используются в медицине [1, 2], где наиболее ярким примером является электрокардиограмма сердца [3, 4], а также при описании стохастических процессов в материаловедении [5], энергетике [6–8], электронике [2, 9], архитектуре и строительстве [10, 11], экономике [12–14] и других областях науки и техники. Анализ временных рядов является основой разработки и верификации макро-

скопических моделей, позволяющих последовательно представить эволюцию сложных систем на основе микроскопических данных.

### ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ

Анализ временных рядов является важным инструментом для изучения изменений и паттернов в последовательности данных, где каждое наблюдение связано со временем. Он находит широкое применение в различных областях, включая финансы, экономику, климатологию, медицину, социологию и другие.

Фрактальность временных рядов – это свойство, которое описывает изменение временного ряда во времени и пространстве. Это свойство может быть применено к широкому спектру данных и используется в различных областях, включая физику, экономику и биологию.

Фрактальность временных рядов имеет две главные характеристики: самоподобие и нелинейность. Самоподобие означает, что график изменения временной рядовости выглядит похожим на самого себя при изменении масштаба. Такое свойство позволяет анализировать ряды на разных масштабах и выделить в них структурные особенности.

Нелинейность же свидетельствует о том, что изменения временных рядов не являются линейными, то есть изменение в одном направлении может привести к неожиданным результатам или изменению в другом направлении. Эта характеристика подчеркивает важность анализа фрактальности в прогнозировании будущих изменений временных рядов.

Несмотря на то, что фрактальность временных рядов может быть сложна в изучении, она имеет различные приложения. Например, она может быть использована для анализа биржевых котировок, прогнозирования изменений климата, а также для мониторинга здоровья пациентов в медицинских учреждениях.

### ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ

Одной из важнейших количественных характеристик фрактальных объектов является понятие фрактальной размерности, или показателя скейлинга (масштабной инвариантности), описывающего повторяемость геометрии (для регулярных фракталов) или статистических характеристик (для нерегулярных фракталов) при изменении масштаба.

Традиционные геометрические фигуры, такие как квадраты, треугольники или окружности, имеют целочисленную размерность, например, два или три. В отличие от них, фракталы могут иметь нецелое значение размерности, что означает, что они заполняют пространство необычным образом. Известной метрикой для измерения фрактальной размерности является размерность Хаусдорфа [15, 16]. Она описывает, как быстро детали фрактала изменяются при увеличении масштаба.

Фрактальная размерность Хаусдорфа (также известная как размерность Хаусдорфа или просто размерность) является важным инструментом для измерения сложности и геометрической структуры фрактальных объектов. Она используется для количественного описания самоподобия и масштабных свойств фракталов [15, 16].

Фрактальная размерность Хаусдорфа позволяет оценить, насколько быстро меняется детализация фрактала при изменении масштаба. Если размерность Хаусдорфа для фрактала больше целого числа, то объект считается фракталом, так как он обладает сложной, нецелочисленной размерностью.

Показатель Хёрста (или коэффициент Хёрста) [15, 16] – это статистический индикатор, используемый для измерения степени фрактальности или самоподобия временных рядов. Он был разработан Харольдом Хёрстом в 1951 году и ориентирован на анализ понятия "долговременной зависимости" в ряде данных.

Показатель Хёрста определяется через вычисление отношения дисперсии (или

квадратного корня из дисперсии) внутрирядовых разностей временного ряда к его масштабу. Более формально, показатель Хёрста  $H$  вычисляется следующим образом [15, 16]:

$$H = \log(R/S) / \log(n),$$

где  $R$  – диапазон (размах) временного ряда,

$S$  – стандартное отклонение внутри-рядовых разностей временного ряда,

а  $n$  – количество периодов.

Значение показателя Хёрста  $H$  лежит в диапазоне от 0 до 1. Если  $H = 0,5$ , это указывает на случайный (несамоподобный) процесс. Значения  $H > 0,5$  указывают на положительную зависимость между прошлыми и будущими значениями временного ряда, что говорит о наличии долговременной корреляции. Значения  $H < 0,5$  указывают на отрицательную зависимость, что означает антикорреляцию во временном ряде.

Показатель Хёрста широко применяется в различных областях, включая финансовый анализ, климатические и гидрологические исследования, анализ временных рядов в физике и многих других. Он может быть полезен для оценки степени предсказуемости, долгосрочных трендов и повторяемых паттернов во временных рядах.

Показатель Хёрста часто используется в связи с концепцией фрактального анализа и фрактальной геометрии, так как позволяет количественно оценить степень самоподобия или фрактальности временных рядов.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ НА ПРИМЕРЕ ИЗМЕНЕНИЯ КУРСА ВАЛЮТ

В качестве примера рассмотрим определение фрактальной размерности для массива данных изменения курса валют с 2010 по 2020 годы.

Для начала рассмотрим один из самых распространенных методов – метод R/S-анализа. Этот метод основан на анализе

изменений в поведении системы в зависимости от масштаба измерения.

R/S-коэффициент является отношением диапазона к стандартному отклонению и отражает степень самоподобия рассматриваемой системы. Если значения R/S-коэффициента для многих различных масштабов находятся вблизи константы, то это указывает на фрактальную природу системы. В этом случае фрактальная размерность может быть определена как логарифмическая зависимость между R/S-коэффициентом и масштабом измерения.

Для расчета фрактальной размерности с помощью метода R/S-анализа необходимо выполнить следующие шаги [15,16]:

1. Рассчитать логарифмические отношения для заданного исходного ряд  $S_t$ :

$$N_t = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}}.$$

2. Разделить ряд  $N$  на  $A$  смежных периодов длиной  $n$ . Отметить каждый период как  $I_a$ , где  $a = 1, 2, 3, \dots, A$ . Определить для каждого  $I_a$  среднее значение:

$$E(I_a) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n N_{k,a}.$$

3. Рассчитать отклонения от среднего значения для каждого периода  $I_a$ :

$$X_{k,a} = \sum_{i=1}^k (N_{i,a} - E(I_a)).$$

4. Рассчитать размах в пределах каждого периода:

$$R_{I_a} = \max(X_{k,a}) - \min(X_{k,a}).$$

5. Рассчитать стандартное отклонения для каждого периода  $I_a$ :

$$S_{I_a} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (N_{k,a} - E(I_a))^2}.$$

6. Разделить каждый  $R_{I_a}$  на  $S_{I_a}$ . Затем рассчитывать среднее значение R/S:

$$R/S(n) = \frac{\sum_{a=1}^A R/S(A)}{A}$$

7. При необходимости повторять шаги 2-6, увеличивая  $n$  до тех пор, пока  $n \leq N/2$ .

8. Построить график зависимости  $\log(R/S(n))$  от  $\log(n)$  и с помощью метода наименьших квадратов найти регрессию вида

$$\log(R/S(n)) = H \cdot \log(n) + c,$$

где  $H$  – показатель Херста.

Для рассматриваемого примера получили зависимость, представленную на графике 1 (рис. 1).

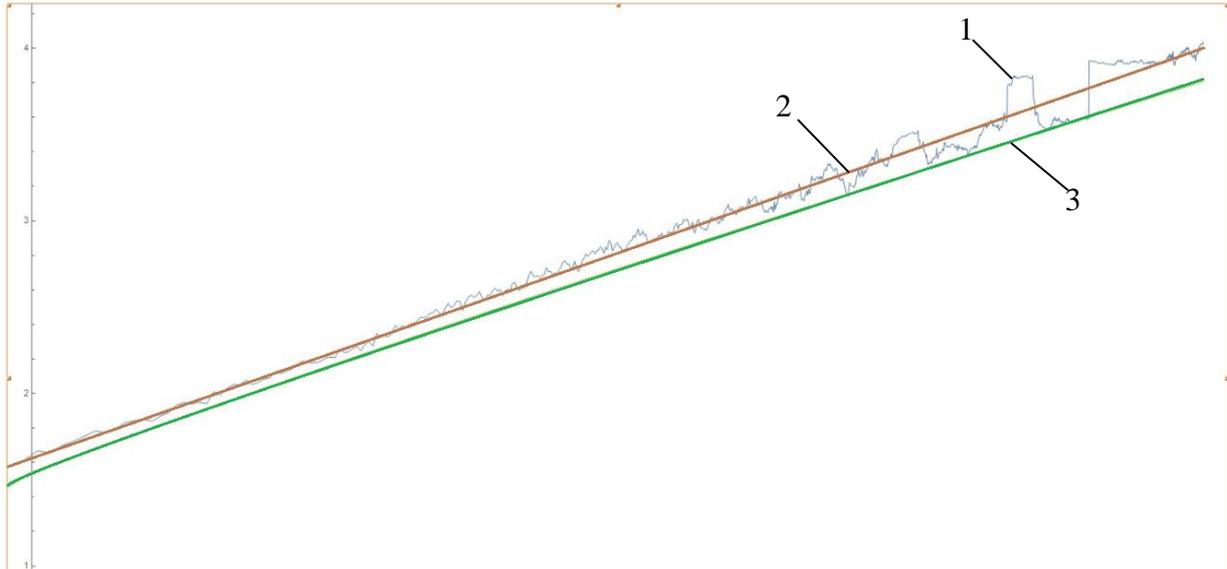


Рис .1. Определение фрактальной размерности методом R/S-анализа:  
1 – исходные данные; 2 – показатель Херста; 3 – ожидаемый показатель Херста

Уравнение регрессии для данного примера имеет вид

$$\log\left(\frac{R}{S(n)}\right) = H \cdot 0,573713 - 0,132955.$$

Показатель Херста равен  $H = 0,573713$ , что больше значения 0,5 для случайного блуждания. По найденному значению показателя Херста по формуле  $D = 2 - H$  определяется фрактальная размерность, которая равна 1,426287.

Далее рассмотрим метод определения фрактальной размерности с помощью фрактального анализа сигналов. Данный метод применяется, когда необходимо установить, в какой степени в поведении сигналов проявляются фрактальные признаки. При этом в качестве критерия наличия у сигналов фрактальных свойств выступает выполнение зависимостей,

характеризующих поведение дельта-дисперсии и структурной функции [15, 16]:

$$E \left[ (X(t_2) - X(t_1))^2 \right] = \sigma^2 |t_2 - t_1|^{2H};$$

$$E \left[ (X(t_2) - X(t_1))^2 \right] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma (t_2 - t_1)^H,$$

где  $\sigma^2 |t_2 - t_1|$  – величина дельта-дисперсии,

$X(t)$  – зависимость от времени положения броуновской частицы;

$E$  – математическое ожидания приращения.

Если построенные в двойном логарифмическом масштабе графики зависимости дельта-дисперсии сигнала и его структурной функции от величины приращения времени хорошо аппроксимируются прямой в большом

диапазоне изменения временных приращений (начиная от самых малых приращений), можно говорить о фрактальности исследуемого сигнала. По тангенсу угла наклона прямой определяют величину  $H$ . По установленному значению параметра Херста  $H$  легко определяется фрактальная размерность  $D$  ( $D = 2 - H$ ). Интервал, в пределах которого графики дельта-дисперсии и структурной функции хорошо аппроксимируются прямой, определяет ширину области скейлинга.

Перейдем к примеру. Построим графики изменения курсов валют в двойном логарифмическом масштабе, которые характеризуют поведение

out[\*]= График Log[S<sub>n</sub>] , аппроксимация

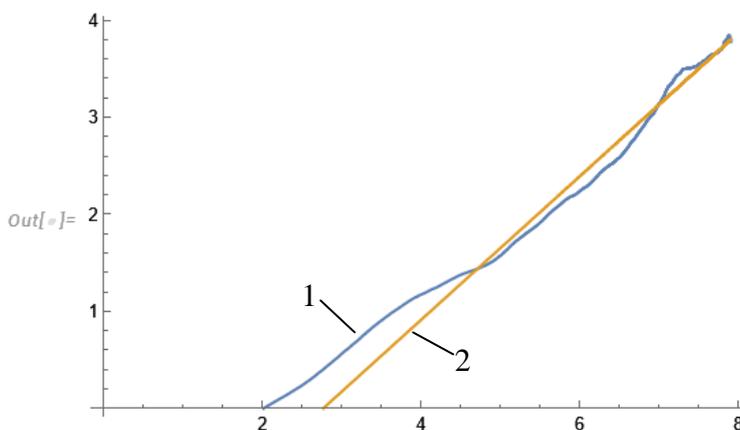


Рис. 2. Определение фрактальной размерности методом анализа сигналов: 1, 2 – структурные функции в построенные в двойном логарифмическом масштабе

Уравнение аппроксимации на рис. 2 имеет вид:  $f = -2.0446 + 0.739069x$ .

Коэффициент Херста равен  $H = 0,739069$ .

Фрактальная размерность, рассчитанная по формуле  $D = 2 - H$ , равняется 1,260391.

Рассмотрим ещё один метод определения фрактальной размерности, путем определения площади под кривой массива данных. В этом случае фрактальная размерность определяется по формуле

$$D = 1 + \frac{S_{закр}}{S_{общ}}$$

где  $S_{закр}$  – площадь под кривой массива данных:

структурных функций сигналов  $S_n$ , структурные функции вычислялись согласно выражению [15,16]

$$S_n = \frac{1}{(K-n)} \cdot \sum_{k=1}^{k-n} |X_{k+n} - X_k|.$$

На рис. 2 приведены функции, представляющие структурную функцию сигналов и линейную аппроксимацию зависимостей. Из графиков видно, что величины хорошо аппроксимируются с линейными зависимостями в широком диапазоне измерения  $n$  и обладает фрактальными признаками.

$S_{общ}$  – общая площадь прямоугольника от максимума до минимума.

Кривая массива данных для изменения курса валют представлена на рис. 3.

Общая площадь, которая представляет собой прямоугольник с длиной, равной числу данных, и шириной, равной разнице между максимальным и минимальным значениями массива, для данного примера составила 153 102. Значение площади под кривой массива данных составило 61 013,8.

Таким образом, величина фрактальной размерности составляет:

$$D = 1 + \frac{61013,8}{153102} = 1,398517.$$

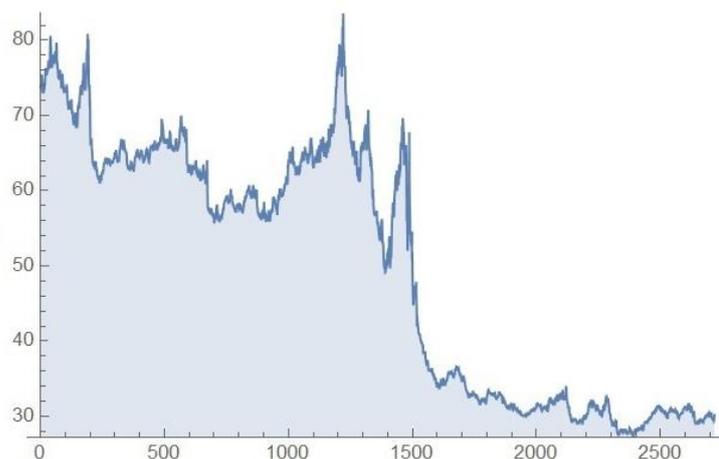


Рис. 3. Метод площади под кривой

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был приведен обзор основных понятий фрактальных временных рядов, описаны методы определения фрактальной размерности. Для массива данных изменения курса валют была рассчитана фрактальная размерность, которая по методу R/S-анализа составила 1,426287; по методу анализа сигналов 1,260391; по методу площади под кривой массива данных 1,398517.

Метод определения фрактальной размерности по площади под кривой массива данных показывает результат, близкий к методу R/S-анализа, что говорит о возможности его использования для расчёта фрактальной размерности.

Методы определения фрактальной размерности позволяют выявить фрактальные свойства временных рядов, которые могут быть использованы для прогнозирования и анализа сложных систем в различных областях, таких как экономика, физика, биология и многие другие.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Черкесов, В.В.** Фракталы в медицине / В.В. Черкесов, А.В. Голованов. – Текст : непосредственный // Пожарная и техносферная безопасность: проблемы и пути совершенствования. – 2020. – № 1(5). – С. 648–652.

2. **Лебедева, Н.Н.** Фракталы в электро- и психофизиологии / Н.Н. Лебедева, О.А. Сидорова, Р.А. Марагей. – Текст : непосредственный // Биомедицинская радиоэлектроника. – 2009. – № 1. – С. 33–39.

3. **Paramanathan, P.** Application of fractal theory in analysis of human electroencephalographic signals / P. Paramanathan, R. Uthayakumar. – Text : immediate // Computers in Biology and Medicine. – 2008. – Vol. 38, № 3 – P. 372–378.

4. **Тараненко, А.М.** Фракталы и мультифракталы в электрокардиограммах и электроэнцефалограммах: информативность и новые возможности / А.М. Тараненко. – Текст : непосредственный // Современные проблемы науки и образования. – 2019. – № 6. – С. 1–12.

5. **Han, Z.** Application study of fractal theory in mechanical transmission / Z. Han, W. Qilin. – Text : immediate // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2016. – № 29. – P. 871–879.

6. Application of fractal theory to predict the coal permeability of multi-scale pores and fractures / Z. Zheng, N. Xiaoming, C. Yunxing, S. Yanxia. – Text : immediate // Energy Reports. – 2021. – Vol. 7. – P. 10–18.

7. **Будянский, М.В.** Хаотическое рассеяние, транспорт и фракталы в простом гидродинамическом потоке / М.В. Будянский, М.Ю. Улейский,

С.В. Пранц. – Текст : непосредственный // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2004. – № 5. – С. 1167–1179.

8. Фракталы в нефтегазовой отрасли / И.О. Орлова, Е.Н. Даценко, Н.Н. Авакимян, И.В. Орлов. – Текст : непосредственный // Булатовские чтения. – 2018. – № 2–2. – С. 70–73.

9. **Потапов, А. А.** Фракталы, скейлинг и дробные операторы в радиотехнике и электронике: современное состояние и развитие / А. А. Потапов. – Текст : непосредственный // Журнал радиоэлектроники. – 2010. – № 1. – С. 1–100.

10. Фракталы в математике, строительстве и архитектуре / Е.А. Аршава, Л.И. Щелкунова, С.С. Шульгина, М.А. Скрипник. – Текст : непосредственный // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – № 8–3. – С. 194–197.

11. Фракталы в архитектуре и градостроительстве / Е.Е. Прокшиц, Я.А. Золотухина, О.А. Сотникова, Д.А. Гуткович. – Текст : непосредственный // Научный журнал. Инженерные системы и сооружения. – 2022. – № 2(48). – С. 33–38.

Сведения об авторах:

**Усиков Данил Владимирович**

студент группы кафедры  
высшей математики,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

e-mail: kolomyytsev@bk.ru

**Ярцев Алексей Геннадьевич**

кандидат технических наук,  
доцент кафедры промышленной  
теплоэнергетики,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

e-mail: yartsev.ag@yandex.ru

12. Heterogeneity in economic relationships: Scale dependence through the multivariate fractal regression / O. Tilfani, L. Kristoufek, P. Ferreira, M.Y. El Boukfaoui. – Text: immediate // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2022. – Vol. 588. – P. 1–16.

13. **Соколянский, В.В.** Фракталы, как один из инструментов анализа финансовых рынков / В.В. Соколянский, М.И. Сорокин, Д.Д. Ибрагимов. – Текст : непосредственный // Экономические науки в России и за рубежом. – 2014. – № 17. – С. 135–141.

14. **Даутова, А.А.** Фракталы как индикатор текущего состояния финансового рынка России / А.А. Даутова. – Текст : непосредственный // Аллея науки. – 2018. – № 5(21). – С. 491–498.

15. **Иудин, Д.И.** Фракталы: от простого к сложному: учебно-методическое пособие / Д.И. Иудин, Е.В. Копосов. – Нижний Новгород: ННГАСУ, 2012. – 200 с. – ISBN 978–5–87941–829–3. – Текст : непосредственный.

16. **Кроновер, Р.М.** Фракталы и хаос в динамических системах: основы теории / Р.М. Кроновер. – Москва : Постмаркет, 2000. – 352 с. – ISBN 5-901095-03-0. – Текст : непосредственный.

Information about the authors:

**Usikov Danil Vladimirovich**

Student Department of Higher Mathematics,  
Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

e-mail: kolomyytsev@bk.ru

**Yartsev Alexey Gennadyevich**

Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor of The Department of  
Industrial Heat Power Engineering,  
Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

e-mail: yartsev.ag@yandex.ru

**Шмырин Анатолий Михайлович**  
доктор технических наук,  
заведующий кафедрой высшей  
математики,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.  
e-mail: amsh46@mail.ru

**Shmyrin Anatoliy Mikhaylovich**  
Doctor of Technical Sciences,  
Head of The Department of Higher  
Mathematics,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.  
e-mail: amsh46@mail.ru

А.В. ПОМИНОВ, Б.А. ЛИБЕРМАН

**ПОВЫШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПАССАЖИРСКИХ  
ПЕРЕВОЗОК НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ**

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В данной статье рассмотрены современные комплексные проблемы с пассажирскими перевозками на железных дорогах России и дальнейшие пути их решения.

**Ключевые слова:** надежность, аналитика, безопасность, пассажиропоток, спрос, планирование.

A.V. POMINOV, B.A. LIBERMAN

**INCREASING THE ECONOMIC EFFICIENCY OF RAILWAY PASSENGER  
TRANSPORTATION**

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Annotation:** In this article, we will discuss modern complex problems of railway passenger transportation in Russia and further ways to solve them.

**Keywords:** reliability, analytics, safety, passenger traffic, demand, planning.

**ВВЕДЕНИЕ**

Основным направлением деятельности ОАО «РЖД» является обеспечение доступности пассажирских перевозок во все регионы России. Однако в условиях усиления конкуренции со стороны авиакомпаний и автомобильного транспорта перед пассажирским комплексом ОАО «РЖД» встает задача комплексного развития транспорта, привлечения дополнительных пассажиропотоков, увеличения количества пассажиров на рынке перевозок. Для укрепления «своих» позиций Компания развивает как пригородные, так и междугородные пассажирские перевозки (включая скоростное и высокоскоростное сообщения между городскими агломерациями). Пассажирский транспорт, принадлежащий ОАО «РЖД», охватывает практически все регионы Российской Федерации на дальних маршрутах и 66 регионов на пригородных маршрутах. Приоритетами «железной

дороги» являются постоянное повышение качества обслуживания, разработка новых продуктов и услуг, внедрение цифровых сервисов и создание комфортной и доступной транспортной среды для всех категорий пассажиров, что очень важно для пассажирских железнодорожных перевозок [1].

ОАО «РЖД» ежегодно устанавливает требования к системе управления безопасностью движения, являющейся основным показателем безопасности движения, и утверждает мероприятия по снижению уровня риска в целях обеспечения высокого уровня безопасности движения.

Снижение доли железнодорожных перевозок связано, прежде всего, с усилением конкуренции на рынке пассажирских перевозок. Исследования [2] показали, что конкурентоспособные виды транспорта существенно влияют на железнодорожные перевозки. Более 60 %

регионов Российской Федерации обслуживаются двумя, а свыше 35 % – тремя видами транспорта (без учета водного). На расстояниях 800-1000 км привлекательность авиаперевозок для пассажиров объясняется значительными преимуществами в скорости. Среднее расстояние составляет от 200 до 600 км, что даёт преимущество междугородним автобусам, которые доступны по низким ценам. Все эти факторы необходимо учитывать при построении модели [3].

В связи с этим пассажирский холдинг «РЖД» разработал и внедрил различные

маркетинговые инструменты, такие как гибкая ценовая политика, системы динамического ценообразования, социальные акции, программы лояльности. Продолжается работа по увеличению движения поездов и расширению географии двухэтажных вагонов в рамках программы «Дневной экспресс». Принятые меры позволяют даже в условиях сокращения перевозок достичь плановых показателей и обеспечить занятость вагонного парка на уровне 70 % [4].

Таблица 1

Динамика показателей пассажирских перевозок за 2018–2021 гг.

Название показателя	2018	2019	2020	2021
Пассажирооборот (дал.след.), млрд пасс.-км	96,3	99,1	53,5	74,5
Пассажирооборот (пригород.сообщ.), млрд пасс.-км	33,1	34,3	24,7	28,9
Отправление пассажиров (дал.след.), млн человек	110,3	116,5	67,4	91,9
Отправление пассажиров (пригород.сообщ.), млн человек	1046,9	1081,3	804,5	961,6

Однако, не смотря на такое количество разнообразных мероприятий, в 2020 году существенно пострадал общий объем перевозок (включая пассажиропоток).

«На работу пассажирского комплекса в 2020 году повлияла эпидемиологическая ситуация в стране и мире, закрытие границ, отмена всех международных рейсов и последствия режима ограничений и самоизоляции. К началу года пассажиропоток снизился более чем на 75 % по сравнению с 2019 годом (пригородный — на 65 %, междугородний — на 79,8 %). Пассажиропоток в октябре снизился на

36,2 % (в том числе в пригородном сообщении – на 24,4%, в дальнем сообщении – на 41,1 %). В целом по итогам работы в 2020 году пассажирооборот снизился на 41,4 % по сравнению с 2019 годом, в том числе в дальнем сообщении на 46,0 %, в пригородном сообщении снизился на 28,1 %.

