## ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Lynnif

Супрунов Игорь Иванович

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДВИЖУЩИХСЯ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ОКРЕСТНОСТНЫХ СИСТЕМ

Специальность 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

> Научный руководитель: доктор технических наук, профессор Шмырин Анатолий Михайлович

### оглавление

ВВЕДЕНИЕ	
1. ДИНАМИЧЕСКИЕ ОКРЕСТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ	
1.1 Статические окрестностные модели	
1.2 Динамические окрестностные модели	
1.3 Нечеткие окрестностные модели	
1.4 Окрестностные структуры	
1.5 Обзор приложений динамических окрестностных моделей	
1.6 Постановка задачи исследования	
2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОІ	БРАБОТКИ
ДВИЖУЩИХСЯ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ	
2.1 Динамическая окрестностная модель поступательного д	вижения в
координатах Лагранжа и Эйлера	
2.1.1 Случай отсутствия управляющих воздействий	
2.1.2 Случай с управляющими воздействиями	
2.1.3 Случай аддитивных управляющих воздействий	
2.2 Фазовые и динамические окрестностные структуры	
2.3 Задача обработки движущегося протяженного объекта	
2.4 Две модели последовательной обработки	
2.4.1 Окрестностная структура последовательной обработки в к	оординатах
Лагранжа	
2.4.2 Окрестностная структура последовательной обработки в к	оординатах
Эйлера	
2.4.3 Окрестностная система последовательной обработки в к	оординатах
Эйлера	
2.5 Выводы	
3. АЛГОРИТМЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ	
3.1 Алгоритм получения целевого выходного профиля в	результате
аддитивной обработки в активной зоне	

3.2 Модификация алгоритма для заданных емкостей управляющих узлов. 62
3.3 Модификация алгоритма для равномерного расходования ресурсов 66
3.4 Прямая и обратная задачи для пассивных зон обработки
3.4.1 Динамическая окрестностная модель для пассивных зон обработки
3.4.2 Решение прямой и обратной задач для пассивных зон обработки в
общем случае75
3.4.3 Решение прямой и обратной задач для пассивных зон обработки в
случае линейных систем77
3.5 Алгоритм равномерного расходования ресурсов в задачах логистики 78
3.6 Выводы
4. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ В
ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧАХ
4.1 Адаптация разработанной модели в задаче охлаждения горячекатаной
полосы
4.2 Расчет режима работы душирующих установок на основе разработанных
алгоритмов
4.2.1 Подготовка и описание исходных данных
4.2.2 Расчет режима работы душирующих установок и получение целевого
выхода
4.2.3 Сравнение полученных результатов
4.3 Адаптация разработанной модели к задаче организации перевозок 104
4.4 Расчет поставок асфальтобетонной смеси и фасованного цемента
потребителям на основе разработанных алгоритмов
4.5 Разработанный комплекс программ 113
4.6 Выводы
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ119
ПРИЛОЖЕНИЯ134

Приложение 1. Справки об использовании	результатов диссертационной
работы	
Приложение 2. Свидетельства о государственн	ной регистрации программ для
ЭВМ	

#### введение

Актуальность темы исследования и степень её разработанности. В данной работе определяется и изучается класс динамических окрестностных моделей, позволяющих описывать процессы обработки движущихся объектов неподвижными устройствами. Статические и динамические окрестностные модели, в том числе с переменными окрестностями, успешно использовались для описания сложных объектов и процессов. Динамические окрестностные модели, как правило, рассматривались с точки зрения динамики свойств объекта во времени в ситуациях, когда объект неподвижен или его движение в пространстве не имеет значения. Актуальной является задача построения динамических окрестностных моделей с учетом движения объекта в пространстве, в том числе для случая последовательной обработки движущегося протяженного объекта.

Теоретические вопросы идентификации и управления окрестностными моделями рассматривались в работах С.Л. Блюмина [4-17], А.М. Шмырина [80-105], Н.Н. Карабутова [27-35], И.А. Седых [53-65] и других. Окрестностный подход оказался достаточно гибким и успешно сочетаемым с необходимыми модификациями для конкретных классов моделей, например для билинейных моделей с нечеткими связями (С.С. Роенко [47-52], А.Г. Ярцев [110-113]), для