В 2020 году отправлено 872 млн пассажиров, что на 27,2 % меньше, чем в 2019 году. Пассажирские отправления уменьшились на 42,1 % по дальнему и на 25,6 % по пригородному» [5].

Таблица 2

Основные показатели перевозок пассажиров по инфраструктуре ОАО «РЖД» за 2016-2020 гг.

	2016	2017	2018	2019	2020	Изменение 2020/2019, %
Пассажирооборот, млрд пасс.-км	124,5	122,9	129,4	133,4	78,1	-41,4
Дальнее следование	93,5	91,0	96,3	99,1	53,5	-46,0
Пригородное сообщение	31,0	31,9	33,1	34,3	24,7	-28,1
Отправление пассажиров, млн пасс.	1 037,0	1 117,9	1 157,2	1 197,8	872,0	-27,2
Дальнее следование	101,4	102,2	110,3	116,5	67,4	-42,1
Пригородное сообщение	935,6	1 015,7	1 046,9	1 081,3	804,5	-25,6

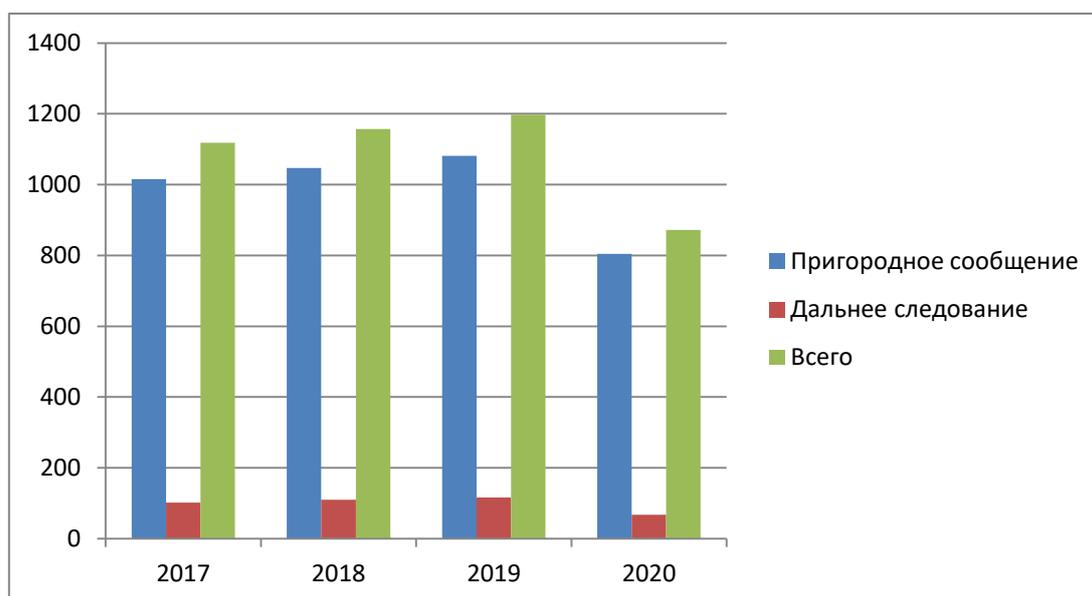


Рис. 1. Кол-во пассажиров железнодорожного транспорта, млн пасс.

В современных условиях предпочтительным направлением развития пассажирских комплексов является полное обеспечение транспортных потребностей населения и улучшение технико-экономических показателей транспорта. Эти задачи требуют планирования, разработки, внедрения и совершенствования технологий, обеспечивающих ситуационный анализ спроса и прогнозы его развития [6].

Внедрение третьей модификации автоматизированной системы управления пассажирскими перевозками экспресс-поездов на железных дорогах привело к созданию комплексной системы прогнозирования пассажирских перевозок. Технические возможности системы автоматического управления «Экспресс-3» позволили обеспечить функционирование единой аналитической базы данных (АБД), которая является основным информационным ресурсом пассажирского комплекса, отвечающим за сбор, объединение и хранение аналитики. Эта система позволяет отслеживать динамику, структуру, цикличность, временную и пространственную неоднородность спроса. На основе данного информационного ресурса разработан и запущен в промышленную эксплуатацию программно-аналитический комплекс «Прогноз

пассажиропотока», обеспечивающий построение различных видов прогнозов.

В рамках оперативного прогнозирования система «Экспресс-3» будет формировать информацию о суточном пассажиропотоке со станций отправления поездов или железнодорожных узлов по маршруту следования. В автоматическом режиме осуществляется анализ дефицита или избытка мест для продажи и ожидаемого общего количества поездов по выбранному маршруту.

Среднесрочный программный модуль «Прогноз пассажиропотока» предоставляет информацию об ожидаемом пассажиропотоке, недостатке или избытке имеющихся в продаже мест.

В современных условиях данные прогнозы пассажиропотока являются инструментом поддержки принятия решений по разработке программ стимулирования спроса, тарифной и ценовой политики, оценке целесообразности выделения новых маршрутов движения поездов и других мероприятий.

В процессе оперативного планирования регулярно составляются графики работы транспорта по датам с указанием избытка или недостачи количества мест и количества вагонов, необходимых для перевозки [7]. Дальнейшие планы связаны с развитием

программ приобретения новых вагонов для пассажирских перевозок, модернизацией инфраструктуры пассажирского комплекса, внедрением передовых технологий обслуживания пассажиров. Сложность задачи прогнозирования требует

дальнейшего развития в направлении проведения исследований по построению моделей прогнозирования, учитывающих региональные характеристики спроса, факторы, влияющие на пассажирские перевозки, особенности местных перевозок.



Рис. 2. Этапы аналитических исследований региональных пассажиропотоков

Также важным аспектом повышения экономической эффективности пассажирского комплекса ОАО «РЖД» в региональном секторе является изучение спроса и разработка мероприятий по стимулированию транспортной мобильности в регионах Российской Федерации (клиентоориентированный подход). Эти задачи требуют совершенствования систем планирования объемов транспортных услуг на основе использования современных методов и методик прогнозирования регионального спроса [8].

Развитие систем прогнозирования на региональном уровне позволяет повысить качество планирования, эффективность тарифных предложений и разработку инвестиционных программ удовлетворения спроса, что в конечном итоге снижает

непроизводительные затраты на пассажирские перевозки.

#### ВЫВОДЫ

Вывод о необходимости разработки методической базы анализа региональных пассажирских перевозок обусловлен изучением статистических справочников и научной литературы, посвящённых анализу пассажиропотоков и их практическому применению в пассажирских перевозках ОАО «РЖД». Однако при анализе региональных перевозок и формировании тенденций их развития необходимо учитывать не только исследования показателей спроса, реализуемых железными дорогами, но и долю конкурентоспособных видов транспорта в формировании спроса.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Попов, А.Т. Качество организации транспортных потоков и экология / А.Т. Попов, Б.А. Либерман. – Текст : непосредственный // Сахаровские

чтения 2017 года: экологические проблемы XXI века : материалы 17-й международной научной конференции. Минск, 18–19 мая 2017 года / под общей редакцией С.А. Маскевича, С.С. Позняка. В 2 частях. Часть 2. – Минск :

Информационно-вычислительный центр Министерства финансов Республики Беларусь, 2017. – С. 78–79.

**2. Либерман, Б.А.** Необходимость учета экологических аспектов при инновационных транспортных проектах / Б.А. Либерман. – Текст : непосредственный // Инфокоммуникационные и интеллектуальные технологии на транспорте ПТТ'2018 : материалы I Международной научно-практической конференции. Липецк, 12–13 декабря 2018 года. В 2-х томах. Том 2. – Липецк : Липецкий государственный технический университет, 2018. – С. 221–224.

**3. Таболина, А.А.** Инновационные процессы на металлургических комбинатах / А.А. Таболина, Б.А. Либерман, А.И. Малахов. – Текст : непосредственный // Транспорт. Тенденции развития современной науки : материалы научной конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета. В 2 частях. Часть 2. Липецк, 14–18 апреля 2018 года. – Липецк: Липецкий государственный технический университет, 2018. – С. 92–94.

**4. Боровков, А.С.** Новый вагон РЖД "2020" / А.С. Боровков, Б.А. Либерман. – Текст : непосредственный. – Текст : непосредственный // Инженерия в строительстве и транспорте. Актуальные исследования в современной науке : материалы научно-практической конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета. Липецк, 30 апреля 2019 года. – Липецк: Липецкий государственный технический университет, 2020. – С. 150–152.

**5. Кривчикова, Е.С.** Цифровые технологии на железной дороге / Е.С. Кривчикова, Б. А. Либерман. – Текст : непосредственный // Инженерия в строительстве и транспорте. Актуальные

исследования в современной науке : материалы научно-практической конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета. Липецк, 30 апреля 2019 года. – Липецк: Липецкий государственный технический университет, 2020. – С. 193–197.

**6. Коваленко, М.О.** Развитие высокоскоростных магистралей в России на примере ВСМ «Евразия» / М.О. Коваленко, М.Е. Федосеев, Б.А. Либерман. – Текст : непосредственный // Инженерия в строительстве и транспорте. Актуальные исследования в современной науке : материалы научно-практической конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета. Липецк, 30 апреля 2019 года. – Липецк : Липецкий государственный технический университет, 2020. – С. 187–189. – Текст : непосредственный.

**7. Либерман, Б.А.** Недостаточность учёта экологических аспектов при решении задач транспортной логистики / Б.А. Либерман. – Текст : непосредственный // Трансграничное сотрудничество в области экологической безопасности и охраны окружающей среды : сборник материалов. Гомель, 04–05 июня 2020 года. – Гомель : Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины, 2020. – С. 468–472.

**8. Коваленко, М.О.** Изменения в правилах перевозки грузов и пассажиров транспортными компаниями в РФ / М.О. Коваленко, Б.А. Либерман. – Текст : непосредственный // Транспорт. Тенденции развития современной науки : материалы научной конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета. Липецк, 14–18 апреля 2018 года. В 2-х частях. Часть 1. – Липецк: Липецкий государственный технический университет, 2018. – С. 129–130.

Сведения об авторах:

**Поминов Артём Вадимович**

студент кафедры организации перевозок,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

[pominov650@gmail.com](mailto:pominov650@gmail.com)

**Либерман Борис Александрович**

кандидат технических наук,  
доцент кафедры организации перевозок,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

[liberman@stu.lipetsk.ru](mailto:liberman@stu.lipetsk.ru)

Information about the authors:

**Pominov Artem Vadimovich**

Student of the Department Organization  
of Transportation,

Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

[pominov650@gmail.com](mailto:pominov650@gmail.com)

**Liberman Boris Aleksandrovich**

Candidate of Technical Sciences, Associate  
Professor, of the Department Organization  
of Transportation,

Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

[liberman@stu.lipetsk.ru](mailto:liberman@stu.lipetsk.ru)

DOI 10.53015/23049235\_2023\_2\_51  
УДК 669.162

В.Н. ТИТОВ, И.В. КУПРИЯНОВА, Т.В. КРАВЧЕНКО

**СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕРОПРИЯТИЙ,  
НАПРАВЛЕННЫХ НА ПОВЫШЕНИЕ ПОЛНОТЫ СГОРАНИЯ ПУТ  
В ФУРМЕННОМ ОЧАГЕ**

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** Приведены результаты сравнительной оценки эффективности мероприятий по увеличению полноты сгорания пылеугольного топлива (ПУТ) в доменной печи. Отмечено, что наиболее эффективным является вдувание пылеугольного топлива в смеси с кислородом (технология Oxy-coal) или в смеси с коксовым газом. Повышение полноты сгорания ПУТ способствует снижению расхода кокса до 10 кг/т чугуна.

**Ключевые слова:** ПУТ, полнота сгорания, кокс, доменная печь, кислород.

V.N. TITOV, I.V. KUPRIYANOVA, T.V. KRAVCHENKO

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**COMPARATIVE PERFORMANCE EVALUATION OF MEASURES TO INCREASE  
PULVERIZED COAL COMBUSTION EFFICIENCY IN THE TUYERE ZONE**

**Abstract:** The results of a comparative performance evaluation of measures to increase pulverized coal combustion efficiency in the blast furnace are presented. It is noted that the most effective method is to inject pulverized coal in a mixture with oxygen (Oxy-coal technology) or in a mixture with coke oven gas. An increase in pulverized coal combustion efficiency reduces coke consumption to 10 kg / ton of hot metal.

**Keywords:** pulverized coal, combustion efficiency, coke, blast furnace, oxygen.

Зародившись в первой половине XIX века [1], идея вдувания в доменные печи пылеугольного топлива широкое применение получила только в начале 80-х годов XX века. С начала XXI века развитие данной технологии позволило повысить удельный расход пылеугольного топлива до 250 кг/т чугуна при сокращении расхода кокса до уровня менее 300 кг/т чугуна.

При таком повышении расхода пылеугольного топлива доменщики столкнулись с проблемой обеспечения его

полного сгорания в фурменном очаге. Исследования [2–4] по оценке полноты сгорания ПУТ в фурменном очаге позволили разработать ряд рекомендаций по ее повышению: как технические (изменение конструкции и оборудования подготовки пылеугольного топлива), так и технологические, которые заключались в выборе марки угля или смеси углей для вдувания и изменения параметров комбинированного дутья.

Таким образом, в ходе развития технологии доменной плавки с

использованием пылеугольного топлива практикой выработаны следующие направления изменения технологии подачи ПУТ, способствующие изменению полноты сгорания:

- 1) увеличение содержания кислорода в дутье [3–9];
- 2) повышение температуры дутья [3–9];
- 3) подача ПУТ совместно с кислородом (технология Оху-coal) [10–13];

4) предварительный подогрев ПУТ [14];

5) подача ПУТ в смеси с активными газами (коксовый газ, водород) [15–16].

Ниже представлена сводная информация об эффективности указанных выше мероприятий, позиции их влияния на полноту сгорания ПУТ (табл. 1).

Таблица 1

Влияние различных мероприятий на полноту сгорания ПУТ

Фактор	Изменение полноты сгорания, %
Увеличение содержания кислорода в дутье на 1 %	+1,2
Повышение температуры дутья на 10 °С	+0,3
Подача ПУТ совместно с кислородом (технология Оху-coal)	+4,5
Предварительный подогрев ПУТ	+3,2
Подача ПУТ в смеси с активными газами (коксовый газ)	+4,8

Возможность реализации мероприятий № 1, 2 ограничена ресурсами кислорода на обогащение и мощностью эксплуатируемых воздухонагревателей. Реализация мероприятий № 3–5 требует серьезных капитальных вложений. При этом, по сравнению с технологией Оху-coal, подогрев пылеугольного топлива не получил широкого распространения. Основной причиной данной ситуации являются более высокие затраты на строительство установки подогрева ПУТ, что в совокупности с более низкой эффективностью (рост полноты сгорания ПУТ) приводит к худшей окупаемости этой технологии. Технология подачи ПУТ в смеси с активными газами находится на стадии полупромышленных исследований.

Анализ данных, представленных в табл. 1, показал, что для получения эффекта от повышения полноты сгорания эквивалентному ее увеличению от

применения технологии Оху-coal или подачи ПУТ совместно с коксовым газом необходимо повысить содержание кислорода в дутье на 4 % или поднять температуру дутья на 150–170 °С. Возможна комбинация с одновременным повышением кислорода на 2 % и температуры дутья на 70–80 °С.

В дальнейшем, в рамках поставленной задачи, произведен сравнительный анализ возможного изменения расхода кокса при реализации данных мероприятий. При оценке изменения расхода кокса рассматривали два варианта реализации:

- 1) рост полноты сгорания при неизменном расходе ПУТ;
- 2) рост расхода ПУТ с сохранением полноты сгорания.

При оценке по первому направлению первоначально было оценено влияние полноты сгорания пылеугольного топлива на коэффициент замены кокса (рис. 1).

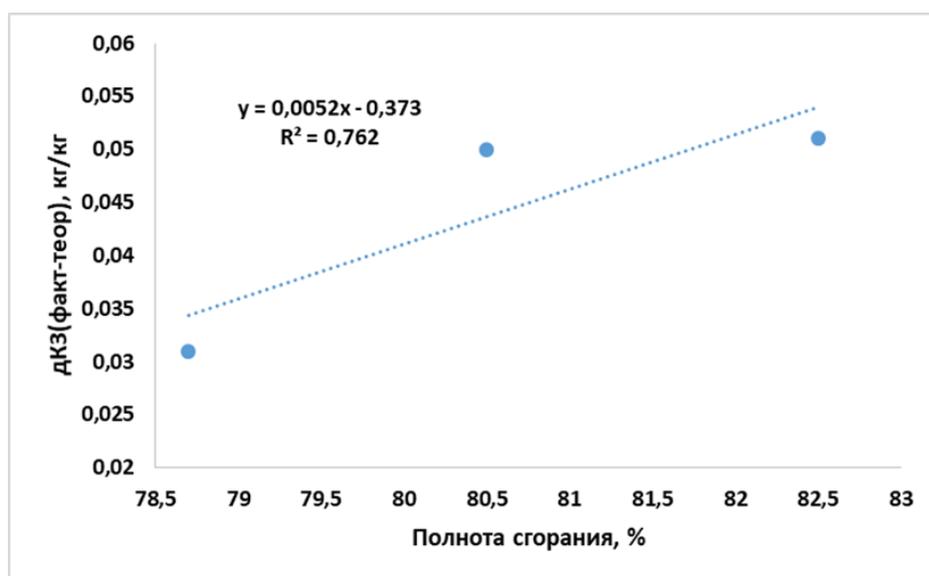


Рис. 1. Влияние полноты сгорания на коэффициент замены кокса ПУТ :  
дКЗ(факт-теор) – разница между фактически достигнутым коэффициентом замены и теоретически рассчитанным

Результаты оценки представлены в табл. 2, 3. В качестве базового расхода ПУТ принят расход 180 кг/т чугуна.

Величина увеличения температуры дутья взята равной 50 °С.

Таблица 2

Результаты оценки эффективности мероприятий по повышению полноты сгорания ПУТ при неизменном его расходе

Мероприятие	Изменение полноты сгорания, %	Изменение коэффициента замены, кг/кг	Изменение расхода кокса, кг/т
Увеличение содержания кислорода в дутье на 1 %	+1,2	+0,0060	-1,1
Повышение температуры дутья на 50 °С	+1,4	+0,0070	-1,3
Подача ПУТ совместно с кислородом (технология Оху-coal)	+4,5	+0,0225	-4,1
Предварительный подогрев ПУТ	+3,2	+0,0160	-2,9
Подача ПУТ в смеси с активными газами (коксовый газ)	+4,8	+0,0240	-4,3

Таблица 3

Результаты оценки эффективности мероприятий по повышению полноты сгорания ПУТ при повышенном его расходе

Мероприятие	Изменение полноты сгорания, %	Изменение расхода ПУТ, кг/т	Изменение расхода кокса, кг/т
Увеличение содержания кислорода в дутье на 1 %	+1,2	+2,7	-2,4
Повышение температуры дутья на 50 °С	+1,4	+3,2	-2,9
Подача ПУТ совместно с кислородом (технология Оху-coal)	+4,5	+10,2	-9,2
Предварительный подогрев ПУТ	+3,2	+7,3	-6,6
Подача ПУТ в смеси с активными газами (коксый газ)	+4,8	+10,9	-9,8

Графическая интерпретация данных, представленных в табл. 2 и 3, отображена на рис. 2.

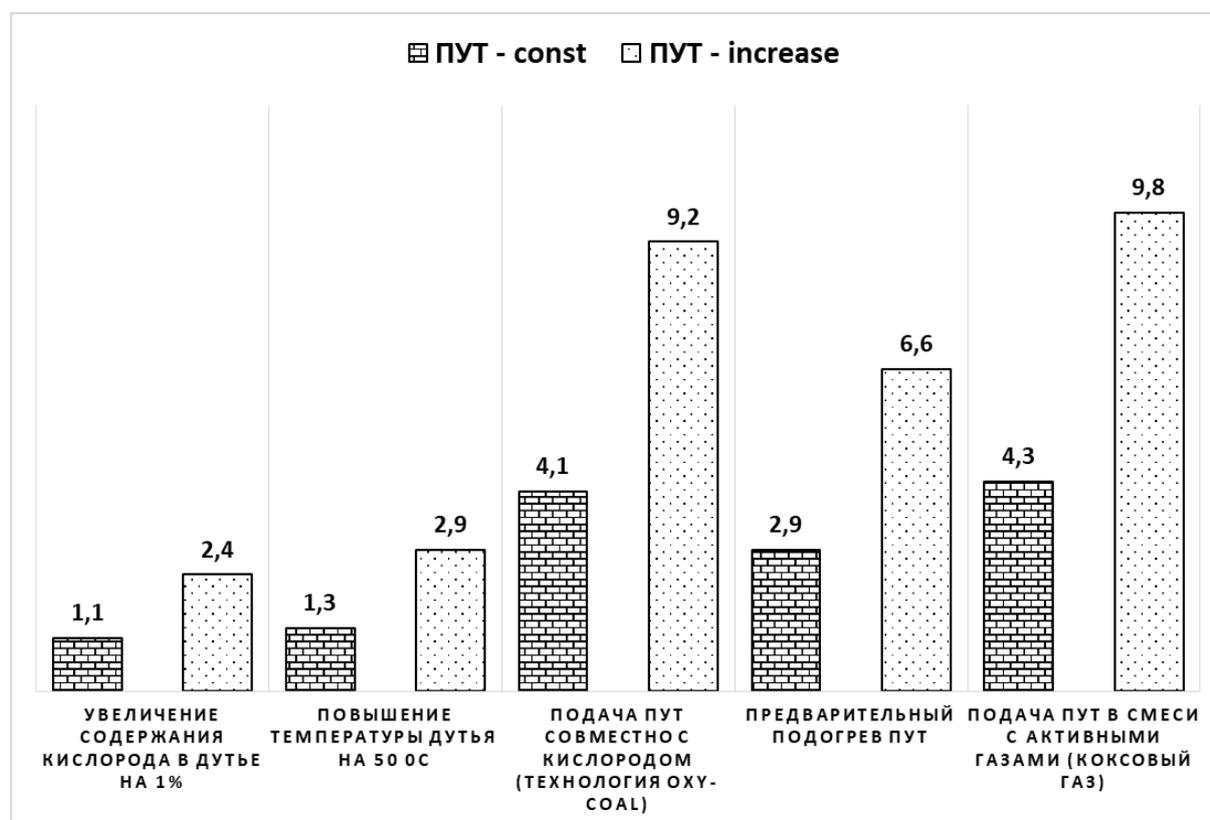


Рис. 2. Снижение расхода кокса при реализации различных направлений по повышению полноты сгорания ПУТ

Как видно из полученных результатов, реализация мероприятий по повышению полноты сгорания ПУТ по первому варианту реализации способствует снижению расхода кокса на 1,1–4,3 кг/т чугуна. В случае реализации данных мероприятий по второму варианту, величина снижения расхода кокса изменялась от 2,4 до 9,8 кг/т чугуна.

Наиболее эффективными являются технологии вдувания ПУТ по схеме Оху-coal и при совместной его подаче с активными газами. Первые два мероприятия менее эффективны, однако их преимуществом является их оперативность и отсутствие капитальных затрат.

Сравнение вариантов реализации показывает, что увеличение расхода пылеугольного топлива является более выгодным по сравнению с вариантом сохранения расхода ПУТ. Экономия кокса при данном варианте более чем в два раза превышает экономию кокса в случае сохранения расхода ПУТ на постоянном уровне. Однако следует отметить, что данный вариант может иметь ограничения из-за недостаточности мощностей по приготовлению пылеугольного топлива. Последнее предопределяет необходимость закладывания резерва по мощностям систем вдувания ПУТ при их проектировании.

## ВЫВОДЫ

1. Среди технологических факторов наиболее сильное влияние на полноту сгорания оказывают степень обогащения дутья кислородом и температура дутья. В среднем каждый 1 % обогащения дутья кислорода эквивалентен росту температуры дутья на 50 °С.

2. Среди организационно-технологических мероприятий наиболее проработанными являются подача пылеугольного топлива в смеси с кислородом (Оху-coal), подогрев

пылеугольного топлива перед его подачей в доменную печь и вдувание пылеугольного топлива в смеси с активными газами (коксовый газ, водород, природный газ).

3. Подача ПУТ в смеси с кислородом по технологии Оху-coal за счет перераспределения потоков кислорода, способствует увеличению полноты сгорания ПУТ на 4,5 %.

4. Предварительный подогрев пылеугольного топлива перед его подачей в доменную печь до 200 °С способствует повышению полноты сгорания ПУТ на 3,2 %. Недостатком данного варианта являются достаточно высокие капитальные затраты.

5. Подача пылеугольного топлива в смеси с активными газами (коксовый газ) повышает полноту сгорания ПУТ на 4,8 % и является наиболее эффективным из организационно-технологических мероприятий.

6. Повышение полноты сгорания пылеугольного топлива способствует снижению расхода кокса или за счет повышения коэффициента замены кокса, или за счет увеличения расхода ПУТ с сохранением коэффициента кокса на исходном уровне. Величина снижения расхода кокса может достигать 10 кг/т чугуна.

7. Увеличение расхода пылеугольного топлива является более выгодным по сравнению с вариантом сохранения расхода ПУТ. Экономия кокса при данном варианте более чем в два раза превышает экономию кокса в случае сохранения расхода ПУТ на постоянном уровне.

8. При выборе варианта реализации следует учитывать возможности по производительности установок вдувания пылеугольного топлива, а также уровень капитальных затрат при реализации того или иного мероприятия.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Рамм, А.Н.** Современный доменный процесс / А.Н. Рамм. – Москва : Metallurgia, 1980. – 304 с. – Текст : непосредственный.
2. **Кочура, В.В.** Исследование и оптимизация фракционного состава пылеугольного топлива, вдуваемого в горн доменных печей ПРАО «Донецксталь» – металлургический завод» / В.В. Кочура. – Текст : непосредственный // Научные труды ДонНТУ. Metallurgia. – Донецк : ДонНТУ, 2011. – Вып. 13 (194). – С. 44–53.
3. **Титов, В.Н.** О влиянии параметров комбинированного дутья на полноту сгорания пылеугольного топлива в фурменном очаге / В.Н. Титов, Л.С. Ивлева. – Текст : непосредственный. // Научно-технический прогресс в черной металлургии – 2019 : материалы IV Международной научной конференции (Череповец, 18–20 сентября 2019 г.) / Ответственный за выпуск Н.Л. Балабанова. – Череповец : ЧГУ, 2019. – С. 207–211.
4. Оценка влияния совместного вдувания пылеугольного топлива и природного газа на полноту сжигания угольных частиц в фурменном очаге доменной печи / А.Л. Чайка, Б.В. Корнилов, А.А. Сохацкий [и др.]. – Текст : непосредственный. // Сталь. – 2018. – № 6. – С. 6–10.
5. **Babich, A.** Mavrommatis «Ironmaking Textbook» / A. Babich, D. Shenk, H.W. Gudenau. – Text : immediate // K.Th. RWTH Aachen University Department of Ferrous Metallurgy, Aachen, 2008. – P. 402.
6. Металлургия чугуна : учебник для вузов / под редакцией Ю.С. Юсфина. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Академкнига, 2004. – 770 с. – Текст : непосредственный.
7. Combustion Enhancement of Pulverized Coal with Targeted Oxygen-Enrichment in an Ironmaking Blast Furnace / Z. Zhou, R. Wang, Q. Yi [et al.] – Text : electronic // Processes 2021, URL : <https://doi.org/10.3390/pr9030440> (date of the application: 11.05.2023).
8. **Carpenter, A.M.** Use of PCI in blast furnaces Clean Coal Centre (CCC/116), September 2006 / A.M. Carpenter. – Text : electronic // [https://www.sustainable-carbon.org/wp-content/uploads/dlm\\_uploads/reports/Combustion/use-of-pci-in-blast-furnaces-ccc-116.pdf](https://www.sustainable-carbon.org/wp-content/uploads/dlm_uploads/reports/Combustion/use-of-pci-in-blast-furnaces-ccc-116.pdf). (date of the application : 11.05.2023).
9. **Okosun, T.** «Numerical Simulation of Combustion in the Ironmaking Blast Furnace Raceway» (2018) / T. Okosun. – Text : electronic. Open Access Dissertations. 1879. – URL : [https://docs.lib.purdue.edu/open\\_access\\_dissertations/1879](https://docs.lib.purdue.edu/open_access_dissertations/1879) (date of the application : 11.05.2023).
10. **Toxopeus, H.L.** PCI at the start of the 21<sup>st</sup> Centure / H.L. Toxopeus, A.G.S. Steeghs, J.F.C. van den Boer. – Text : immediate // Ironmaking conference proceeding. – 2001. P. 735–742.
11. **Шотт, Р.** Оптимизированная технология вдувания пылеугольного топлива в доменную печь / Р. Шотт. – Текст : непосредственный // Черные металлы. – 2013. – С. 33–44.
12. **Шотт, Р.** Моделирование эффективного процесса вдувания ПУТ в доменную печь с использованием технологии Оху-coal / Р. Шотт, М. Шумахер. – Текст : непосредственный // Черные металлы. – 2014. – С. 25–33.
13. **Reufer, F.** Kuttner’s pulverized coal injection technology – latest developments / F. Reufer, R. Schott. – Text : immediate // 7<sup>th</sup> European coke and ironmaking congress – ECIC 2016, Design Center Linz. – P.100–115.
14. **Schott, R.** Optimization strategies for pulverized coal injection into the blast furnace / R. Schott. – Text : immediate // METEC and 2<sup>nd</sup> European Steel Technology and Application Days 2015.
15. **Babich, A.** Intensifying the PC

conversion by means of coke oven gas /  
A. Babich, F. Hippe. – Text : immediate //  
METEC. Dusseldorf, 2019. – P. 491.

16. Интенсификация газификации  
пылеугольного топлива в фурменной зоне  
путем использования коксового газа/  
А. Бабич, Ф. Хиппе, Р. Лин [и др.].

Сведения об авторах:

**Титов Владимир Николаевич**

кандидат технических наук, доцент  
кафедры металлургических технологий,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

e-mail: [kaf-mt@stu.lipetsk.ru](mailto:kaf-mt@stu.lipetsk.ru)

**Куприянова Ирина Вячеславовна**

старший преподаватель кафедры  
металлургических технологий,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

e-mail: [kaf-mt@stu.lipetsk.ru](mailto:kaf-mt@stu.lipetsk.ru)

**Кравченко Татьяна Викторовна**

старший преподаватель кафедры  
металлургических технологий,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

e-mail: [kaf-mt@stu.lipetsk.ru](mailto:kaf-mt@stu.lipetsk.ru)

– Текст : непосредственный // Черная  
металлургия. Бюллетень научно-  
технической и экономической  
информации. – 2020. – Т. 76, № 1. –  
С. 19–29.

Information about the authors:

**Titov Vladimir Nikolaevich**

Associate Professor of the Department of  
Metallurgical Technologies,  
Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

e-mail: [kaf-mt@stu.lipetsk.ru](mailto:kaf-mt@stu.lipetsk.ru)

**Kupriyanova Irina Vyacheslavovna**

Senior lecturer of the Department of  
Metallurgical Technologies,  
Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

e-mail: [kaf-mt@stu.lipetsk.ru](mailto:kaf-mt@stu.lipetsk.ru)

**Kravchenko Tatiana Viktorovna**

Senior lecturer of the Department of  
Metallurgical Technologies,  
Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

e-mail: [kaf-mt@stu.lipetsk.ru](mailto:kaf-mt@stu.lipetsk.ru)

DOI 10.53015/23049235\_2023\_1\_57

УДК 168.18

А.А. ШИПЕЛЬНИКОВ, А.Н. РОГОТОВСКИЙ, Н.А. БОБЫЛЕВА, А.В. ПАВЛОВСКИЙ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ ПРОДУВКИ МЕТАЛЛА АРГОНОМ В СТАЛЕРАЗЛИВОЧНЫХ КОВШАХ КЦ-1 ПАО «НЛМК»

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В статье приводятся результаты компьютерного моделирования процесса продувки жидкой стали в сталеразливочных ковшах Конверторного цеха № 1 ПАО «НЛМК», выполненного в лаборатории кафедры металлургических технологий. Получены новые результаты по поведению металла и шлака в процессе продувки при изменении толщины шлака, уровня металла и расхода аргона. Раскрыты закономерности гидродинамики ванны при изменении условий продувки.

**Ключевые слова:** продувка аргоном, сталеразливочный ковш, компьютерное моделирование, «открытый глаз», расплав, шлак.

A.A. SHIPELNIKOV, A.N. ROGOTOVSKY, N.A. BOBYLEVA, A.V. PAVLOVSKY

## MODELING ARGON PURGING MODES IN STEEL LADLES IN NLMK CONVERTER SHOP №1

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** The article presents the results of computer modeling the process of liquid steel purging in steel ladles of converter shop #1 of NLMK PJSC performed in the laboratory of the Department of Metallurgical Technologies. New results have been obtained concerning the behavior of metal and slag in the purging process with changes in slag thickness, metal level and argon consumption. The bath hydrodynamics regularities when the purging conditions change are revealed.

**Keywords:** argon purging, steel ladle, computer modeling, melt, slag.

### ВВЕДЕНИЕ

Процесс непрерывного литья представляет собой многофазную систему с теплообменом. Движение потоков металла может быть численным образом смоделировано с помощью методов вычислительной гидродинамики (CFD). Для этого создается расчетная область путем дискретизации объема расплава на мелкие ячейки (создание сетки), а затем применения к ним различных алгоритмов для решения уравнений движения. Дифференциальные уравнения Навье–Стокса, содержащие законы сохранения массы, импульса и энергии, являются основой CFD и решаются с использованием таких методов дискретизации, как метод конечных разностей, метод конечных элементов [1–5].

Достижения в области вычислительной механики жидкостей заложили основу для дальнейшего изучения динамики многофазных потоков. Наибольшую сложность на сегодняшний день представляет математическое описание взаимодействия дискретной фазы пузырьков газа и непрерывных фаз стали и шлака. Для описания многофазных течений используются два подхода основных класса моделей: Лагранжевы и Эйлеравы модели. Метод Лагранжа рассматривает частицы как дискретную

фазу и отслеживает путь каждой отдельной частицы. Метод Эйлера рассматривает изменение параметров течения в точках пространства, через которые движется среда, при этом для многофазных течений вводится понятие объемной доли фазы [6–8].

Существуют также гибридные модели, в которых чередуются Лагранжевы и Эйлеравы (усреднение по пространству и переход от реального распределения частиц к объемной доле) шаги [9, 11, 12, 15]. На сегодняшний день основными моделями, применяемыми для математического описания поведения пузырьков аргона и изменения структуры потока в объеме ковша, являются следующие:

1) квазиоднофазная модель, которая является самой простой. Газометаллический поток рассматривался как квазиоднофазный, исключалась необходимость вычисления движения пузырьков. Ключевым принципом в этой модели является то, что характеристики газометаллического потока (доля газа, скорость и диаметр потока), устанавливаются с помощью эмпирических уравнений. Таким образом, уравнение объемной доли не связано с группой уравнений, подлежащих решению.

2) модель объема жидкости (VOF).

Модель основана на подходе Эйлера. VOF-модель может использоваться для моделирования двух или более несмешивающихся жидкостей (металл–шлак, шлак–газ, металл–газ) путем решения одного единого набора уравнений для сохранения импульса, энергии, неразрывности и уравнения переноса объемной доли каждой фазы. Для всех жидкостей и в каждой ячейке сетки отслеживается объемная концентрация каждой из фаз.

3) полная Эйлерова модель (E–E). Модель позволяет моделировать несколько отдельных взаимопроникающих фаз. Фазами могут быть жидкости, газы или твердые частицы практически в любой комбинации. Система уравнений сохранения решается отдельно для каждой фазы. Взаимодействие фаз описывается дополнительными слагаемыми в уравнениях сохранения. Виды взаимодействия зависят от класса и режима течения. В многофазной модели Эйлера число вторичных фаз ограничено только требованиями к памяти и сходимостью расчета;

4) эйлерово-лагранжева (E–L) модель. Жидкая фаза рассматривается как непрерывная путем решения уравнений Навье–Стокса, а дисперсная фаза решается путем отслеживания большого количества частиц, пузырьков или капель через рассчитанное поле потока. Дисперсная фаза может обмениваться импульсом, массой и энергией с жидкой фазой. В рамках этой модели движение потоков расплава решается в эйлеровой

постановке, а движение частиц описывается лагранжевыми уравнениями в подвижной системе координат. Лагранжева модель (DPM) подразумевает построение траекторий частиц дисперсной фазы в сплошной фазе на основе решения обыкновенных дифференциальных уравнений движения. Модель учитывает двухсторонний обмен массой, импульсом и энергией частиц со сплошной фазой. Модель применима для небольших значений объемной концентрации частиц.

#### МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

Моделирование проводилось в лаборатории компьютерного моделирования металлургических процессов кафедры металлургических технологий МИ ЛГТУ, оснащенной лицензионным программным обеспечением. Разработка трехмерной модели сталеразливочного ковша производилась в САD-системе «Компас 3D V14». В качестве аппаратного обеспечения моделирования использовалась инженерная станция на базе «IntelCore i7», 3600 ГЦ, 64 Гб, HDD 1 Тб. Для проведения исследования квазистационарного течения расплава и межфазного взаимодействия в 160-тонном сталеразливочном ковше с периферийным подводом аргоном через две донные пористые пробки была разработана трехмерная дискретная фазовая модель, учитывающая объемы расплава, шлака и воздуха над шлаком. Геометрические параметры сталеразливочного ковша и свойства материалов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Геометрические, физические свойства и параметры модели

Параметр, размерность	Значение
Диаметр донной части ковша, мм	3400
Диаметр верхней части ковша, мм	3650
Высота ковша, мм	4430
Толщина слоя шлака, мм	100, 200
Масса металла в ковше, т	160
Расход аргона, л/мин	40, 60, 80, 120

Окончание табл.1

Плотность жидкой стали, кг/м <sup>3</sup>	7000
Вязкость жидкой стали, кг/(м·с)	0,0052
Плотность шлака, кг/м <sup>3</sup>	3187
Вязкость шлака, кг/(м·с)	0,081
Плотность аргона, кг/м <sup>3</sup>	0,9
Межфазное натяжение сталь-шлак, Н/м	0,8
Межфазное натяжение сталь-воздух, Н/м	1,82
Межфазное натяжение шлак-воздух, Н/м	0,58

На основе разработанной трехмерной геометрической модели была построена гексагональная

структурированная расчетная сетка, состоящая из более чем 800 000 элементов (рис. 1).

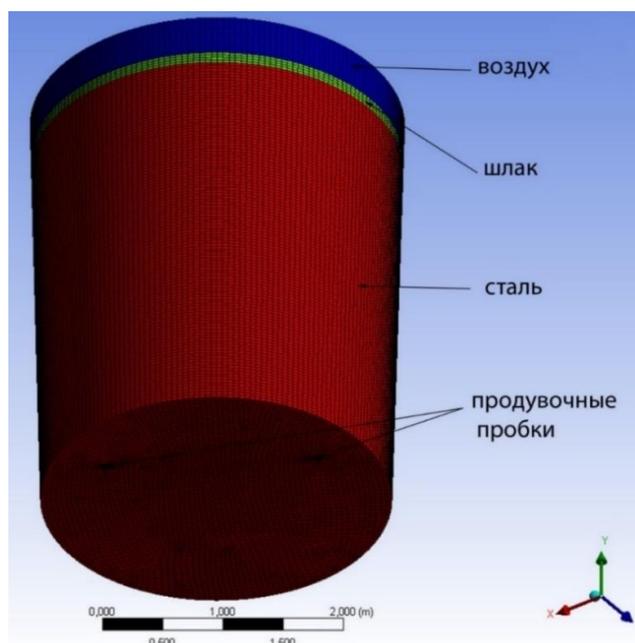


Рис. 1. Сеточная модель сталеразливочного ковша

Моделирование проводилось с расходом аргона от 40 до 120 л/мин при уровне заполнения сталеразливочного

ковша от 3/4 до 1/4 высоты ковша с высотой слоя шлака 100 и 200 мм (рис. 2).

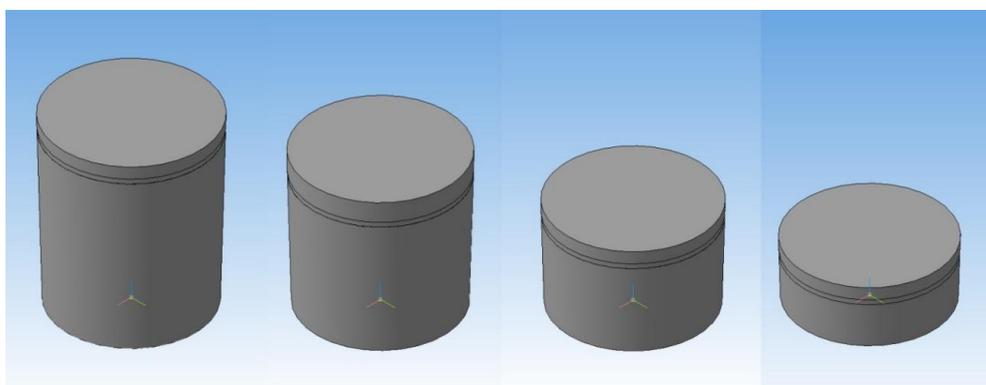


Рис. 2. Модель сталеразливочного ковша с различным уровнем заполнения

Задача решалась в нестационарной постановке с алгоритмом установления «PressureBased». Для связывания полей скорости и давления применялся алгоритм «PISO». Были выбраны схема дискретизации конвективных членов каждого уравнения основной системы уравнений второго порядка точности и схема интерполяции коррекции давления «PRESTO!».

В модели приняты следующие допущения:

1. Жидкие фазы являются ньютоновскими, вязкими и несмешивающимися с постоянной плотностью и вязкостью, а поток в ковше – изотермическим.

2. Принималось, что в начальный момент времени сталь и шлак находятся в состоянии покоя без продувки аргоном.

3. Предполагается, что пузырьки аргона отражаются от стенок сталковша и удаляются, попадая в воздушную фазу.

4. Процесс теплопередачи при моделировании не учитывался, предполагалось, что аргон сразу нагревается до температуры жидкой стали.

Объемные доли всех фаз, участвовавших в моделировании, были рассчитаны в каждом из контрольных объемов расчетной области. Это позволило провести оценку границ раздела фаз. Для описания динамики жидких фаз стали и шлака была применена модель объёма жидкости (VOF), а для моделирования поведения дискретной фазы пузырьков аргона использовалась дискретная фазовая модель (DPM) [11–15].

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ В СТАЛЕРАЗЛИВОЧНОМ 160-ТОННОМ КОВШЕ КЦ-1 И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На сегодняшний день получена модель движения газа через объем расплава, учитывающая влияние толщины шлака на размер и конфигурацию образующихся

«глаз» на поверхности шлака. В дальнейшем предполагается, что верификация модели будет производиться по двум направлениям:

1) непосредственная экспертная оценка и фиксирование состояния «зеркала» расплава и шлака в ковше с последующим сопоставлением и анализом изображений поверхности ковша с результатами моделирования;

2) интегральная оценка качества макроструктуры образцов по содержанию неметаллических включений с анализом результатов отсортировки металла экспериментальных плавок по дефектам типа «слиточная плена», «раскатанное загрязнение».

В частности, на рис. 3, 4 представлено сравнение модели разрушения шлакового покрова толщиной 100 и 200 мм в 160-тонном ковше при продувке аргоном через две продувочные пробки с наблюдениями эксперта при варьировании расхода аргона от 40 до 120 л/мин. Можно отметить высокую степень идентичности результатов компьютерных экспериментов с данными экспертной оценки состояния поверхности шлака в сталеразливочном ковше.

Важным является корректный выбор параметров шлака: фактическая плотность, вязкость и толщина покрова. Именно от этих трех параметров зависит корректность работы компьютерной модели и сходимость результатов вычислительного эксперимента и наблюдений за состоянием «зеркала» расплава на реальном ковше. К сожалению, на практике не всегда удается определить даже фактическую толщину шлакового покрова (методом погружения конуса или «намораживанием» на штангу). Необходимо следить за состоянием продувочных блоков в сталковше на момент проведения сравнительных экспериментов при варьировании расхода газа.

На рис. 5, 6 представлено поле скоростей потоков расплава и газа в различных

сечениях сталеразливочного ковша при изменении расхода аргона.

По результатам компьютерного эксперимента можно отметить значительное снижение объемов «застойных зон» металла со скоростью движения до 0,04 м/с при изменении расхода аргона с 40 до 60 л/мин, тогда как увеличение расхода аргона с 60 до 80 л/мин вызывает практически на 50 % меньшее снижение объемов металла с

малыми скоростями движения. Средняя скорость потоков в центральной зоне, которая является наиболее проблемной, при использовании двух не симметрично расположенных пробок при расходах аргона более 40 л/мин варьируется в интервале от 0,04 до 0,08 м/с, несмотря на практически двукратное увеличение газовой нагрузки на ковш.

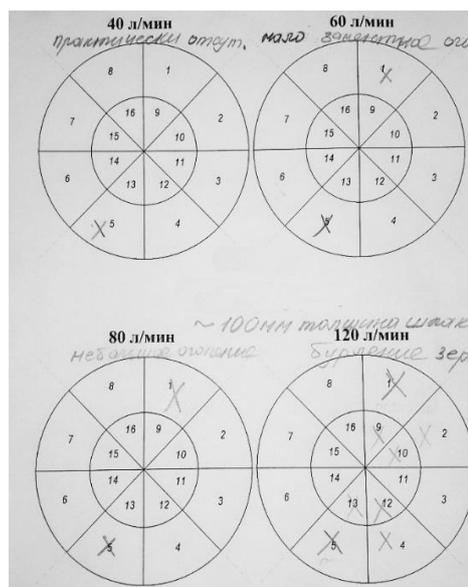
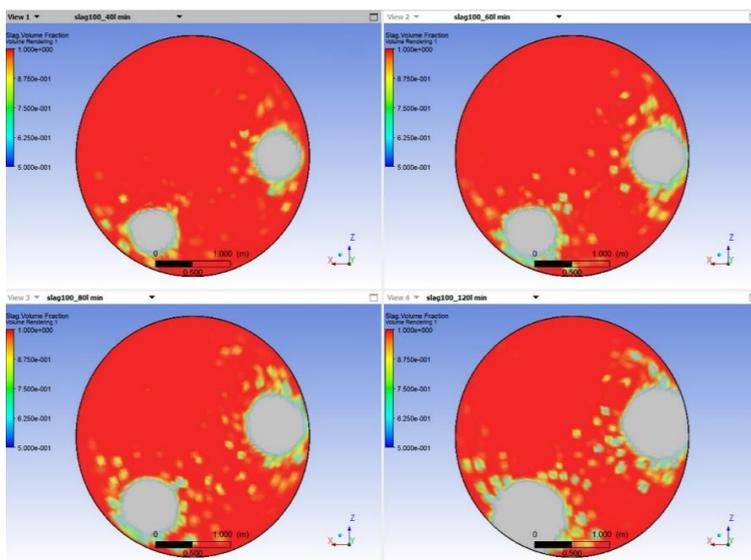


Рис. 3. Результаты моделирования размытия шлака толщиной 100 мм (слева) и экспертное наблюдение при заданном расходе Ar (справа); x – оголение поверхности металла

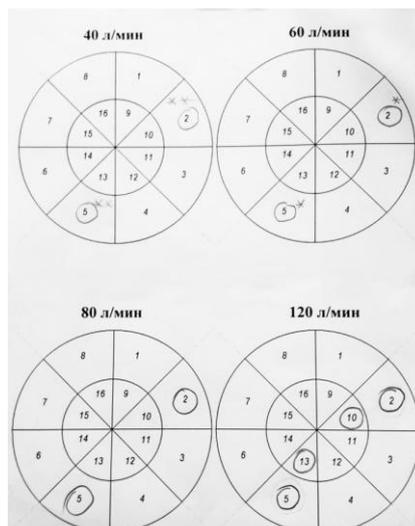
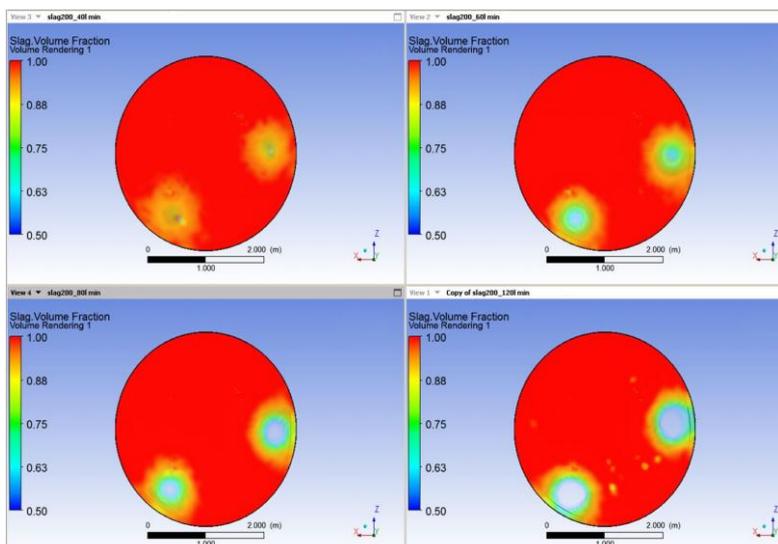


Рис. 4. Результаты моделирования размытия шлака толщиной 200 мм (слева) и экспертное наблюдение при заданном расходе Ar (справа); \*\* – оголение поверхности металла отсутствует; \* – оголение слабо выражено

С точки зрения получения приемлемой скорости движения потоков до значений 0,08 м/с при минимальном размере «глаза» на поверхности шлака можно остановиться на расходе 60 л/мин. Максимальная скорость потоков возле стенок ковша при всех вариантах моделирования составила от 0,24 до 0,32 м/с, то есть практически в 4 раза выше, чем в «застойных зонах». При этом

кинетическая энергия потока металла, увлекаемого пузырьками аргона к границе раздела «металл–шлак», может возрастать в 16 раз, и, несмотря на нелинейное увеличение массы расплава, участвующего в перемешивании, при увеличении газовой нагрузке, в большей степени изменяются размеры «глаза», чем застойных зон.

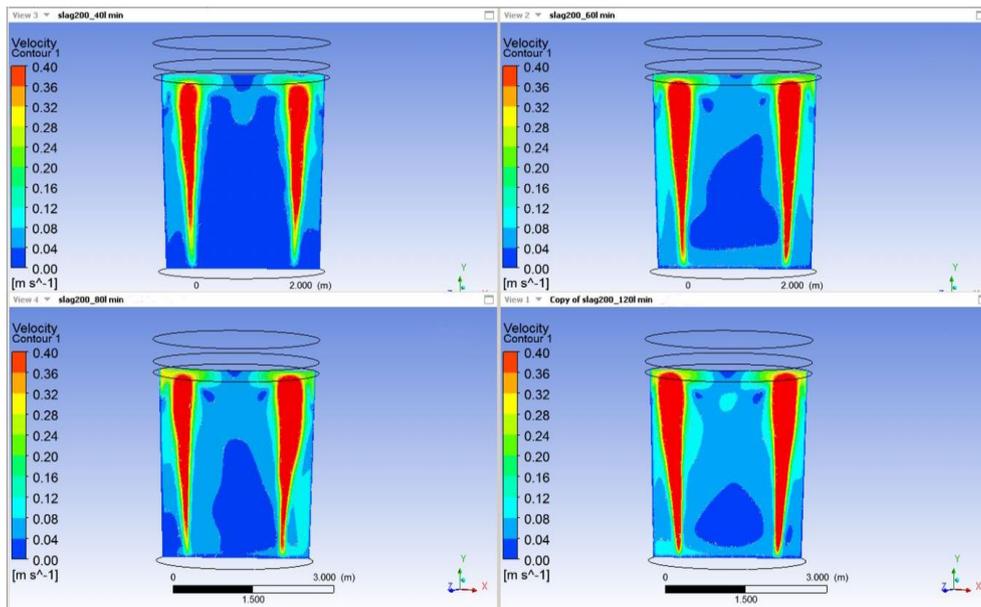


Рис. 5. Поле скоростей потоков расплава в профильном сечении сталеразливочного ковша по линии симметрии продувочных пробок при варьировании расхода аргона: 40, 60, 80 и 120 л/мин

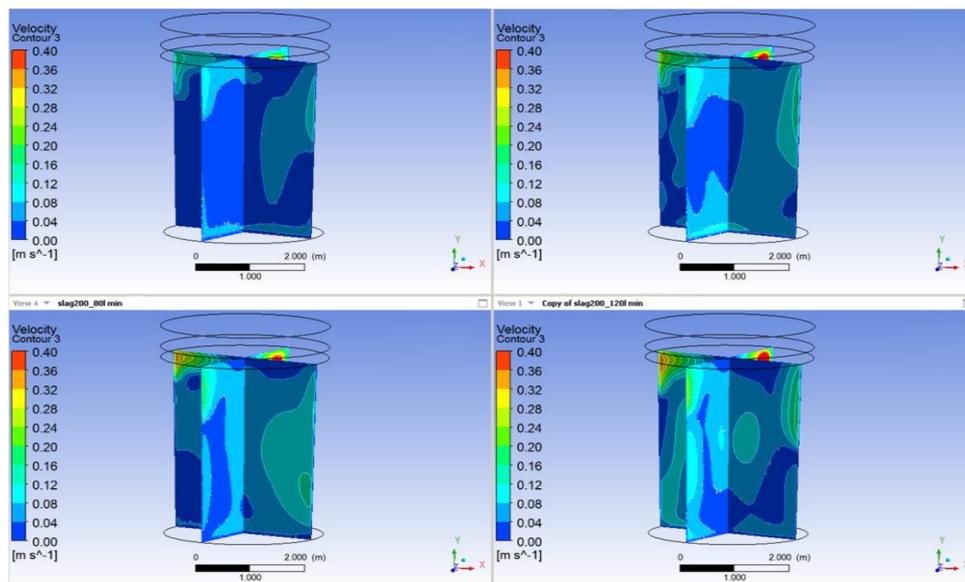


Рис. 6. Поле скоростей потоков расплава в центральном сечении сталеразливочного ковша при варьировании расхода аргона: 40, 60, 80 и 120 л/мин

Это предположение частично подтверждается распределением «застойных зон» по рабочему объему ковша представленной в изометрической проекции модели на рис. 7. Интересен факт значительного снижения эффекта перемешивания с увеличением расхода аргона в два раза с 60 до 120 л/мин на ковш (рис. 7,

нижний ряд). Повышение расхода аргона в три раза с 40 до 120 л/мин оказывает большее влияние на степень размытия шлакового покрова, чем на уменьшение доли зон с самой низкой скоростью движения металла и, как следствие, с самой низкой степенью его перемешивания.

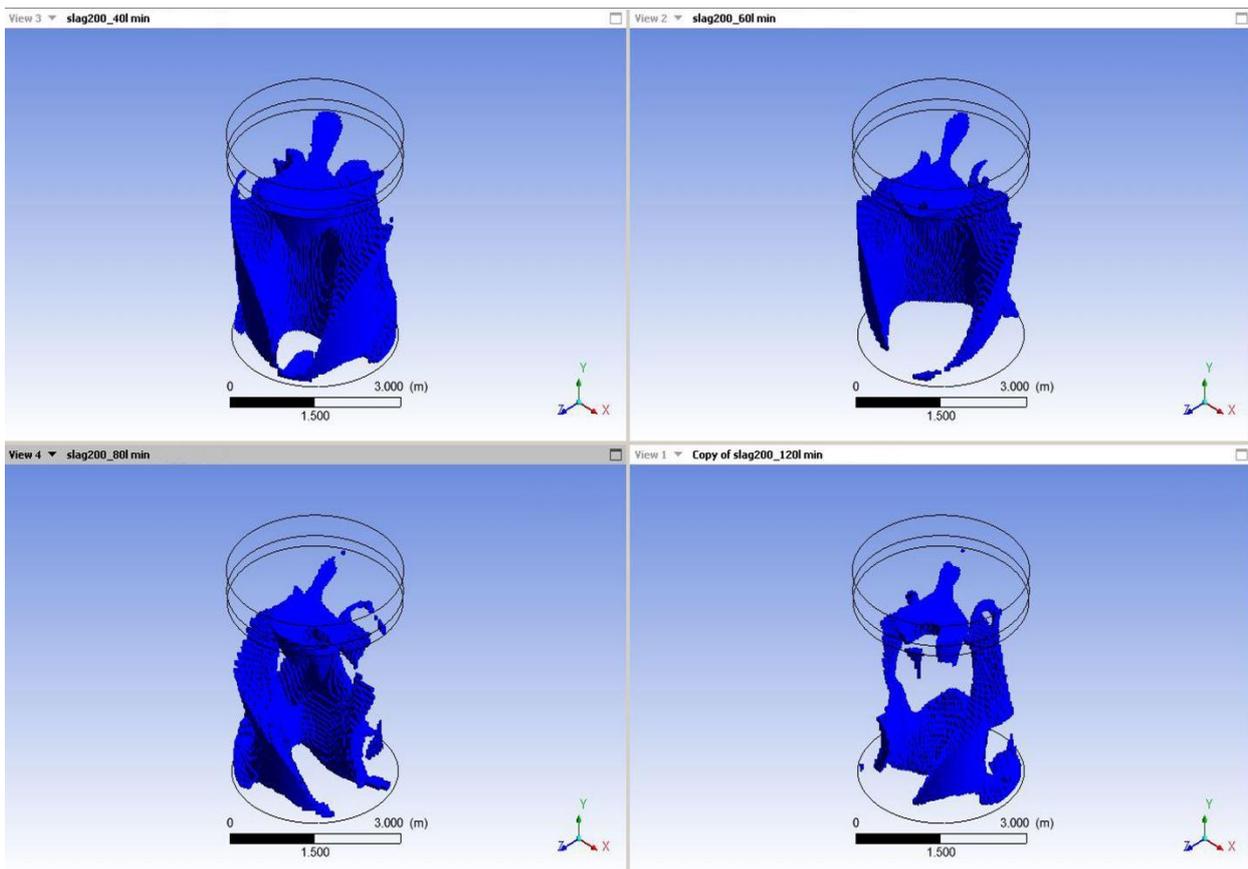


Рис. 7. Изометрическая модель «застойных зон» расплава в ковше при варьировании расхода аргона: 40, 60, 80 и 120 л/мин

По предварительным результатам моделирования можно сделать следующие выводы:

1. Размер «глаза» увеличивается с увеличением расхода аргона и с увеличением глубины стальной ванны, и уменьшается с увеличением толщины слоя шлака.

2. На размер «глаза» оказывает влияние соотношение плотностей шлака и стали. При уменьшении плотности шлака уменьшается размер «открытого глаза».

3. Исследования показывают, что толщина шлака оказывает на размеры

«открытых глаз» большее влияние, чем его плотность и вязкость.

Таким образом, на данном этапе исследований получена модель движения многофазного потока в объеме сталеразливочного ковша, учитывающая изменение расхода аргона и влияние толщины шлака. Можно отметить высокую степень достоверности полученных расчетных данных с экспертной оценкой. Полученные результаты свидетельствуют о значительном влиянии расхода газа на изменение размеров «глаза» шлакового

покрова, чем на изменение «застойных зон» расплава. Максимальное повышение эффективности перемешивания установлено при увеличении расхода аргона с 40 до 60 л/мин.

В соответствии с полученными выше результатами далее нами проведены дополнительные расчеты гидродинамики ванны сталковша по построенной ранее модели с варьированием уровня расплава (100 %, 75 %, 50 % и 25 % от номинального уровня по рабочему чертежу 160-тонного ковша) и изменением расхода аргона (табл. 2). Следует отметить, что температура металла, состав и толщина шлака в экспериментах не изменялись. На рис. 8, 9 представлены изометрические проекции распределения движения

потоков расплава при изменении расхода аргона и уровне стали 100 % от номинального уровня в сталковше.

По линиям направления движения потоков расплава и абсолютной скорости можно заключить, что принципиальной разницы при расходе аргона 120 и 80 л/мин не наблюдается: формируются две типичные зоны с повышенной скоростью (более 0,20 м/с), располагающиеся на поверхности раздела «металл–шлак» напротив установленных в днище двух продувочных балок, и образуются через 35–40° две псевдосимметричные зоны отражения потоков от стенок ковша в районе шлакового пояса.

Таблица 2

Варианты проведения вычислительных экспериментов

Шифр варианта (Vi)	Уровень расплава (% от номинального уровня)	Общий расход аргона, л/мин
V1-1	100	120
V1-2	100	80
<b>V1-3</b>	<b>100</b>	<b>60</b>
V1-4	100	40
V1-5	100	20
V2-1	75	50
<b>V2-2</b>	<b>75</b>	<b>40</b>
V2-3	75	20
V2-4	75	10
<b>V3-1</b>	<b>50</b>	<b>40</b>
V3-2	50	20
V3-3	50	10
<b>V4-1</b>	<b>25</b>	<b>40</b>
V4-2	25	20

Зона будет подвергаться эрозионному размыву футеровки, что негативно скажется на плавочной стойкости сталеразливочных ковшей и

загрязненности стали экзогенными неметаллическими включениями.

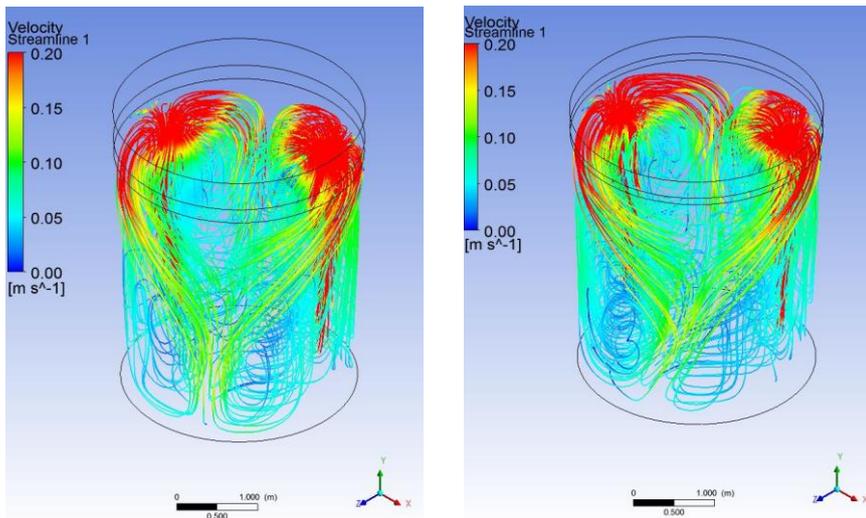


Рис. 8. Линии преимущественного тока расплава на изометрическом виде модели:  
*слева – 120 л/мин Ag (B1-1); справа – 80 л/мин (B1-2)*

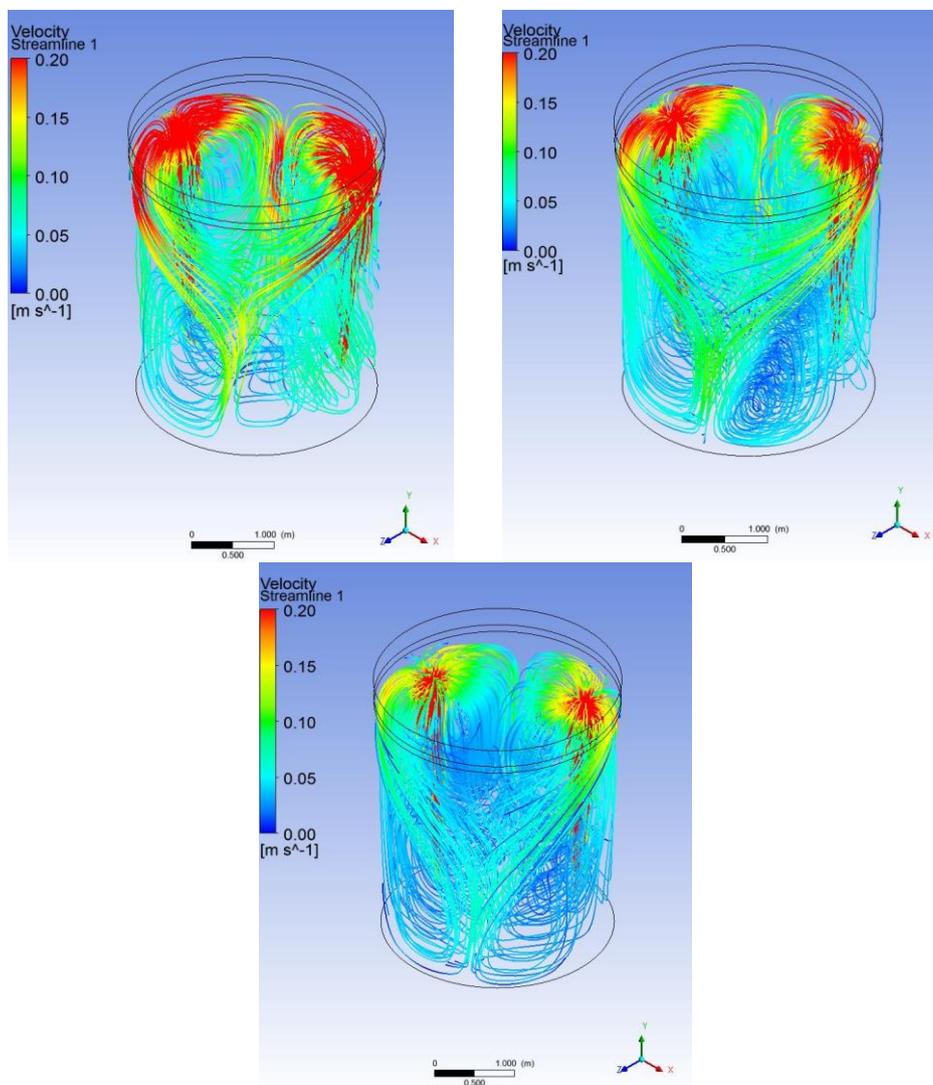


Рис. 9. Линии преимущественного тока расплава на изометрическом виде модели:  
*вверху слева – 60 л/мин Ag (B1-3); вверху справа – 40 л/мин (B1-4);  
 внизу по центру – 20 л/мин (B1-5)*

При снижении расхода газа с 80 до 20 л/мин существенным образом картина движения потоков не изменяется. Уменьшается количество зон с повышенной скоростью движения металла в интервале скоростей 0,10–0,15 м/с и 0,15–0,20 м/с. Можно отметить снижение скорости нисходящих потоков, отраженных от стенок ковша и направленных вглубь объема ванны: при расходах 60 и 40 л/мин отмечается снижение скорости в интервале 0,15–0,10 м/с, тогда как при расходе 20 л/мин снижается плотность циркуляции нижних слоев расплава (рис. 9, В1-5).

Установлено образование нижних придонных зон с круговым движением расплава, расположенных диаметрально противоположно относительно продувочных блоков при расходах 40 и 20 л/мин (рис. 9, В1-4 и В1-5). В этой зоне может образовываться псевдо-застойная зона расплава с циркулярным движением значительных масс металла, которая негативно скажется на стойкости

футеровки ковша. При снижении расхода газа до 20 м/с уменьшается средняя скорость движения масс расплава с 0,15–0,10 до 0,05 м/с, значительное увеличивается доля потоков с низкой скоростью движения, что плохо для реализации эффекта перемешивания ванны. Поэтому данный вариант продувки следует считать нецелесообразным для полностью заполненного сталковша.

Наилучшими вариантами с точки зрения минимизации оголения «зеркала металла» являются В3-2 и В3-3 с расходами соответственно 10 и 20 л/мин. В варианте с расходом 40 л/мин будет наблюдаться образование «глаза», однако его площадь будет меньше, чем в остальных вариантах моделирования при уровнях расплава 100 и 75 % от номинального уровня в сталковше. Это хорошо иллюстрируется численными параметрами «глаза» при варьировании расхода аргона, что представлено на диаграмме рис. 10.

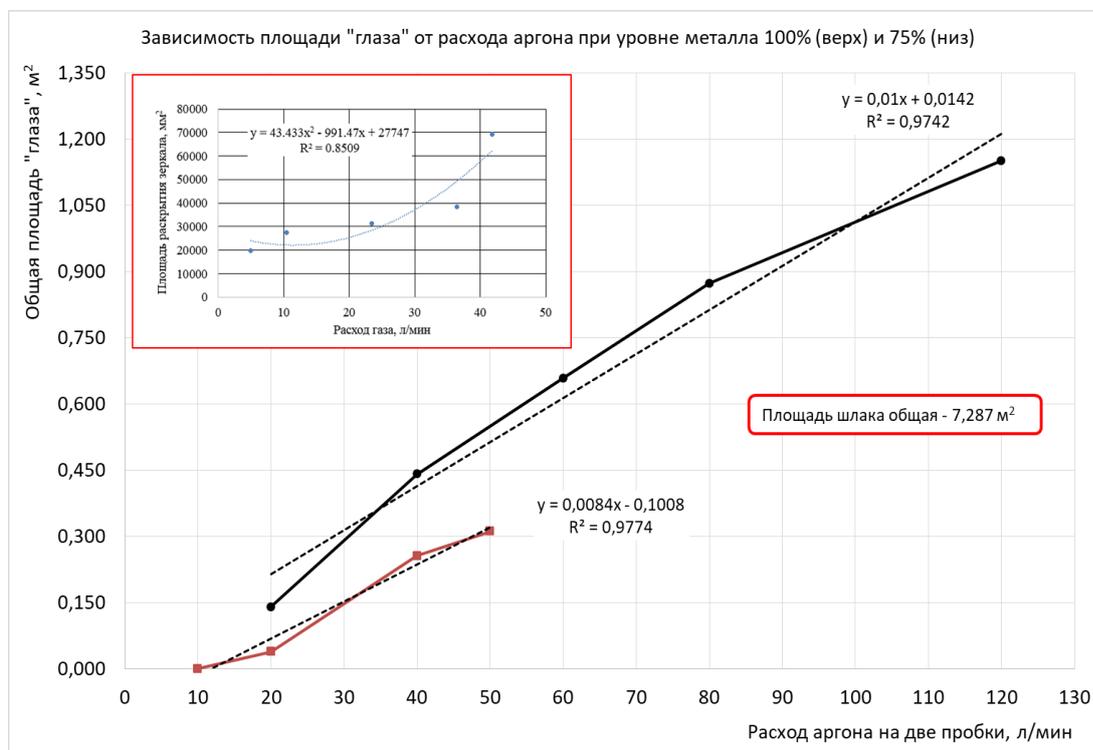


Рис. 10. Зависимость площади «глаза» от расхода аргона при уровне металла 100 % (верхняя кривая) и 75 % (нижняя кривая). В левом верхнем углу график по данным литературного обзора – результат «холодного» моделирования продувки

Таким образом, при заданном уровне металла в ковше 50 % от номинального уровня наилучшим вариантом будет либо полный отказ от продувки, либо продувка с максимальным расходом аргона 40 л/мин по варианту ВЗ-1, так как в противном случае эффект вообще не будет заметен.

#### ВЫВОДЫ

В результате проведенных исследований нами получена модель движения многофазного потока в объеме сталеразливочного ковша, учитывающая изменение расхода аргона и влияние толщины шлака. Можно отметить высокую степень достоверности полученных расчетных данных с экспертной оценкой. Полученные результаты свидетельствуют о более значительном влиянии расхода газа на изменение размеров «глаза» шлакового покрова, чем на изменение «застойных зон» расплава. Максимальное повышение эффективности перемешивания установлено при увеличении расхода аргона с 40 до 60 л/мин.

В основу решений работы положен анализ полученных в ходе вычислительных экспериментов линий преимущественного тока расплава, полей скорости распределения потоков ванны во фронтальных сечениях, в центральном сечении с максимальной газовой нагрузкой, 3D-модели распределения «застойных зон», а также полученные модели разрушения шлакового покрова толщиной 100 и 200 мм с образованием так называемых «глаз» – мест оголения «зеркала металла» с выходом потока аргона в верхнюю полость ковша. По результатам моделирования размытия шлака можно сделать следующие заключения:

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Wang, L. Prediction of the Optimum Bubble Size for Inclusion Removal from Molten Steel by Flotation / L. Wang, H.-G. Lee, P. Hayes. – Text : immediate.

1) размер «глаза» увеличивается с увеличением расхода аргона и с увеличением глубины стальной ванны и уменьшается с увеличением толщины слоя шлака,

2) на размер «глаза» оказывает влияние соотношение плотностей шлака и стали, а при уменьшении плотности шлака уменьшается размер «открытого глаза»;

3) толщина шлака оказывает на размеры «открытых глаз» большее влияние, чем его плотность и вязкость.

На основании проведения серии вычислительных экспериментов с варьированием уровня металла и расхода аргона, подаваемого через две продувочные пробки снизу, в сталеразливочном ковше емкостью 160 тонн, а также опираясь на проведенные наблюдения за состоянием ванны металла на установке доводки металла (УДМ) Конверторного цеха № 1 можно заключить, что наиболее рациональными расходами аргона являются следующие значения:

1) для 100 % уровня металла – 60 л/мин,

2) для 75 % уровня металла – 40 л/мин,

3) для 50 % уровня металла – 40 л/мин,

4) для 25 % уровня – продувку

проводить не целесообразно, то есть при достижении массы стали менее 30 % от исходной фактической емкости «нового» сталеразливочного ковша на стенде УНРС-4,6 подачу газа следует прекратить.

Указанные расходы аргона рекомендованы к внедрению с проведением обязательного этапа экспериментальных разливок плавов при подаче аргона в сталеразливочный ковш, находящийся на разливочном стенде УНРС-4,6 КЦ-1 ПАО «НЛМК».

// ISIJ International. – 1996. – Vol. 36, № 1. – P. 7–16.

2. Miettinen, T. The Limits of Fine Particle Flotation / T. Miettinen, J. Ralston, D. Fornasiero. – Text : immediate

// Minerals Engineering. – 2010. – Vol. 23, № 5. – P. 420–437.

3. **Костецкий, Ю.В.** Исследование эффективности процесса флотации неметаллических включений пузырьками аргона / Ю.В. Костецкий, А.В. Мач. – Текст : непосредственный // Научные труды ДонНТУ, Metallurgy. – 2011. – Вып. 13(194). – С. 65–76.

4. **Krishnakumar, K.** The Fluid Mechanics of Slag-Metal Interactions in Ladle Metallurgy. / K. Krishnakumar, A. Gordon. – Text : immediate // Journal for Manufacturing Science & Production. – 2012. – Vol. 12, № 3–4. – P. 139–146.

5. **Thomas, B.** Modeling of Continuous Casting / B. Thomas. – Text : immediate // Making, Shaping and Treating of Steel, 11th Edition, Vol. 5, Casting Volume, A. Cramb, ed., AISE Steel Foundation, Pittsburgh, PA. – 2003. – P. 5.1 – 5.24.

6. **Iguchi, M.** Modeling multiphase materials processes: Gas-Liquid Systems / M. Iguchi, O. Ilegbusi. – Text : immediate // New York : Springer. – 2011. – P. 413.

7. Mathematical modeling of multiphase system in tundish of continuous casting machine: Theory And Experiments / O. Smirnov, Y. Smyrnov, S. Louhenkilpi, O. Smyrnov. – Text : immediate // Journal of Chemical Technology & Metallurgy. – 2017. – Vol. 52, № 4. – P. 711–717.

8. **Rogotovskiy, A.N.** Modeling and development of a forging ingot of rational design and mass / A.N. Rogotovskiy, A.A. Shipelnikov, N.A. Bobyleva. – Text : immediate // Journal of Chemical Technology and Metallurgy. – 2018. – Т. 53, № 5. – С. 936 – 942.

9. Особенности гидродинамики расплава в процессе продувки аргоном в сталеразливочном ковше / А.А. Шипельников, А.Н. Роговский,

Н.А. Бобылева [и др.]. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. – № 2 (43). – С. 73–81.

10. Современные проблемы и перспективы развития компьютерного моделирования движения расплава в промежуточном ковше и кристаллизаторе МНЛЗ / А.А. Шипельников, А.Н. Роговский, Н.А. Бобылева [и др.]. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2019. – Т. 62, № 5. – С. 374–380.

11. **Cao, Q.** Numerical modelling of the transport and removal of inclusions in an industrial gas-stirred ladle / Q. Cao, L. Nastac. – Text : immediate // Ironmaking & Steelmaking. – 2018. – Vol. 45, № 10. – P. 984–991.

12. **Teixeira Costa, L.** Multiphase Mass Transfer in Iron and Steel Refining Processes / L. Teixeira Costa, R. Parreiras Tavares. – Text : immediate // Mass Transfer – Advancement in Process Modelling. – 2015. – P. 149–167.

13. **Shuguo, Z.** New Process with argon injected into ladle around the tapping hole for controlling slag carry-over during continuous casting ladle / Z. Shuguo, Zh. Miaoyong // Metals. – 2018. – Vol. 8, № 8. – P. 624.

14. Продувка металла аргоном в ковше. – Текст : электронный // Металлургия [сайт]. 2022. / URL : <https://metallurgist.pro>, (дата обращения : 22.03.2023)

15. **Zhang, L.** Fundamentals of inclusion removal from liquid steel by bubble flotation / L. Zhang, S. Taniguchi. – Text : immediate. // Steel Res. Int. – 2010. – Vol. 79. – P. 556–559.

Сведения об авторах:

**Шипельников Алексей Александрович**  
кандидат технических наук, доцент  
кафедры металлургических технологий,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.  
e-mail: [ashipelnikov@yandex.ru](mailto:ashipelnikov@yandex.ru)

**Роговский Александр Николаевич**  
кандидат технических наук,  
заведующий кафедрой металлургических  
технологий,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.

**Бобылева Наталия Александровна**  
учебный мастер кафедры  
металлургических технологий,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.  
e-mail: [bobyleva.n.a@yandex.ru](mailto:bobyleva.n.a@yandex.ru)

**Павловский Алексей Владимирович**  
магистрант кафедры металлургических  
технологий,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.

Information about the authors:

**Shipelnikov Alexey Alexandrovich**  
Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor of The Department of  
Metallurgical Technologies,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

**Rogovsky Alexander Nicolaevich**  
Candidate of Technical Sciences,  
Head of The Department of Metallurgical  
Technologies?  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

**Bobyleva Natalia Alexandrovna**  
Training master of the Department of  
Metallurgical Technologies  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

**Pavlovsky Alexey Vladimirovich**  
Master's student of the Department of  
Metallurgical Technologies,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

А.В. КАРПОВ, О.А. ПРОВОТОРОВА, С.С. КОНДАКОВ, Т.В. ЦЫМБАЛ

## АНАЛИЗ ВАРИАНТОВ СВЯЗУЮЩИХ ВЕЩЕСТВ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА БРИКЕТОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ДОМЕННОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** К производству брикетов для доменного производства предъявляются высокие требования в плане прочностных характеристик, а также к их составу. Основным направлением решения данной проблемы является выбор связующего для производства брикетов. В работе приведена классификация связующих для изготовления брикетов. Перечислены примеры применения этих связующих. Приведены преимущества и недостатки применения разных типов и видов связующих.

**Ключевые слова:** доменная печь, брикетирование, связующее, цемент, известь, лигнин, крахмал.

A.V. KARPOV, O.A. PROVOTOROVA, S.S. KONDAKOV, T.V. TSYMBAL

## ANALYSIS OF VARIANTS OF BINDERS TO PRODUCE BRIQUETTES USED IN BLAST FURNACE PRODUCTION

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** Blast furnace production imposes high requirements for briquettes in terms of strength characteristics, as well as their composition. The main direction in solving this problem is the choice of a binder to produce briquettes. The paper presents a classification of binders for the manufacture of briquettes. Examples of using these binders are listed. The advantages and disadvantages of using different types and types of binders are given.

**Keywords:** blast furnace, briquetting, binder, cement, lime, lignin, starch.

Производство брикетов является актуальным способом утилизации различных попутных материалов металлургического производства, например: шламы, пыли, металло-содержащие шлаки, углеродсодержащие материалы. Полученные брикеты могут быть использованы в качестве сырья для доменного производства [1-4]. Принцип технологии брикетирования основан на сцепление частиц друг с другом при помощи связующих компонентов. Выбор типа связующего для получения наиболее рациональных свойств брикетов является сложным и актуальным вопросом.

Связующие могут быть неорганического и органического

происхождения, а также обязательно должны соответствовать следующим требованиям:

- Обладать высокими адгезионными свойствами и максимально смачивать поверхности материалов;
- иметь высокую стойкость к внешним воздействиям атмосферного характера;
- не ухудшать структурные свойства готового брикета;
- иметь высокую гибкость и пластичность;
- иметь высокую прочность, при этом не быть жестче, чем склеенный материал, так как внешняя нагрузка может вызвать внутренние

напряжения, что впоследствии приведет к разрушению брикета;

- обладать высокой скоростью застывания;
- иметь высокое количество спекающихся элементов для обеспечения достаточной термической стойкости готового брикета при горении, в то же время иметь низкую температуру воспламенения;
- иметь минимальную токсичность;
- быть доступным и не дорогим.

Неорганические (минеральные) связующие вступают в химическую реакцию с компонентами брикетов. Интенсивность процесса связывания зависит от скорости протекания химических реакций, а также от давления прессования.

Наиболее распространенными неорганическими связующими являются: цемент, известь, жидкое стекло, каустический магнезит, доломит, чугунная стружка, гипс, глина. Их главный недостаток состоит в том, что в процессе доменной плавки они переходят в шлак, что увеличивает его выход.

Использование цемента для производства брикетов получило наибольшее распространение, за счет его универсальности и приемлемого соотношения между стоимостью и характеристиками получаемых изделий [5]. При брикетировании используют различные роды цементов: гидравлический, гипсовый, шлакопортланд, портланд, бокситовый и другие.

Цементирование компонентов можно осуществлять тремя способами:

- естественное твердение. Как следует из названия, твердение протекает при температуре окружающего воздуха в течение нескольких недель;
- ускорить засыхание цемента можно, подняв температуру воздуха до 60–100 °С и влажности близкой к 100 %. При этом допускается использование пара, при

таких условиях время цементирования брикета не превышает 2 ч;

- упрочнение в автоклаве. Более совершенный метод кристаллизации связующего состава предполагает его гидратацию в течение 5–8 ч, при температуре 175–200 °С и давлении 0,8–1,4 МПа. Время застывания не превышает 2 ч.

После такой обработки брикеты имеют высокую механическую прочность и становятся пригодны для доменного производства. Расход при брикетировании железных руд – 3–20 % в зависимости от типа цемента [6].

Известь – получила большое распространение в качестве связующего материала. Это продукт, который получают путем обжига известняка с минимальным содержанием серы, фосфора, кремнезема. Сам процесс происходит в шахтных или вращающихся печах при температуре 900–1200 °С.

В состав извести входит около 85 % CaO+MgO и 2–3 % глины. Используется как негашеная, так и гашеная известь. В брикетировании свежееобожженную известь предпочитают другим видам. Расход извести при брикетировании составляет 5–10 %. Она имеет белый цвет, допускается известь и с чуть серым оттенком, плотностью три тысячи килограмм на метр в кубе. При гашении извести выделяется значительное количество тепла:



Расход воды влияет на количество пушонки и известкового молока. Процесс гашения извести можно значительно ускорить, если в воду добавить промоторы.

Связывание частиц друг с другом происходит за счет кристаллизации Ca(OH)<sub>2</sub> при его карбонизации углекислым газом. В результате протекания химической реакции образуется кристаллический CaCO<sub>3</sub>, выполняющий роль связующего.

Упрочнение брикета происходит за счет удаления излишек влаги, которое можно ускорить за счет автоклавирования.

Автоклавирование – гидротермальная обработка, которую проводят при давлении 0,7–0,8 МПа и температуре около 175 °С. Суть процесса состоит в том, что гель кремнезема, присутствующий в руде, взаимодействует с  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ .

Растворимое жидкое стекло (стеклоглыба) – сплав, который имеет стекловидную структуру и цвет от голубоватого до желтого. У стеклоглыбы переменный состав с общей формулой  $R_2\text{O} \cdot n\text{SiO}_2$ ,  $R$  – это натрий или калий, а  $n$  – приходящиеся число молекул на одну молекулу щелочного металла. Силикат-глыба, еще одно название растворимого стекла, его растворы на основе воды – жидкое стекло. Плотность растворимого стекла достигает 2400 кг / м<sup>3</sup>, а температура смягчения от 1000 до 1100 °С.

При производстве брикетов используют натриевое жидкое стекло, его получают путем обжига смеси соды или сульфата натрия с кварцевым песком, температура при этом 1300–1400 °С. Затем расплав охлаждают и растворяют водой.

Применяется для цементирования железной и хромовой руд, феррохрома. Цементирование брикета жидким стеклом может ускорено сушкой при температуре 150–250 °С. Расход снижается при добавлении активирующих агентов и составляет от 5 до 10 % [7].

Чугунная стружка проявляет свои цементующие свойства во взаимодействии с катализатором ( $\text{NaCl}$  0,5 – 1 % от общей массы). Ее смешивают с рудой в пропорции 5–10 % от брикетированной массы. В процессе коррозии и гидрации возникают гальванопары, которые растворяют чугунную стружку, и образуются продукты коррозии, которые ускоряют цементацию.

Срок кристаллизации до нескольких суток. Такая цементующая смесь лучше себя показывает при брикетировании магнетитовых и гематитовых руд.

Применение органических связующих для брикетирования перспективно за счет их полного сгорания в доменной печи, что не изменяет шлакообразование в отличие от неорганических связующих.

Нефтесвязующие – это остаток, после переработки нефти, который имеет свойства высокомолекулярных соединений. Это смесь нафтеновых, парафиновых, ароматических углеводородов с незначительным количеством сернистых и гетероорганических соединений. К нефтесвязующим относятся смолы, имеющие полужидкое агрегатное состояние. Это нейтральные соединения разнообразных углеводородов, которые имеют молекулярную массу > 1200 и плотность > 1000 кг/м<sup>3</sup>.

Под воздействием сильных кислот, света, высоких температур смолы переходят в асфальтены (темно-бурый или черный порошок, у которого молекулярная масса достигает 2500).

К нефтесвязующим относятся карбены и карбоиды, они представляют порошок черного или темного-бурого цвета, как и асфальтены, но с большим содержанием углерода. Карбены и карбоиды возможно использовать как слабый кокс.

Содержание карбоновой, асфальтогеновой и прочих кислот в нефтесвязующих, которые придают поверхностную активность, крайне мало.

Коксовое число у нефтесвязующих варьируется от 20 до 30 % и напрямую зависит от коксообразования, т.е. от времени окисления сырья, температурного режима, интенсивности термообработки.

Каменноугольный пек получается при обработке каменноугольной смолы, представляет сложную смесь ароматических, гетероциклических соединений и их производных, выкипающих в широких пределах

температур, температурой около 370 °С. Пек обладает большим коксовым числом, которое составляет около 39 %. При использовании пека брикеты приобретают свойства высокой термоустойчивости. Однако пек обладает высокой токсичностью, что ограничивает его использование при производстве брикетов.

Нефтесвязующие и каменноугольный пек в основном используются при производстве угольных углеродо-содержащих брикетов.

Лигносульфонат – отход, образуется при производстве целлюлозы в процессе переработки древесины, у которого содержание воды не должно превышать 20–30 %. Сульфит-спиртовая барда (ССБ) обладает высокой связывающей способностью из-за содержания поверхностно-активных веществ (ПАВ), таких как кальциевая, натриевая, аммониевая соль лигносульфоновых кислот.

Лигнин, который представляет собой смесь нерегулярных полимеров родственного строения, является объектом исследований, направленных на разработку способов его использования в изготовлении брикетов. При этом наибольший интерес для получения

брикетов представляют отходы гидролизного производства – гидролизный лигнин. Такой лигнин может служить в качестве связующего при производстве брикета [8].

Еще одним видом органических связующих, используемых для производства брикетов, является крахмал и его модификации. Он обеспечивает пластификацию брикетируемой массы, а также обеспечивает достаточную прочность в высушенном виде. Применение крахмала осложняется необходимостью приготовления клейстера или использования модифицированного крахмала, что осложняет технологию и повышает стоимость брикета [9].

Таким образом, проведенный анализ показывает многообразие видов и типов связующих веществ для производства брикетов. Выбор типа связующего оказывает разное влияние на свойства получаемых брикетов. Помимо технического эффекта, оказываемого связующим на свойства получаемых брикетов, важным является его распространенность и стоимость. Перспективным направлением является комбинированное использование разных типов связующих.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Анализ микроструктуры железосодержащих брикетов / А.В. Карпов, Е.А. Милохин, Д.С. Шмарин [и др.]. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2022. – № 1 (47). – С. 56–62.

2. **Бижанов, А.М.** Использование рудоугольных брикетов в доменных печах / А.М. Бижанов, С.А. Загайнов. – Текст : непосредственный // *Металлург.* – 2022. – № 7. – С. 17–22.

3. Преимущества и риски использования рудоугольных брикетов в доменных печах / Е.А. Милохин, А.Ю. Сорокин, С.В. Мясоедов [и др.].

– Текст : непосредственный // *Черная металлургия. Бюллетень научно-технической и экономической информации.* – 2022. – Т. 78, № 12. – С. 1031–1037.

4. **Шмарин, Д.С.** Результаты применения брикетов в доменной печи малого объема / Д.С. Шмарин, А.В. Карпов. – Текст : непосредственный // *Технические науки : проблемы и перспективы : материалы VII Международной научной конференции.* под редакцией И.Г. Ахметова. – Казань, – 2020. – С. 34–37.

5. Металлургические свойства доменных брикетов экструзии (брэксов) на основе гематитового концентрата / А.М. Бижанов, В.В. Брагин,

Г.Г. Бардавелидзе [и др.]. – Текст : непосредственный // *Металлург.* – 2020. – № 9. – С. 17–25.

6. Брикетирование металлургического сырья. Актуальность и пути развития метода / Б.Н. Маймур, А.Ю. Худяков, В.И. Петренко [и др.]. – Текст : непосредственный // *Черная металлургия. Бюллетень научно-технической и экономической информации.* – 2016. – № 1 (1393). – С. 74–82.

7. **Скляр, В.А.** Подбор связующих материалов для экструзионных брикетов из отходов металлургического производства / В.А. Скляр, А.В. Карамин. – Текст : непосредственный // *Современные проблемы горно-металлургического комплекса. Наука и производство: материалы восемнадцатой Всероссийской научно-практической конференции с международным участием.* – Старый Оскол : Изд-во Старооскольского технологического института, 2021. – С. 517–522.

8. К вопросу выбора связующих компонентов для производства топливных брикетов / Э.Р. Муллина, О.А. Мишурина, В.А. Басков [и др.]. – Текст : непосредственный // *Актуальные проблемы современной науки, техники и образования.* – 2022. – Т. 13, № 1. – С. 85–87.

9. **Карамин, А.В.** Анализ возможности использования крахмала в качестве связующего материала для брикетов из отходов металлургического производства / А.В. Карамин, В.А. Скляр, Е.А. Черменев. – Текст : непосредственный // *Современные проблемы горно-металлургического комплекса. Наука и производство : материалы девятнадцатой Всероссийской научно-практической конференции с международным участием.* – Старый Оскол : Изд-во Старооскольского технологического института, 2023. – С. 23–28.

Сведения об авторах:

**Карпов Антон Владимирович**

кандидат технических наук,  
доцент кафедры металлургических технологий,  
Липецкий государственный технический университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.  
e-mail: kaf-mt@stu.lipetsk.ru

**Провоторова Ольга Альбертовна**

студент кафедры металлургических технологий,  
Липецкий государственный технический университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.

Information about the authors:

**Karpov Anton Vladimirovich**

Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor of the Department of Metallurgical Technologies,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

**Provotorova Olga Albertovna**

Student of the Department of Metallurgical Technologies,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

**Кондаков Сергей Сергеевич**

студент кафедры металлургических технологий,  
Липецкий государственный технический университет.

398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.

**Цымбал Татьяна Викторовна**

аспирант кафедры технологии машиностроения,  
Воронежский государственный технический университет.

394019, г. Воронеж,  
Пр. Труда, д. 72.

e-mail: [mt@stu.lipetsk.ru](mailto:mt@stu.lipetsk.ru)

**Kondakov Sergey Sergeevich**

Student of the Department of Metallurgical Technologies,

Lipetsk State Technical University.

398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.

**Tsymbal Tatiana Viktorovna**

Postgraduate Student of the Department of Mechanical Engineering Technology,

Voronezh State Technical University.

394019, Voronezh, Truda st., 72.

DOI 10.53015/23049235\_2023\_2\_77  
УДК 621.01

А.В. СУХАНОВ, А.В. СУХАНОВ

**ПОДБОР СЕЧЕНИЯ СТАЛЬНОГО СТУПЕНЧАТОГО ВАЛА С ЗАДАННОЙ  
МОЩНОСТЬЮ НА ШКИВАХ**

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В настоящей работе представлены теоретические сведения и практический пример расчета диаметра круглого сечения стального вала, испытывающего деформации при кручении. Модуль упругости при сдвиге, допускаемое значение касательных напряжений для материала вала и мощность на четырёх шкивах вала известна. Вал разбит на четыре участка, границы которых находятся в местах изменения крутящего момента. Подбор сечений вала на каждом участке осуществлялся по этапам: определены скручивающие моменты, подводимые к шкивам вала; построены эпюры крутящих моментов; определены диаметры ступенчатого вала на каждом участке из условия прочности при кручении; проведена проверка жесткости вала при кручении с учетом заданного допускаемого относительного угла закручивания; создан эскиз ступенчатого вала в масштабе; построена эпюра углов закручивания относительно левого шкива на валу. Рассмотренный алгоритм подбора сечения для круглого ступенчатого вала, работающего на кручение, позволяет сравнительно быстро оценить работоспособность вала с учетом заданной мощности на шкивах и механических характеристик материала. Представленный в статье алгоритм подбора сечения вала может использоваться на практике для расчета не только валов, но и для оценки работоспособности трубчатых сечений.

**Ключевые слова:** вал, кручение, напряженно-деформированное состояние, крутящий момент, угол закручивания вала.

A.V. SUKHANOV, A.V. SUKHANOV

**SELECTING THE CROSS-SECTION FOR A STEEL STEP SHAFT  
WITH A SET BELT POWER**

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** The paper presents theoretical information and a practical example of calculating the circular section diameter of a steel shaft undergoing torsion deformations. The modulus of shearing, the limit of shear stresses for the shaft material and the four belt power of the shaft are known. The shaft is divided into four sections the boundaries of which are where the torque changes. In each section, the shaft cross-sections were selected in stages: torsional moments supplied to the shaft pulleys were determined; torque diagrams were constructed; the diameters of the step shaft were determined in each section based on torsion strength; the torsional stiffness of the shaft was tested taking into account the set limit of the relative torque angle; a scaled sketch of the step shaft was drawn; a torque angles diagram relative to the left pulley on the shaft was built. The considered algorithm for selecting a section for a circular torsion step shaft makes it possible to relatively

quickly evaluate the shaft performance, taking into account the set belt power and the mechanical characteristics of the material. The algorithm for selecting the shaft cross-section presented in the article can be used both to calculate shafts and to assess the performance of tubular sections.

**Keywords:** shaft, torsion, stress-strain state, torque, shaft torque angle.

Для расчета валов на прочность при кручении используют современные средства автоматизации [1–5]. Часто для оценки работоспособности привода, машины или механизма необходимо быстро дать оценку приемлемости геометрических или физических характеристик детали, конструкции или многозвенного механизма [6–9]. В настоящей статье рассмотрим теоретические сведения и практический пример сравнительно быстрого расчета диаметра круглого сечения стального вала, испытывающего деформации при кручении.

Пусть даны следующие характеристики вала:  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа; допустимое касательное напряжение:  $[\tau] = 25$  МПа; длина каждого участка:  $a = 0,4$  м; угловая скорость:  $\omega = 50$  рад/с (рис. 1). Для данного стального вала требуется:

- 1) определить скручивающие моменты, подводимые к шкиву 0 и снимаемые со шкивов 1, 2 и 3, если мощность, передаваемая валами, следующая:  $P_0 = 60$  кВт,  $P_1 = 10$  кВт,  $P_2 = 20$  кВт,  $P_3 = 30$  кВт;
- 2) построить эпюры крутящих моментов;
- 3) определить диаметр ступенчатого вала на каждом участке из условия прочности (окончательные принимаемые значения должны быть округлены до ближайших стандартных из следующего ряда, мм: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 170, 125, 140, 160, 170, 180, 200);
- 4) проверить жесткость вала при кручении, если допустимый относительный угол закручивания  $\theta_{adm} = 0,8$  град/м;
- 5) начертить в масштабе эскиз ступенчатого вала;
- 6) построить эпюру углов закручивания относительно левого шкива на валу.

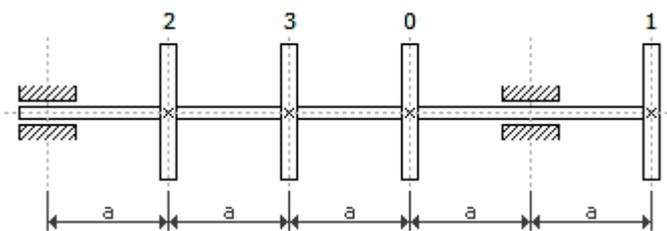


Рис. 1. Схема вала, работающего на кручение

Рассматривая кручение вала, легко установить, что под действием скручивающего момента любое сечение на расстоянии  $x$  от заделки поворачивается относительно закрепленного сечения на некоторый угол  $\varphi$  – угол закручивания (рис. 2). При этом чем больше скручивающий момент  $M_k$ , тем больше и угол закручивания. Выделим из закручиваемого вала диск радиуса  $r$  на расстоянии  $x$  от закрепленного конца, ограниченный двумя смежными сечениями  $m-m$  и  $n-n$ , находящимися друг от друга на расстоянии  $dx$  (рис. 2) и рассмотрим его отдельно. Если сечение  $m-m$ , лежащее на расстоянии  $x$  от заземленного конца вала,

повернулось относительно последнего на угол  $\varphi$ , то сечение  $n-n$ , находящееся на расстоянии  $x+dx$ , повернется относительно закрепленного конца на угол  $\varphi+d\varphi$ . Точки  $a$  и  $b$ , до деформации лежащие на одной образующей, после деформации расположатся на винтовой линии и займут новое положение  $a'$  и  $b'$ . Проведем от точки  $a$  прямую  $ab''$ , параллельную  $a'b'$  и соединим центр сечения  $n-n$  с точкой  $b''$ . Тогда угол  $bOb''$ , равный  $d\varphi$ , будет углом поворота сечения  $n-n$  относительно сечения  $m-m$ . У элемента  $ab''b'a'$  до поворота сечения  $n-n$  относительно сечения  $m-m$  верхняя и нижняя стороны были расположены горизонтально. После

поворота стороны наклонились и приняли положение  $ab''$  и  $a'b'$ . Следовательно, элемент претерпел абсолютный сдвиг, равный длине дуги<sup>^</sup>:

$$bb'' = r \cdot d\varphi.$$

Относительный сдвиг будет равен

$$\gamma = \frac{bb''}{dx} = \frac{r \cdot d\varphi}{dx}.$$

Отношение  $d\varphi/dx$  представляет относительный угол закручивания  $\theta$  (угол закручивания на единицу длины бруса). Тогда

$$\gamma = r \cdot \theta.$$

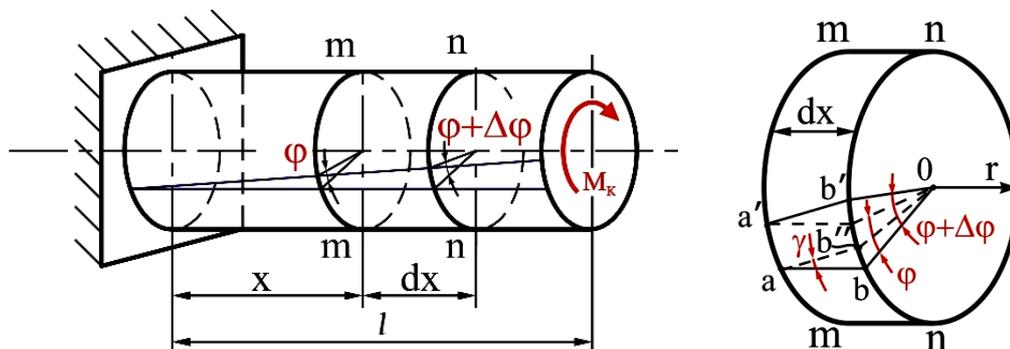


Рис. 2. Скорости точек  $A$  и  $B$  звена

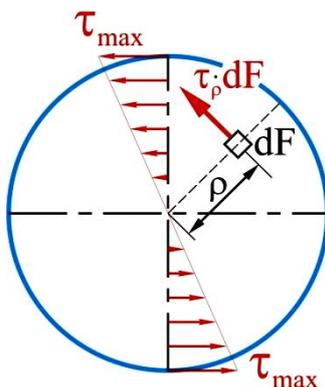


Рис. 3. Ускорения точек  $A$  и  $B$  звена

Из последней формулы видно, что относительный сдвиг пропорционален радиусу закручиваемого цилиндрического тела. На основании закона Гука для сдвига можно определить касательное напряжение для элементов, лежащих на поверхности вала:

$$\tau = G \cdot \theta \cdot r.$$

Учитывая предположение, что деформация элементов на поверхности вала подобна деформации элементов внутри вала, для произвольного элемента, находящегося на расстоянии  $\rho$  от центра поперечного сечения (рис. 3):

$$\tau_\rho = G \cdot \theta \cdot \rho.$$

Касательная элементарная сила на площадке  $dF$ , расположенной на расстоянии  $\rho$  от оси вала:

$$\tau_\rho \cdot dF = G \cdot \theta \cdot \rho \cdot dF.$$

Момент элементарной силы относительно оси бруса будет равен

$$dM_K = G \cdot \theta \cdot \rho^2 \cdot dF.$$

Сумма таких элементарных моментов, распределенных по всему поперечному сечению  $F$ , при равновесии, наступающем после деформации, должна быть равна крутящему моменту:

$$M_K = \int_F dM_K = \int_F G \cdot \theta \cdot \rho^2 \cdot dF = G \cdot \theta \cdot J_\rho.$$

Откуда относительный угол закручивания

$$\theta = \frac{M_K}{G \cdot J_\rho},$$

а касательное напряжение для элементов, лежащих на поверхности вала, определяется по формуле

$$\tau_{\rho} = G \cdot \rho \frac{M_{KP}}{G \cdot J_{\rho}} = \frac{M_{KP}}{J_{\rho}} \cdot \rho.$$

Это уравнение показывает, что напряжения в площадках сечения прямо пропорциональны их расстояниям до центра сечения. При расчете на прочность при кручении необходимо знать максимальные напряжения для сравнения их с допускаемыми напряжениями. Очевидно, что максимальные напряжения при кручении круглого вала будут иметь максимально удаленные от оси вала точки, то есть точки с полярной координатой, равной радиусу сечения вала  $r$ :

$$\tau_{\max} = \frac{M_{KP}}{J_{\rho}} \cdot r.$$

Отношение полярного момента инерции  $J_{\rho}$  к наибольшему радиусу сечения  $r$  называется полярным моментом сопротивления  $W_{\rho}$ :

$$W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{r}.$$

Тогда условие прочности при кручении будет иметь следующий вид

$$\tau_{\max} = \frac{M_{KP}}{W_{\rho}} \leq [\tau].$$

Для сплошного круглого сечения зависимости будут иметь вид

$$W_{\rho} = \frac{\pi \cdot d^3}{16}; \tau_{\max} = \frac{16 \cdot M_{KP}}{\pi \cdot d^3} \leq [\tau].$$

Помимо расчета на прочность валы рассчитывают и на жесткость, ограничивая относительный угол закручивания некоторой допускаемой величиной  $[\theta]$ :

$$\theta_{\max} = \frac{M_{KP}}{G \cdot J_{\rho}} \leq [\theta].$$

Вычислим крутящие моменты для вала, изображенного на рис. 1.

$$M_0 = \frac{P_0}{\omega} = \frac{60 \text{ кВт}}{50 \text{ с}^{-1}} = \frac{60 \text{ Н} \cdot \text{м/с}}{50 \text{ с}^{-1}} = 1,2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega} = \frac{10 \text{ кВт}}{50 \text{ с}^{-1}} = \frac{10 \text{ Н} \cdot \text{м/с}}{50 \text{ с}^{-1}} = 0,2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{20 \text{ кВт}}{50 \text{ с}^{-1}} = \frac{20 \text{ Н} \cdot \text{м/с}}{50 \text{ с}^{-1}} = 0,4 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{30 \text{ кВт}}{50 \text{ с}^{-1}} = \frac{30 \text{ Н} \cdot \text{м/с}}{50 \text{ с}^{-1}} = 0,6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим внутренние крутящие моменты с помощью метода сечений и построим эпюру крутящих моментов.

I участок ( $z$  меняется от 0 м до 0,4 м):

$$\sum(M_k) = 0; M_k^I = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

II участок ( $z$  меняется от 0,4 м до 0,8 м):

$$\sum(M_k) = 0; M_k^{II} = -M_2 = -0,4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

III участок ( $z$  меняется от 0,8 м до 1,2 м):

$$\sum(M_k) = 0; M_k^{III} = -M_2 - M_3 = -1 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

IV участок ( $z$  меняется от 1,2 м до 2 м):

$$\sum(M_k) = 0; M_k^{IV} = -M_2 - M_3 + M_0 = 0,2 \text{ кН} \cdot \text{м} \text{ (рис 4)}.$$

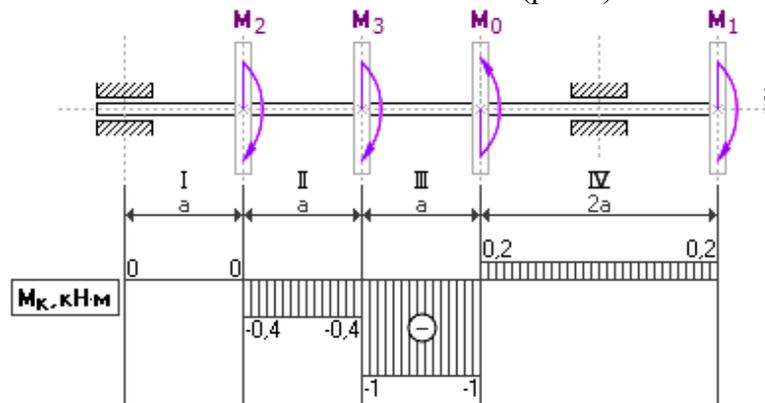


Рис. 4. Эпюра крутящих моментов

Определим диаметр ступенчатого вала на каждом участке из условия прочности.

$$\tau_{\max} = \frac{M}{W_{\rho}} \leq [\tau]; \quad W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16}.$$

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16M}{\pi[\tau]}};$$

$$D^I = D^{II} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,4 \text{ кН} \cdot \text{м}}{\pi \cdot 25 \text{ МПа}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,4 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{\pi \cdot 25 \text{ Н} / \text{мм}^2}} = 43,354 \text{ мм};$$

$$D^{III} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1 \text{ кН} \cdot \text{м}}{\pi \cdot 25 \text{ МПа}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{\pi \cdot 25 \text{ Н} / \text{мм}^2}} = 58,841 \text{ мм};$$

$$D^{IV} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,2 \text{ кН} \cdot \text{м}}{\pi \cdot 25 \text{ МПа}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,2 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{\pi \cdot 25 \text{ Н} / \text{мм}^2}} = 34,41 \text{ мм}.$$

Округляем значения диаметров до ближайших стандартных:  $D^I = D^{II} = 45 \text{ мм}$ ;  $D^{III} = 60 \text{ мм}$ ;  $D^{IV} = 35 \text{ мм}$ .

Проверим жесткость вала при кручении.

Рассчитаем относительные углы закручивания на каждом участке вала:

$$\theta^I = \frac{M_K^I}{GJ_{\rho}} = 0 \text{ рад/мм (0 град/м)};$$

$$\theta^{II} = \frac{M_K^{II}}{GJ_{\rho}} = \frac{32 \cdot (-0,4 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм})}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (45 \text{ мм})^4} = -0,00001242 \text{ рад/мм (-0,712 град/м)};$$

$$\theta^{III} = \frac{M_K^{III}}{GJ_{\rho}} = \frac{32 \cdot (-10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм})}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (60 \text{ мм})^4} = -0,000009824 \text{ рад/мм (-0,563 град/м)};$$

$$\theta^{IV} = \frac{M_K^{IV}}{GJ_{\rho}} = \frac{32 \cdot 0,2 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (35 \text{ мм})^4} = 0,00001697 \text{ рад/мм (0,972 град/м)}.$$

Условие жесткости вала при кручении не выполнено для участка IV. Следовательно, выбираем следующее значение диаметра вала на участке IV:  $D^{IV} = 40 \text{ мм}$ .

Условие жесткости вала при кручении в этом случае будет выполнено.

Начертим в масштабе эскиз ступенчатого вала (рис. 5).

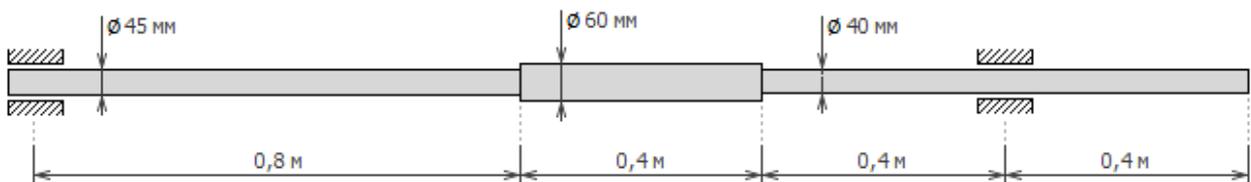


Рис. 5. Эскиз ступенчатого вала

Построим эпюру углов закручивания относительно левого шкива на валу (рис. 6).

$$\varphi_A = 0 \text{ рад};$$

$$\varphi_B = \varphi_A + \frac{M_K^{II} \cdot a}{GJ_{\rho}} = \varphi_A + \frac{32M_K^{II} \cdot a}{G\pi(D^{II})^4} = 0 + \frac{32 \cdot (-0,4 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}) \cdot 0,4 \cdot 10^3 \text{ мм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (45 \text{ мм})^4} = -0,0156074 \text{ рад};$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \frac{M_K^{III} \cdot a}{GJ_{\rho}} = \varphi_B + \frac{32M_K^{III} \cdot a}{G\pi(D^{III})^4} = -0,0156074 + \frac{32 \cdot (-10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}) \cdot 0,4 \cdot 10^3 \text{ мм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (60 \text{ мм})^4} = -0,0195372 \text{ рад};$$

$$\varphi_D = \varphi_C + \frac{M_K^{IV} \cdot 2a}{GJ_\rho} = \varphi_C + \frac{32M_K^{IV} \cdot 2a}{G\pi(D^{IV})^4} = -0,0195372 + \frac{32 \cdot 0,2 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} \cdot 0,8 \cdot 10^3 \text{ мм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (40 \text{ мм})^4} = -0,0115794$$

рад.

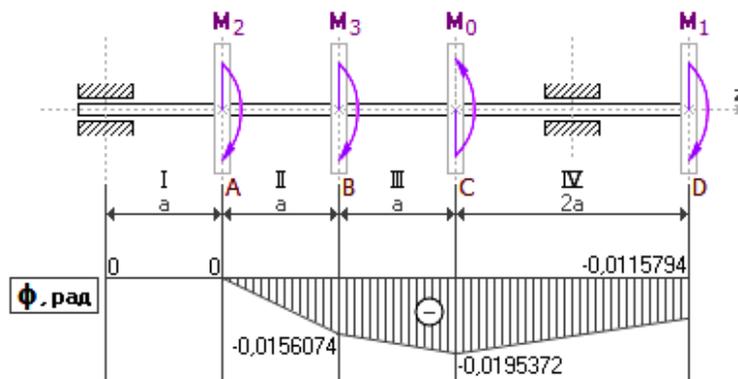


Рис. 6. Эпюра углов закручивания относительно левого шкива на валу

Рассмотренный алгоритм подбора сечения для круглого ступенчатого вала, работающего на кручение, позволяет сравнительно быстро оценить работоспособность вала с учётом заданной мощности на шкивах и механических характеристик материала.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Соловьева, А.А.** Подбор аналога материала: расчёт вала на кручение / А.А. Соловьева. – Текст : непосредственный // *Фундаментальные основы механики*. – 2018. – № 3. – С. 88–91.

2. **Манжиров, А.В.** Кручение растущего вала / А.В. Манжиров, М.Н. Михин, Е.В. Мурашкин. – Текст : непосредственный // *Вестник самарского государственного технического университета*. Серия: физико-математические науки. – 2017. – № 4. – С. 684–698.

3. **Manzhirov, A.V.** Advanced in the Theory of Surface Growth with Applications to Additive Manufacturing Technologies / A.V. Manzhirov. – Text : immediate // *Procedia Engineering*. – 2017. – Vol. 173. – С. 11–16.

4. **Manzhirov, A.V.** Mechanical design of viscoelastic parts fabricated using additive manufacturing technologies / A.V. Manzhirov. – Text : immediate // *Lecture Notes in Engineering and Computer*

Представленный алгоритм подбора сечения вала может использоваться на практике для расчета не только валов, но и для оптимизации свойств материала и оценки прочности труб, испытывающих эксплуатационные нагрузки при кручении [10–15].

*Science: Proceedings of The World Congress on Engineering*. – 2015. – Vol. 2. – С. 710–714.

5. **Бузина, О.П.** Анализ условий начала формирования очагов пластического течения в лемехе с использованием средств автоматизированного проектирования / О.П. Бузина, А.В. Суханов, Н.В. Моисеев. – Текст : непосредственный // *Вестник Липецкого государственного технического университета*. – 2019. – № 1 (39). – С. 34–40.

6. **Суханов, А.В.** Структурный и кинематический анализ плоского многозвенного механизма второго класса / А.В. Суханов, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // *Вестник Липецкого государственного технического университета*. – 2022. – № 1 (47). – С. 77–87.

7. **Суханов, А.В.** Определение ускорений точек шатуна плоского многозвенного механизма / А.В. Суханов, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // *Вестник Липецкого государственного*

технического университета. – 2022. – № 2 (48). – С. 62–68.

8. **Суханов, А.В.** Структурный и кинематический анализ плоского восьмизвенного механизма / А.В. Суханов, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2022. – № 2 (48). – С. 68–76.

9. **Суханов, А.В.** Построение планов скоростей и ускорений кривошипно-ползунного механизма при разных положениях входного звена / А.В. Суханов, Л.С. Абдуллах. – Текст : электронный // Инженерные технологии: химия, биология, медицина и информационные технологии в промышленности : сборник научных статей по итогам международной научной конференции. – Волгоград : Научно-производственное предприятие «Медпромдеталь», 2020. – С. 59–61.

10. **Корнеев, А.М.** Исследование механизма вертикальной подачи плоскошлифовального станка ЗЛ722 / А.М. Корнеев, А.М. Сметанникова, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. – № 1 (42). – С. 32–37.

11. Повышение эффективности использования сложных систем и механизмов в авиационном машиностроении / А.М. Корнеев, А.А. Струков, А.В. Суханов, Т.Г. Пыльнева. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. – № 1 (42). – С. 42–48.

12. **Корнеев, А.М.** Расчёт срока службы шарико-винтовых передач в плоскошлифовальных станках / А.М. Корнеев, О.П. Бузина, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2019. – № 3 (41). – С. 44–50.

13. Интеллектуальная поддержка принятия решений в системе управления процессом формирования оптимального химического состава отливок из чугуна / А.М. Корнеев, О.П. Бузина, А.В. Суханов, И.Г. Галай. – Текст : непосредственный // Современные наукоёмкие технологии. – 2018. – № 7. – С. 37–42.

14. **Корнеев, А.М.** Структура системы принятия решений по управлению процессом формирования химического состава отливок из чугуна / А.М. Корнеев, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. – 2018. – № 6. – С. 73–77.

15. **Корнеев, А.М.** Системный подход к формированию структуры и химического состава сплавов чугуна с заданными прочностными характеристиками / А.М. Корнеев, О.П. Бузина, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2018. – № 1 (35). – С. 45–50.

Сведения об авторах:  
**Суханов Андрей Владимирович**  
старший преподаватель  
кафедры общей механики,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.  
**Суханов Антон Владимирович**  
студент кафедры технологии  
машиностроения,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.

Information about the authors:  
**Sukhanov Andrey Vladimirovich**  
Senior Lecturer of the Department of General  
Mechanics,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Russia, Lipetsk, Moskovskaya st.,  
30.

**Sukhanov Anton Vladimirovich**  
Student Department of Mechanical  
Engineering Technolog,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Russia, Lipetsk, Moskovskaya st.,  
30.

DOI 10.53015/23049235\_2023\_2\_84  
УДК 62-932.4

Д.А. ИВАНЫЧЕВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОГО РАВНОВЕСИЯ АНИЗОТРОПНОГО ПРОТЯЖЕННОГО ЦИЛИНДРА

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В работе представлена математическая модель построения напряженно-деформированного состояния анизотропного цилиндра конечной длины. Цилиндр находится в равновесии под действием сил, приложенных на его боковой и торцовых поверхностях. Материал цилиндра обладает прямолинейной анизотропией общего вида. Модель строится на основе метода граничных состояний. Формируются базисы пространств внутренних и граничных состояний и проводится их ортонормирование. После чего искомое состояние раскладывается в ряд по элементам ортонормированного базиса, т.е. в ряд Фурье. Задача состоит в вычислении коэффициентов построенных рядов.

Приведено решение краевой задачи теории упругости для цилиндра нетривиальной формы из гипотетического анизотропного материала. Приведена графическая визуализация результата решения.

**Ключевые слова:** задача Сен-Венана, цилиндрическое тело, пространственная задача, метод граничных состояний.

D.A. IVANYCHEV

## STUDY OF AN ANISOTROPIC EXTENDED CYLINDER ELASTIC EQUILIBRIUM

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** The paper presents a mathematical model for constructing the stress-strain state of an anisotropic cylinder of finite length. The cylinder is in equilibrium under the action of forces applied to its side and end surfaces. The cylinder material has a rectilinear general anisotropy. The model is built on the basis of the boundary state method. The bases of the spaces of internal and boundary states are formed, and their orthonormalization is performed. After that, the desired state



4) в случае основных задач теории упругости матрица коэффициентов представляет собой единичную матрицу, и решение сводится к рутинному вычислению квадратур;

5) граничные условия содержатся в результирующем граничном состоянии, вследствие чего в явном виде можно провести верификацию решения;

6) решение имеет аналитическую форму, что позволяет легко проводить анализ.

Основу метода граничных состояний составляют понятия пространств внутренних  $\Xi$  и граничных  $\Gamma$  состояний:

$$\Xi = \{\xi_k\}_N; \Gamma = \{\gamma_k\}_N,$$

где  $\xi_k$ ,  $\gamma_k$  – базисные элементы этих пространств,  $k=1,2,\dots,N$ ;  $N$  – число базисных элементов.

Каждый элемент  $\xi_k$  в пространстве внутренних состояний  $\Xi$  представляет собой допустимое внутреннее состояние:

$$\xi_k = \{\mathbf{u}^k, \hat{\varepsilon}^k, \hat{\sigma}^k\}$$

(в правой части выражения индекс  $k$  помещен наверх).

Каждый элемент  $\gamma_k$  в пространстве граничных  $\Gamma$  представляет собой допустимое граничное состояние, которое соответствует элементу  $\xi_k$ :

$$\mathbf{u} = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \mathbf{u}^k; \hat{\varepsilon} = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \hat{\varepsilon}^k; \hat{\sigma} = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \hat{\sigma}^k; \mathbf{u}_s = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \mathbf{u}_s^k; \mathbf{p} = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \mathbf{p}^k.$$

В случае первой основной задачи, в которой заданы усилия на границе тела, коэффициенты Фурье  $c_k$  определяются из выражения

$$c_k = \int_S \mathbf{p}_v \mathbf{u}_s^k dS,$$

где  $\mathbf{u}_s^k$  – вектор перемещения в  $k$ -ом базисном элементе базиса граничных состояний.

$$\gamma_k = \{\mathbf{u}_s^k, \mathbf{p}^k\},$$

где  $\mathbf{u}_s^k = \{u_s^k, v_s^k, w_s^k\}$  – вектор перемещения точек границы;  $\mathbf{p}^k = \{p_r^k, p_\theta^k, p_z^k\}$  – вектор усилия на границе.

Скалярное произведение в пространстве  $\Xi$  определяется через внутреннюю энергию упругого деформирования (например, для 1-го и 2-го состояний):

$$(\xi_1, \xi_2) = \int_V \hat{\varepsilon}^1 \hat{\sigma}^2 dV,$$

где  $V$  – область тела.

Скалярное произведение в пространстве  $\Gamma$  можно определить через работу поверхностных сил на перемещениях точек границы:

$$(\gamma_1, \gamma_2) = \int_S \mathbf{p}^1 \mathbf{u}_s^2 dS,$$

где  $S$  – поверхность тела.

После построения базиса внутренних состояний и его ортонормирования [2] проблема сводится к разрешающей системе уравнений относительно коэффициентов Фурье, разложения искомого внутреннего  $\xi = \{\mathbf{u}, \hat{\varepsilon}, \hat{\sigma}\}$  и граничного  $\gamma = \{\mathbf{u}_s, \mathbf{p}\}$  состояний в ряд по элементам ортонормированного базиса:

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Основная система уравнений равновесия для рассматриваемого упругого тела имеет следующий вид.

Уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$



$$\begin{aligned}\tau_{yz} &= -2\operatorname{Re}[\lambda_1\Phi_1'(z_1) + \lambda_2\Phi_2'(z_2) + \Phi_3'(z_3)] - \frac{\partial\psi_0}{\partial x}; \\ \tau_{xz} &= 2\operatorname{Re}[\mu_1\lambda_1\Phi_1'(z_1) + \mu_2\lambda_2\Phi_2'(z_2) + \mu_3\Phi_3'(z_3)] + \frac{\partial\psi_0}{\partial y}; \\ \tau_{xy} &= 2\operatorname{Re}[\mu_1\lambda_1\Phi_1'(z_1) + \mu_2\lambda_2\Phi_2'(z_2) + \mu_3\Phi_3'(z_3)] + \frac{\partial\psi_0}{\partial y}; \\ \sigma_z &= \frac{1}{a_{33}}(Ax + By + C) - \\ &\quad - \frac{1}{a_{33}}(a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{34}\tau_{yz} + a_{35}\tau_{xz} + a_{36}\tau_{xy}).\end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned}p_k &= \beta_{11}\mu_k^2 + \beta_{12} - \beta_{16}\mu_k + \lambda_k(\beta_{15}\mu_k - \beta_{14}); & p_3 &= \lambda_3(\beta_{11}\mu_3^2 + \beta_{12} - \beta_{16}\mu_3) + \beta_{15}\mu_3 - \beta_{14}; \\ q_k &= \beta_{12}\mu_k - \beta_{26} + \frac{\beta_{22}}{\mu_k} + \lambda_k\left(\beta_{25}\mu_k - \frac{\beta_{24}}{\mu_k}\right); & q_3 &= \lambda_3\left(\beta_{12}\mu_3 + \frac{\beta_{22}}{\mu_3} - \beta_{26}\right) + \beta_{25} - \frac{\beta_{24}}{\mu_3}; \\ r_k &= \beta_{14}\mu_k - \beta_{46} + \frac{\beta_{24}}{\mu_k} + \lambda_k\left(\beta_{45}\mu_k - \frac{\beta_{44}}{\mu_k}\right); & r_3 &= \lambda_3\left(\beta_{14}\mu_3 + \frac{\beta_{24}}{\mu_3} - \beta_{46}\right) + \beta_{45} - \frac{\beta_{44}}{\mu_3};\end{aligned}$$

( $k=1, 2$ );

$\beta_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3}a_{j3}}{a_{33}}$  ( $i, j=1, 2, 4, 5, 6$ ) – приведенные коэффициенты деформации,  $\psi_0$  – частное решение неоднородной системы дифференциальных уравнений,  $U_0, V_0, W_0$  – частные решения дифференциальных уравнений [3], соответствующие  $\psi_0$ ;

$$\psi_0 = \frac{-2\mathcal{G} + (Aa_{34} - Ba_{35})(\beta_{55}x^2 + 2\beta_{45}xy + \beta_{44}y^2)}{4a_{33}(\beta_{44}\beta_{55} - \beta_{45}^2)}.$$

Постоянные  $A, B, C, \mathcal{G}$  определяются из условий равновесия на торцах:

$$\begin{aligned}CS - \iint (a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{36}\tau_{xy}) dx dy &= P_z a_{33}; \\ BI_1 - \iint (a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{36}\tau_{xy} + a_{35}\tau_{xz}) y dx dy &= M_1 a_{33}; \\ AI_2 - \iint (a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{36}\tau_{xy} + a_{34}\tau_{yz}) x dx dy &= M_2 a_{33}; \\ \iint (x\tau_{yz} - y\tau_{xz}) dx dy &= M_t,\end{aligned}$$

здесь  $I_1, I_2$  – главные моменты инерции поперечного сечения (относительно осей  $x$  и  $y$ );  $z_1, z_2, z_3$  – обобщенные комплексные переменные:  $z_1 = x + \mu_1 y$ ,  $z_2 = x + \mu_2 y$ ,  $z_3 = x + \mu_3 y$ ;  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  – различные комплексные корни характеристического уравнения [3];

$$\begin{aligned}\Phi_1(z_1) &= \frac{dF_1}{dz_1}; & \Phi_2(z_2) &= \frac{dF_2}{dz_2}; & \Phi_3(z_3) &= \frac{dF_3}{dz_3}; \\ \Phi_1'(z_1) &= \frac{d\Phi_1}{dz_1}; & \Phi_2'(z_2) &= \frac{d\Phi_2}{dz_2}; & \Phi_3'(z_3) &= \frac{d\Phi_3}{dz_3}; \\ F &= 2\operatorname{Re}[F_1(z_1) + F_2(z_2) + F_3(z_3)]; \\ \psi &= 2\operatorname{Re}\left[\lambda_1 F_1'(z_1) + \lambda_2 F_2'(z_2) + \frac{1}{\lambda_3} F_3'(z_3)\right];\end{aligned}$$

где  $F$  и  $\psi$  – функции напряжений.

Три комплексные переменные  $z_1, z_2, z_3$  сопряжены аффинными преобразованиями

в пренебрежении жестким поворотом сечения.

### БАЗИС ВНУТРЕННИХ СОСТОЯНИЙ

Главной особенностью метода граничных состояний является выбор способа конструирования счетного базиса внутренних состояний. Для формирования базиса используются общие или частные решения задач теории упругости, также

$$\begin{pmatrix} \Phi_1(z_1) \\ \Phi_2(z_2) \\ \Phi_3(z_3) \end{pmatrix} \in \left\{ \begin{pmatrix} z_1^k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ z_2^k \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_3^k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} iz_1^k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ iz_2^k \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ iz_3^k \end{pmatrix}, \dots; k = 1, 2, 3, \dots \right. \quad (6)$$

Придавая трем аналитическим функциям последовательно значения (6), вычисляются все компоненты упругого состояния, формируя тем самым базис  $\Xi$ .

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу кручения анизотропного стержня, поперечное сечение которого в форме двутавра (рис. 2). Предполагается самый общий случай

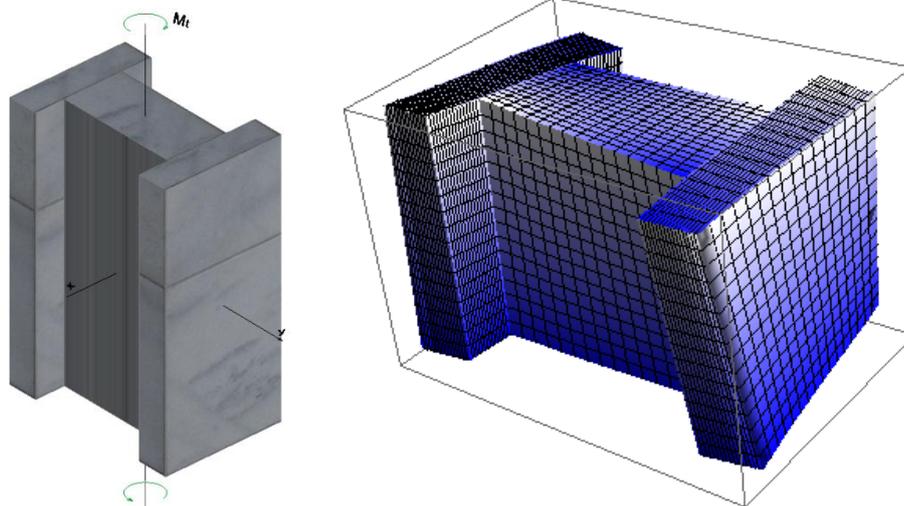


Рис. 2. Граничные условия и контур деформированного тела

Задача решена приближенно; использовались 240 элементов ортонормированного базиса. Полученные характеристики упругого поля строго удовлетворяют соотношениям (1) – (4). На рис. 2 справа представлен контур тела в деформированном состоянии.

допустимо использовать фундаментальное решение для среды.

Базисные элементы пространства внутренних состояний можно конструировать, генерируя возможные варианты для трех потенциалов Лехницкого (5). Для ограниченного односвязного сечения можно использовать фундаментальную систему многочленов Вейерштрасса:

анизотропии, когда число технических констант материала равно 21.

На торцах задавались усилия

$$\begin{cases} p_x = -y; p_y = x; p_z = 0; z = -2; \\ p_x = y; p_y = -x; p_z = 0; z = 2. \end{cases}$$

На боковой поверхности усилия отсутствуют.

Сложность задачи заключается во временных затратах на процесс ортонормирования базиса внутренних состояний и на вычисление коэффициентов Фурье, значения которых в графическом виде приведены на рис. 3.

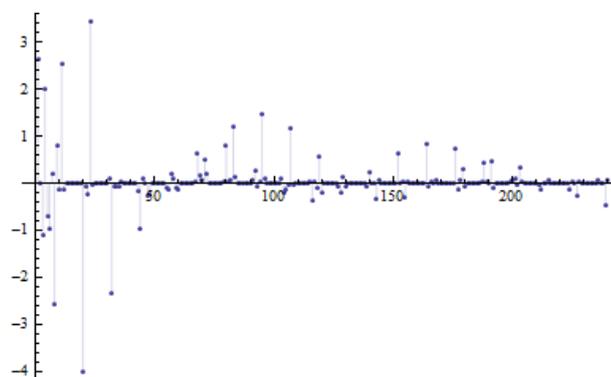


Рис. 3. Значения коэффициентов Фурье

На рис. 4 представлен график насыщения суммы Бесселя  $\sum_1^{240} c_j^2$ , которая

является косвенным признаком сходимости решения.

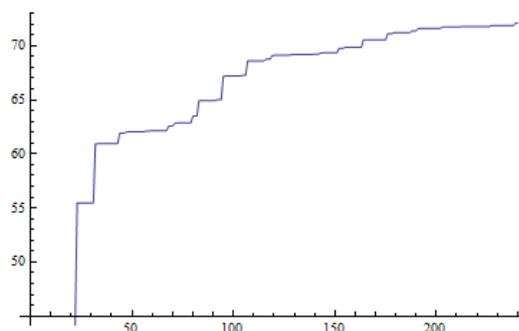


Рис. 4. Сумма Бесселя

Интегральное значение заданного крутящего момента – 74.667, полученного в результате решения – 74.693.

В работе [5] по схожей теории была решена задача изгиба с кручением для полого цилиндрического тела.

#### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Метод граничных состояний успешно реализован в части решения задачи кручения анизотропных цилиндрических тел; решение сводится к рутинному вычислению определенных интегралов. Построено конкретное решение задачи кручения для тела сложного контура. При решении данных задач требуется достаточно «длинный» базис.

Следует отметить, что сингулярность геометрии тела не сказывается на сходимости решения задач кручения, изгиба и растяжения стержней. Однако, если на боковой поверхности будут заданы усилия, то сингулярные точки в геометрии поперечного сечения цилиндрического тела будут оказывать сильное негативное влияние на сходимость рядов вблизи этих точек.

Полученное решение имеет аналитический вид, что позволяет легко проводить анализ полученных характеристик напряженно-деформированного состояния деталей, применяемых в машиностроении.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Пеньков, В.Б.** Метод граничных состояний для решения задач линейной механики / В.Б. Пеньков, В.В. Пеньков. – Текст : непосредственный // Дальневосточный математический журнал. – 2001. – Т.2, № 2. – С. 115–137.
2. **Саталкина, Л.В.** Нарастивание базиса пространства состояний при жестких ограничениях к энергоёмкости вычислений / Л.В. Саталкина. – Текст : непосредственный // Сборник тезисов докладов научной конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета. – Липецк :

ЛГТУ, 2007. – С. 130–131.

3. **Лехницкий, С.Г.** Теория упругости анизотропного тела. – 2-е изд. – С.Г. Лехницкий. – Москва : Наука, 1977. – 600 с. – Текст : непосредственный.
4. **Лехницкий, С.Г.** Анизотропные пластинки / С.Г. Лехницкий. – Москва : ГИТТЛ, 1957. – 463 с. – Текст : непосредственный.
5. **Иванычев, Д.А.** Решение обобщенной задачи Сен-Венана для полых анизотропных стержней / Д.А. Иванычев. – Текст : непосредственный // Наука и бизнес: пути развития. – 2014. – № 5 (35). – С. 66–69.

Сведения об авторах:

**Иванычев Дмитрий Алексеевич**  
кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры общей механики,  
Липецкий государственный технический  
университет.  
398055, Россия, г. Липецк,  
ул. Московская, д. 30.  
om@stu.lipetsk.ru

Information about the authors:

**Ivanychev Dmitry Alekseevich**  
Candidate of Physical and Mathematical  
Sciences,  
Associate Professor,  
Lipetsk State Technical University.  
398055, Lipetsk, Moskovskaya st., 30.  
om@stu.lipetsk.ru

DOI 10.53015/23049235\_2023\_2\_91

УДК 621.01

А.В. СУХАНОВ, А.В. СУХАНОВ

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОГО БРУСА

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В настоящей работе представлены теоретические сведения и практический пример расчёта диаметра круглого сечения статически неопределимого вала из стали, испытывающего деформации при кручении. Модуль упругости при сдвиге, допустимое значение касательных напряжений для материала вала и величины закручивающих моментов на валу заданы. Вал разбит на три участка, границы которых находятся в местах изменения крутящего момента и диаметра сечения. Подбор сечений вала на каждом участке осуществлялся по этапам: определены скручивающие моменты в жёстких заделках; построены эпюры крутящих моментов; определены диаметры ступенчатого вала на каждом участке из условия прочности при кручении; построена эпюра относительных углов закручивания; построена эпюра углов закручивания относительно левого шкива на валу.

Рассмотренный алгоритм подбора сечения для круглого ступенчатого вала, работающего на кручение, позволяет сравнительно быстро оценить работоспособность вала с учётом заданных значений закручивающих моментов и механических характеристик материала. Представленный в статье алгоритм подбора сечения вала может использоваться на практике для расчёта не только валов, но и для оценки работоспособности трубчатых сечений.

**Ключевые слова:** вал, кручение, напряженно-деформированное состояние, крутящий момент, угол закручивания вала.

A.V. SUKHANOV, A.V. SUKHANOV

## DETERMINING DEFORMATIONS AND STRESSES FOR A STATICALLY INDETERMINATE BEAM UNDER TORSION

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** The paper presents theoretical information and a practical example of calculating the circular cross-section diameter of a statically indeterminate steel shaft undergoing torsion deformations. The modulus of shearing, the limit of shear stresses for the shaft material and the torsion torques values on the shaft are specified. The shaft is divided into three sections the boundaries of which are where the cross-section torque and diameter change. In each section, the shaft cross-sections were selected in stages: torsional moments in rigid embeddings were determined; torque diagrams were constructed; the diameters of the step shaft were determined in each section based on torsion strength; a relative torque angles diagram was constructed; a torque angles diagram relative to the left pulley on the shaft was constructed. The considered algorithm for selecting a section for a circular torsion step shaft makes it possible to relatively quickly evaluate the shaft performance, taking into account the set values of the torsional moments and the mechanical characteristics of the material. The algorithm for selecting the shaft cross-section presented in the article can be used both to calculate shafts and to assess the performance of tubular sections.

**Keywords:** shaft, torsion, stress-strain state, torque, shaft torque angle.

Известно, что для точного вычисления напряжений в валах круглого сечения и подбора сечений валов в настоящее время используют современные средства автоматизации [1–4]. Однако на практике часто для оценки работоспособности привода, машины или механизма необходимо быстро дать оценку приемлемости геометрических или физических характеристик детали, конструкции или многозвенного механизма [5–9]. В настоящей статье рассмотрим теоретические сведения и практический пример сравнительно быстрого расчёта диаметра статически неопределимого вала, испытывающего деформации при кручении.

Пусть даны следующие характеристики материала вала:

$G = 8 \cdot 10^4$  МПа, допускаемое касательное напряжение:  $\tau_T = 144$  МПа, коэффициент запаса прочности:  $K_m = 1,6$ . Длины участков:  $n = m = 0,2$  м,  $L = 1,6$  м. Закручивающий момент  $M = 2,5$  кН·м (рис. 1). Для данного стального вала требуется:

- 1) построить эпюру крутящих моментов;
- 2) из условия прочности определить диаметр ступенчатого вала на каждом участке;
- 3) построить эпюру максимальных касательных напряжений;
- 4) построить эпюру относительных углов закручивания;
- 5) построить эпюру углов закручивания относительно левого шкива на валу.

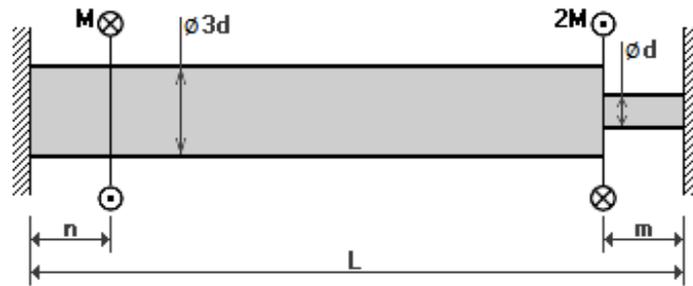


Рис. 1. Схема статически неопределимого вала, работающего на кручение

Рассмотрим вал круглого сечения, закручиваемый моментом  $M_x$ . Выделим из вала двумя бесконечно близкими поперечными сечениями элементарный цилиндр длиной  $dx$  (рис. 2, а). Из него двумя цилиндрическими поверхностями радиусами  $\rho$  и  $\rho+d\rho$  вырежем элементарное кольцо (рис. 2, б) и рассмотрим его деформацию. Правое торцевое сечение кольца повернется относительно левого на угол  $d\varphi$ . Образующая цилиндра АВ поворачивается при этом на угол  $\gamma$  и занимает положение АВ'. Отрезок ВВ' равен, с одной стороны,

$(\rho+d\rho)d\varphi \approx \rho d\varphi$  (как длина дуги), с другой –  $\gamma dx$ . Прямоугольник АВDC превратится в параллелограмм АВ'D'C. Угол  $\gamma$  представляет собой угол сдвига части плоскости, связанной с дугой ВD относительно части плоскости, связанной с дугой АС (рис. 2, в). Величина  $d\varphi/d\rho$  обозначается  $\theta$ ,

$$\frac{d\varphi}{dx} = \theta,$$

и называется относительным углом закручивания.

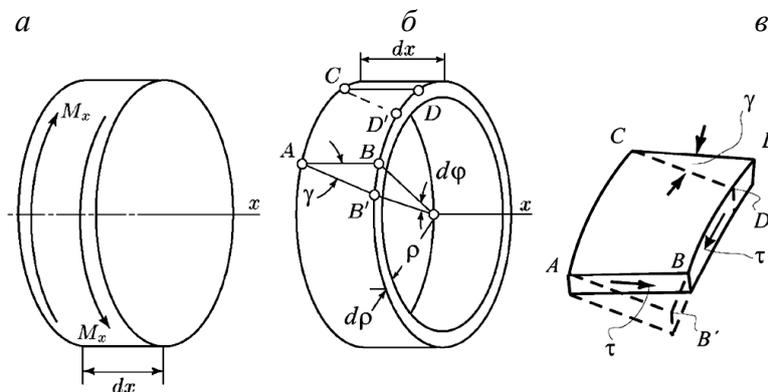


Рис. 2. Относительный угол закручивания вала

Учитывая закон Гука для чистого сдвига и равенство  $\rho d\varphi = \gamma dx$ , получим  $\tau = G\gamma = G\rho\theta$ .

Полные напряжения возникают в продольных плоскостях, проходящих через ось вала (рис. 2, в). Крутящий момент  $M_x$  создается элементарными силами  $\tau dF$  (рис. 3):

$$M_x = \int_F \tau \rho dF = G\theta \int_F \rho^2 dF.$$

Интеграл

$$\int_F \rho^2 dF$$

носит название полярного момента инерции сечения ( $J_\rho$ ). Для круглого сечения полярный момент инерции

$$J_\rho = \frac{\pi D^4}{32}.$$

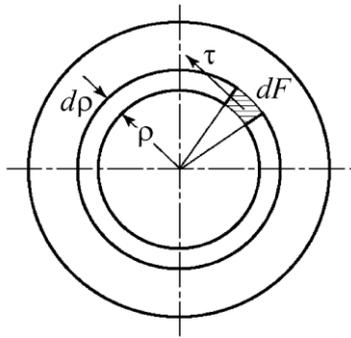


Рис. 3. Напряжение в сечении вала

Из выражения  $M_x = GJ_\rho\theta$ , определим относительный угол закручивания вала:

$$\theta = \frac{M_x}{GJ_\rho}$$

Произведение  $GJ_\rho$  называется жёсткостью круглого сечения вала при кручении. Угол закручивания сечения вала определяется по формуле

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_x}{GJ_\rho} dx,$$

где  $l$  – расстояние между сечениями, для которых определяется взаимный угол поворота  $\varphi$ . Если  $M_x$  по длине вала не изменяется и жёсткость постоянна, то угол закручивания:

$$\varphi = \frac{M_x l}{GJ_\rho}$$

Помимо приведённых формул в расчётах вала, работающего на кручение, используются также зависимости для касательного напряжения от крутящего момента.

Касательные напряжения в сечении круглого вала на расстоянии  $\rho$  от центра сечения определяются по формуле

$$\tau = \frac{M_x}{J_\rho} \rho.$$

Касательные напряжения распределены в поперечном сечении вала по линейному закону и имеют максимальное значение в точках, наиболее удалённых от оси вала:

$$\tau_{\max} = \frac{M_x}{J_\rho} \rho_{\max}.$$

Отношение полярного момента инерции к радиусу сечения называется

полярным моментом сопротивления ( $W_\rho$ ). Для круглого сечения полярный момент сопротивления

$$W_\rho = \frac{\pi D^3}{16}.$$

Определим внутренние крутящие моменты с помощью метода сечений и построим эпюру крутящих моментов. Обозначим сечения вала, в которых происходит изменение значения диаметра или крутящего момента  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . В опорах  $A$  и  $D$  под действием приложенной нагрузки возникают реактивные моменты  $M_A$  и  $M_D$  (рис. 4, а).

Система статически неопределима. Выберем эквивалентную начальной статически определимую систему. Для этого связь, налагаемую заделкой  $A$ , препятствующую повороту сечения  $A$ , отбрасываем и заменяем моментом  $M_A$ , приложенным по предполагаемому направлению его действия (рис. 4, б).

Используя принцип независимости действия силовых факторов, представим угол поворота сечения  $A$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varphi_A(M_A, M, 2M) &= \\ &= \varphi_A(M_A) + \varphi_A(M) + \varphi_A(2M). \end{aligned}$$

Каждое из трёх слагаемых представляет поворот сечения  $A$  под действием соответствующего крутящего момента. Сечение  $A$  неподвижно, следовательно,

$$\varphi_A(M_A) + \varphi_A(M) + \varphi_A(2M) = 0.$$

Поворот сечения  $A$  под действием момента  $M_A$ :

$$\varphi_A(M_A) = \frac{M_A \cdot (L-m)}{GJ_\rho^{AC}} + \frac{M_A m}{GJ_\rho^{CD}}.$$

Поворот сечения  $B$  под действием момента  $M$ :

$$\varphi_A(M) = \frac{M \cdot (L-m-n)}{GJ_\rho^{BC}} + \frac{Mm}{GJ_\rho^{CD}}.$$

Поворот сечения  $C$  под действием момента  $2M$ :

$$\varphi_A(2M) = \frac{2Mm}{GJ_\rho^{CD}}.$$

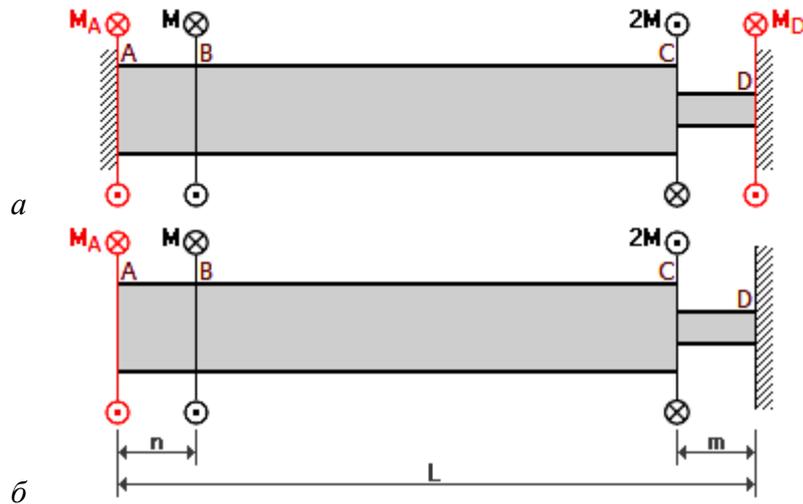


Рис. 4. Крутящие моменты в сечениях вала

Получаем:

$$\frac{M_A \cdot (L-m)}{GJ_\rho^{AC}} + \frac{M_A m}{GJ_\rho^{CD}} + \frac{M \cdot (L-m-n)}{GJ_\rho^{BC}} + \frac{Mm}{GJ_\rho^{CD}} - \frac{2Mm}{GJ_\rho^{CD}} = 0.$$

Полярные моменты инерции круглого сечения определяются по формулам:

$$J_\rho^{BC} = J_\rho^{AC} = \frac{81\pi d^4}{32}; \quad J_\rho^{CD} = \frac{\pi d^4}{32}.$$

Следовательно:

$$\begin{aligned} M_A \cdot (L-m) + 81M_A m + M \cdot (L-m-n) - 81M \cdot m &= 0; \\ M_A \cdot (L+80m) &= M \cdot (82m+n-L); \\ M_A &= \frac{M \cdot (82m+n-L)}{L+80m} = \frac{2,5 \text{ кНм} \cdot (82 \cdot 0,2 \text{ м} + 0,2 \text{ м} - 1,6 \text{ м})}{1,6 \text{ м} + 80 \cdot 0,2 \text{ м}} = 2,13 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

Построим эпюру крутящих моментов:

$$\text{Участок } AB: M_x^{AB} = M_A = 2,13 \text{ кНм}.$$

$$\text{Участок } BC: M_x^{BC} = M_A + M = 4,63 \text{ кНм}.$$

$$\text{Участок } CD: M_x^{CD} = M_A + M - 2M = -0,37 \text{ кНм} \text{ (рис. 5).}$$

Подберем значения диаметров круглого сечения вала. Вычислим допустимое значение касательных напряжений в сечении круглого вала:

$$[\tau] = \frac{\tau_T}{K_T} = \frac{144 \text{ МПа}}{1,6} = 90 \text{ МПа}.$$

Максимальные касательные напряжения в сечениях вала:

$$\begin{aligned} \tau_{\max}^{AB} &= \frac{M_x^{AB}}{M_\rho^{AB}} = \frac{16M_x^{AB}}{27\pi d^3} = \frac{16 \cdot 2,13 \text{ кНм}}{27\pi d^3} = \frac{0,4018 \text{ кНм}}{d^3}; \\ \tau_{\max}^{BC} &= \frac{M_x^{BC}}{M_\rho^{BC}} = \frac{16M_x^{BC}}{27\pi d^3} = \frac{16 \cdot 4,63 \text{ кНм}}{27\pi d^3} = \frac{0,8733 \text{ кНм}}{d^3}; \\ \tau_{\max}^{CD} &= \frac{M_x^{CD}}{M_\rho^{CD}} = \frac{16M_x^{CD}}{\pi d^3} = -\frac{16 \cdot 0,37 \text{ кНм}}{\pi d^3} = -\frac{1,8844 \text{ кНм}}{d^3}. \end{aligned}$$

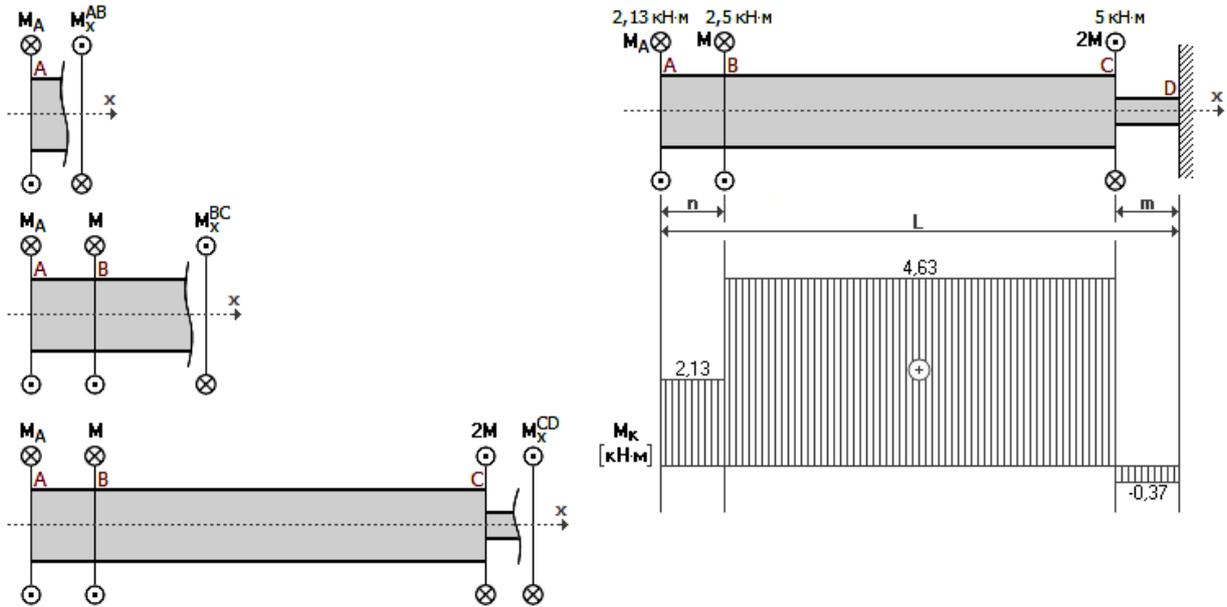


Рис. 5. Эпюра крутящих моментов вала

$$|\tau_{\max}^{CD}| > |\tau_{\max}^{BC}| > |\tau_{\max}^{AC}|$$

Наиболее опасным является участок  $CD$  вала, поскольку на этом участке максимальное абсолютное значение касательных напряжений. Следовательно, подбирать значение диаметра  $d$  будем на этом участке вала.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{1,8844 \text{ кНм}}{[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1,8844 \text{ кНм}}{90 \text{ МПа}}} = 27,562 \text{ мм}.$$

Принимаем  $d = 28$  мм.

Построим эпюру максимальных касательных напряжений (рис. 6).

$$|\tau_{\max}^{CD}| = \frac{1,8844 \text{ кНм}}{d^3} \leq [\tau];$$

$$\text{Участок } AB: \theta_x^{AB} = \frac{M_x^{AB}}{GJ_\rho^{AB}} = \frac{32M_x^{AB}}{G\pi(3d)^4} = \frac{32 \cdot 2,13 \cdot 10^6 \text{ Нмм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (84 \text{ мм})^4} = 5,45 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}.$$

$$\text{Участок } BC: \theta_x^{BC} = \frac{M_x^{BC}}{GJ_\rho^{BC}} = \frac{32M_x^{BC}}{G\pi(3d)^4} = \frac{32 \cdot 4,63 \cdot 10^6 \text{ Нмм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (84 \text{ мм})^4} = 11,84 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}.$$

$$\text{Участок } CD: \theta_x^{CD} = \frac{M_x^{CD}}{GJ_\rho^{CD}} = \frac{32M_x^{CD}}{G\pi d^4} = -\frac{32 \cdot 0,37 \cdot 10^6 \text{ Нмм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (28 \text{ мм})^4} = -76,64 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}.$$

Построим эпюру углов закручивания (рис. 6).

$$\varphi_x^A = 0 \text{ рад};$$

$$\varphi_x^B = \varphi_x^A + \frac{M_x^{AB} n}{GJ_\rho^{AB}} = 0 + \frac{32M_x^{AB} n}{G\pi(3d)^4} = \frac{32 \cdot 2,13 \cdot 10^6 \text{ Нмм} \cdot 200 \text{ мм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (84 \text{ мм})^4} = 1,09 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\begin{aligned} \varphi_x^C &= \varphi_x^B + \frac{M_x^{BC} (L - n - m)}{GJ_\rho^{BC}} = \varphi_x^B + \frac{32M_x^{BC} (L - n - m)}{G\pi(3d)^4} = \\ &= 1,09 \cdot 10^{-3} + \frac{32 \cdot 4,63 \cdot 10^6 \text{ Нмм} \cdot 1200 \text{ мм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (84 \text{ мм})^4} = 15,3 \cdot 10^{-3} \text{ рад}; \end{aligned}$$

$$\varphi_x^D = \varphi_x^C + \frac{M_x^{CD} m}{GJ_\rho^{CD}} = \varphi_x^C + \frac{32M_x^{CD} m}{G\pi d^4} = 15,3 \cdot 10^{-3} - \frac{32 \cdot 0,37 \cdot 10^6 \text{ Нмм} \cdot 200 \text{ мм}}{8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \cdot \pi \cdot (28 \text{ мм})^4} = 0 \text{ рад}.$$

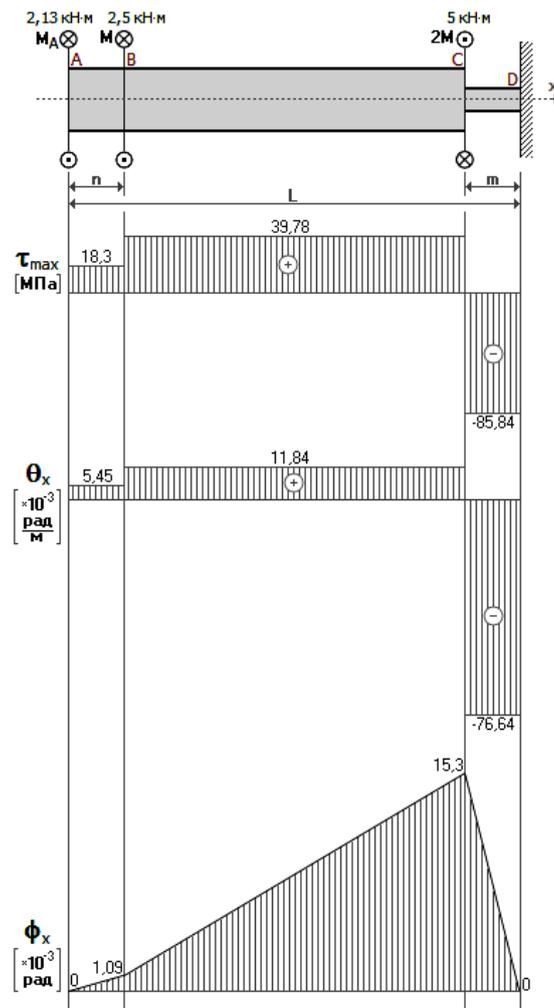


Рис. 6. Эпюры крутящих максимальных касательных напряжений и углов закручивания

Рассмотренный алгоритм подбора сечения для круглого ступенчатого вала, работающего на кручение, позволяет сравнительно быстро оценить работоспособность статически неопределимого вала с учётом заданных крутящих моментов и механических характеристик материала вала.

Представленный алгоритм подбора сечения вала может использоваться на практике для расчёта не только валов, но и для оптимизации свойств материала и оценки прочности труб, испытывающих эксплуатационные нагрузки при кручении [10-15].

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Соловьева, А.А. Подбор аналога материала: расчёт вала на кручение / А.А. Соловьева. – Текст : непосредственный // *Фундаментальные основы механики*. – 2018. – № 3. – С. 88–91.
2. Манжиров, А.В. Кручение растущего вала / А.В. Манжиров, М.Н. Михин, Е.В. Мурашкин. – Текст : непосредственный // *Вестник самарского государственного технического университета*. Серия: физико-

- математические науки. – 2017. – № 4. – С. 684–698.
3. Manzhirrov, A.V. Advanced in the Theory of Surface Growth with Applications to Additive Manufacturing Technologies / A.V. Manzhirrov. – Text : immediate // *Procedia Engineering*. – 2017. – Vol. 173. – С. 11–16.
4. Бузина, О.П. Анализ условий начала формирования очагов пластического течения в лемехе с использованием средств

автоматизированного проектирования / О.П. Бузина, А.В. Суханов, Н.В. Моисеев. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2019. – № 1 (39). – С. 34–40.

5. **Суханов, А.В.** Графоаналитический метод определения ускорений точек шатуна плоского многозвенного механизма / А.В. Суханов, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2023. – № 1 (50). – С. 79–85.

6. **Суханов, А.В.** Структурный и кинематический анализ плоского многозвенного механизма второго класса / А.В. Суханов, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2022. – № 1 (47). – С. 77–87.

7. **Суханов, А.В.** Определение ускорений точек шатуна плоского многозвенного механизма / А.В. Суханов, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2022. – № 2 (48). – С. 62–68.

8. **Суханов, А.В.** Структурный и кинематический анализ плоского восьмизвенного механизма / А.В. Суханов, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2022. – № 2 (48). – С. 68–76.

9. **Суханов, А.В.** Построение планов скоростей и ускорений кривошипно-ползунного механизма при разных положениях входного звена / А.В. Суханов, Л.С. Абдуллах. – Текст : электронный // Инженерные технологии: химия, биология, медицина и информационные технологии в промышленности : сборник научных статей по итогам международной научной конференции. – Волгоград : Научно-производственное предприятие «Медпромдеталь», 2020. – С. 59–61.

10. **Корнеев, А.М.** Исследование механизма вертикальной подачи плоскошлифовального станка ЗЛ722 / А.М. Корнеев, А.М. Сметанникова, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. – № 1 (42). – С. 32–37.

11. Повышение эффективности использования сложных систем и механизмов в авиационном машиностроении / А.М. Корнеев, А.А. Струков, А.В. Суханов, Т.Г. Пыльнева. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. – № 1 (42). – С. 42–48.

12. **Корнеев, А.М.** Расчёт срока службы шарико-винтовых передач в плоскошлифовальных станках / А.М. Корнеев, О.П. Бузина, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2019. – № 3 (41). – С. 44–50.

13. Интеллектуальная поддержка принятия решений в системе управления процессом формирования оптимального химического состава отливок из чугуна / А.М. Корнеев, О.П. Бузина, А.В. Суханов, И.Г. Галай. – Текст : непосредственный // Современные наукоёмкие технологии. – 2018. – № 7. – С. 37–42.

14. **Корнеев, А.М.** Структура системы принятия решений по управлению процессом формирования химического состава отливок из чугуна / А.М. Корнеев, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. – 2018. – № 6. – С. 73–77.

15. **Корнеев, А.М.** Системный подход к формированию структуры и химического состава сплавов чугуна с заданными прочностными характеристиками / А.М. Корнеев, О.П. Бузина, А.В. Суханов. – Текст : непосредственный // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2018. – № 1 (35). – С. 45–50.

Сведения об авторах:

**Суханов Андрей Владимирович**

старший преподаватель  
кафедры общей механики,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

**Суханов Антон Владимирович**

студент кафедры технологии  
машиностроения,  
Липецкий государственный технический  
университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

Information about the authors:

**Sukhanov Andrey Vladimirovich**

Senior lecturer of the Department of General  
Mechanics,

Lipetsk State Technical University.

398055, Russia, Lipetsk,

Moskovskaya st., 30.

**Sukhanov Anton Vladimirovich**

Student department of Mechanical  
Engineering Technolog,

Lipetsk State Technical University.

398055, Russia, Lipetsk,

Moskovskaya st., 30.

## К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале «Вестник Липецкого государственного технического университета» публикуются статьи, содержащие наиболее существенные результаты научно-технических экспериментальных исследований, а также итоги работ проблемного характера.

Статья должна поступить на электронный адрес kaf-vm@stu.lipetsk.ru и сохранена в версии Microsoft Word 2003. Рукопись статьи (1 экземпляр) и сопроводительные документы должны быть высланы в редакцию. К сопроводительным документам относятся:

– рецензия, отражающая следующие пункты: актуальность представленной работы; характеристика объекта исследования; качество постановки целей работы и задач исследования; степень научной новизны исследования, практическая значимость работы; учебно-методическая ценность исследования, стиль изложения; степень разработанности темы научного исследования; структурность работы. (В случае если один из авторов является доктором наук, рецензия должна быть подписана доктором соответствующего профиля.);

– выписка из протокола заседания кафедры, на котором было принято решение о рекомендации публикации статьи в журнал «Вестник Липецкого государственного технического университета»;

– согласие на публикацию и гарантии того, что статья не будет больше нигде опубликована, подписанные автором.

Оформление статьи должно соответствовать следующим требованиям:

1. На первой странице должны быть указаны: УДК, название статьи, инициалы и фамилии авторов, название учреждения, представляющего рукопись для опубликования.

2. Текст статьи набирается в формате \*.doc шрифтом Times New Roman размером 12 pt через одинарный интервал, без отступов, отступ красной строки 0,5 см, выравнивание по ширине, без уплотнения. Поля: верхнее, нижнее, левое, правое – 2 см, в две колонки. Не использовать табуляций, автоматических списков. Не использовать курсив, жирный текст и подчеркивания.

Между цифровым значением величины и ее размерностью следует ставить знак неразрывного пробела. Переносы в словах не употреблять. Не использовать в тексте для форматирования знаки пробела.

3. Для набора формул применять редактор Microsoft Equation 3.0. Формулы должны быть оформлены шрифтом Times New Roman, без курсива, размером 12 pt, одинарным интервалом.

Большие формулы необходимо разбивать на отдельные части. Фрагменты формул должны быть независимы (при использовании редактора формул каждая строка – отдельный объект).

Нумерацию и знаки препинания следует ставить отдельно от формул обычным текстом. Нумеровать следует только те формулы, на которые есть ссылки в тексте.

4. Таблицы должны быть оформлены шрифтом Times New Roman, размером 12 pt, одинарным интервалом. В случае если в тексте есть ссылка на таблицу, то пишется слово «табл.».

5. Перечень литературных источников приводится общим списком в конце статьи. Список составляется в соответствии с последовательностью ссылок в тексте. Библиографический список должен быть оформлен согласно ГОСТ 7.0.100-2018. Ссылки на библиографический список в тексте приводятся в квадратных скобках. Перечень литературных источников должен содержать не менее 15 наименований.

6. Обозначения, термины и иллюстративный материал должны соответствовать действующим государственным стандартам.

7. К статье прилагаются: аннотации ( 200–250 слов); ключевые слова (не менее трех); имена и фамилии авторов, ученые звания, должности и адрес места работы, электронный адрес; на английском языке название статьи, аннотация, ключевые слова, имена и фамилии авторов.

## ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ В ЖУРНАЛЕ

DOI (присваивается редакцией)  
УДК 656.078:338.2

Ю.Н. РИЗАЕВА, В.А. ЛОГИНОВ

### ПЛАНИРОВАНИЕ ПОСТАВОК ПРОДУКЦИИ ПРИ ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ВО ВРЕМЕНИ СПРОСЕ ПОТРЕБИТЕЛЯ

Липецкий государственный технический университет, Липецк

**Аннотация:** В статье рассматриваются подходы к планированию поставок продукции. Предложен алгоритм сокращения потерь у потребителя и производителя при изменяющемся во времени спросе потребителя. Акцент сделан на современные требования в развитии отрасли за счет совершенствования планирования деятельности предприятий по показателям, которые являются функцией от спроса. Применение нового подхода к планированию поставок продукции заключается в учете изменяющегося во времени спросе потребителя. Математическое моделирование выполняется применительно к реальным эксплуатационным условиям. Планирование реализуется за счет разработанной математической модели и методики, направленных на сокращение общесистемных потерь. Применение разработанного подхода в практике работы предприятий позволит формировать общесистемные потери и использовать новое программное обеспечение для разработки и принятия управленческих решений.

**Ключевые слова:** поставка продукции, спрос, потери потребителя, потери производителя, планирование поставок продукции.

Yu.N. RIZAEVA, V.A. LOGINOV

### SUPPLY PLANNING AT TIME-VARYING CONSUMER DEMAND

Lipetsk State Technical University, Lipetsk

**Abstract:** The article discusses approaches to product supply planning. An algorithm is proposed for reducing consumer and producer losses at time-varying consumer demand. Modern requirements are emphasized in the industry development by improving production planning according to indicators that are a function of demand. The new approach to supply planning is manifested in taking into account the time-varying consumer demand. Mathematical modeling is performed with respect to real operating conditions. Planning is implemented through the developed mathematical model and methodology aimed at reducing system-wide losses. The practical application of the developed approach will form system-wide losses and use new software to develop and make managerial decisions.

**Keywords:** product supply, demand, consumer losses, producer losses, product supply planning.

## ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим процесс производства и поставки продукции в дискретные моменты времени  $t=0,1, \dots, T$ ,

где  $T$  – период планирования [1, 2].

Спрос потребителя на продукцию в эти моменты времени задан и определяется функцией  $q(t)$ . Обозначим неизвестный размер поставки в момент времени как  $x(t)$ . При несовпадении поставки  $x(t)$  и спроса  $q(t)$  возникают общесистемные потери. При дефиците, то есть когда

$$d(t)=x(t)-q(t)<0 ,$$

общесистемные потери обуславливаются неудовлетворенностью спроса [3–5]. При превышении поставки над спросом, когда  $d(t)>0$ , потери вызваны дополнительными затратами на хранение избытка продукции.

Так как потери от превышения объема поставки продукции над спросом  $d(t)>0$  меньше, чем потери от дефицита  $d(t)<0$ , то при одинаковом значении разности (в абсолютном значении)  $d$ , график функции потерь  $f_1(d)$  будет иметь вид, как на рис. 1 (потери прямо пропорциональны разности  $d$ ).

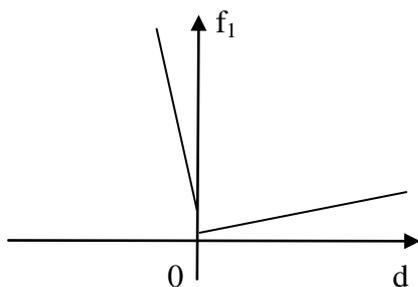


Рис. 1. График функции потерь потребителя

Функциональную зависимость, представленную на рис. 1, аппроксимируем:

$$f_1(d)=\begin{cases} a_1 d, & \text{если } d \geq 0 \\ b_1 d, & \text{если } d \leq 0 \end{cases}, \quad (1)$$

где  $a_1$  и  $b_1$  – удельные потери потребителя на единицу продукции. При этом  $b_1 > a_1 > 0$ .

Для поставщика продукции желательна постоянная интенсивность производства, то есть  $x(t) = \text{const}$ , когда

$$u(t)=x(t+1)-x(t)=0 .$$

В случае  $u(t)>0$  или  $u(t)<0$  производитель несет потери из-за перестройки производства. Функция потерь производителя имеет вид, показанный на рис. 2.

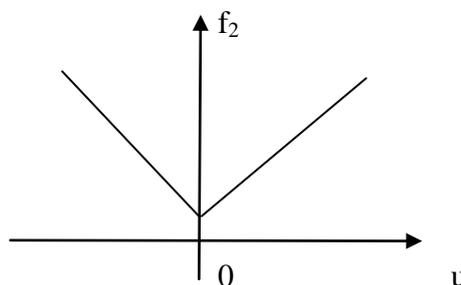


Рис. 2. График функции потерь производителя

В аналитическом виде аппроксимируем эту функцию в виде

$$f_2(u)=\begin{cases} a_2 u, & \text{если } u \geq 0 \\ b_2 u, & \text{если } u \leq 0 \end{cases}, \quad (2)$$

где  $a_2$  и  $b_2$  – удельные потери производителя на единицу продукции. Величины коэффициентов зависят от конкретных условий производства. Ясно только, что  $a_1 > 0$ ,  $b_1 > 0$  [6, 7].

Сформулируем задачу планирования поставки продукции при изменяющемся во времени спросе потребителя: найти функцию поставки продукции  $x(t)$ ,  $t=1,2, \dots, T$ , и динамику изменения этого объема поставки

$$u(t)=x(t+1)-x(t), \quad t=1,2, \dots, T-1 ,$$

чтобы минимизировать суммарные потери потребителя в течение планового периода  $T$ .

## ВЫВОДЫ

Исходя из проведенного исследования, можно сделать вывод о возможности применения данного алгоритма в планировании поставок продукции при изменяющемся во времени спросе потребителя, при этом общесистемные потери сокращаются. Результаты исследования предназначены для практики работы предприятий на этапе определения показателя общесистемных потерь.

Сведения об авторах:

**Ризаева Юлия Николаевна**

доктор технических наук, заведующий кафедрой управления автотранспортом, Липецкий государственный технический университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

rizaeva.u.n@yandex.ru

**Логинов Владимир Анатольевич**

кандидат экономических наук, доцент кафедры управления автотранспортом, Липецкий государственный технический университет.

398055, Россия, г. Липецк,

ул. Московская, д. 30.

v\_loginov@lipetsk.ru

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Логинов, В.А.** Устойчивость развития транспортных систем / В.А. Логинов, А.К. Карташова. – Текст : непосредственный // Тенденции развития современной науки : сборник тезисов докладов научной конференции студентов и аспирантов Липецкого государственного технического университета. В 2-х частях. Часть 1. – Липецк : Изд-во ЛГТУ. – 2017. – С. 538–541.
2. **Быстров, Н.В.** Обзор современных мировых тенденций развития асфальтобетонов / Н.В. Быстров. – Текст : непосредственный // Дороги России. – 2020. – № 1 (115). – С.90.
3. Интеллектуальные методы управления транспортными системами (2-изд.) / А.С. Сысоев, С.А. Ляпин, А.В. Галкин [и др.] – Москва : Издательско-торговая корпорация Дашков и К, 2022. – 192 с. – Текст : непосредственный.

Information about the authors:

**Rizaeva Yulia Nikolaevna**

Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Vehicle Management

Lipetsk State Technical University.

398055, Russia, Lipetsk,

Moskovskaya st., 30.

rizaeva.u.n@yandex.ru

**Loginov Vladimir Anatolyevich**

Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of the Department of Vehicle Management,

Lipetsk State Technical University.

398055, Russia, Lipetsk,

Moskovskaya st., 30.

v\_loginov@lipetsk.ru

ISSN 2304-9235

**ВЕСТНИК**

**Липецкого государственного технического университета  
(Вестник ЛГТУ)**

**№ 2 (51) 2023 г.**

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ**

**Scientific and technical journal «Vestnik LSTU»**

Свидетельство о регистрации средства массовой информации **ПИ № ФС77-57003**. Выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) 25.02.2014 г.

Выходит 4 раза в год.

Учредитель: ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет».

*Адрес редакции: 398055, Липецк, ул. Московская, 30.*

Телефон: (4742) 32-81-33.

Издательство Липецкого государственного технического университета.

Адрес: 398055, Липецк, ул. Московская, 30.

Телефон: (4742) 32-82-43.

Редакторы: Е.А. Федюшина, М.Ю. Болгова, Г.В. Казьмина

Перевод (англ.) Н.В. Барышев

Подписано в печать 13.06.2023. Выход в свет 16.06.2023.

Бумага офсетная. Формат 60x84 1/8. Гарнитура «Times New Roman».

Усл. печ. л. 6,5. Тираж 500 экз.(1-й завод -70экз)

Заказ № 356. Цена свободная.

Отпечатано в полиграфическом подразделении Издательства ЛГТУ.

Адрес: 398055, Липецк, ул. Московская, 30.

Телефон: (4742) 32-82-43.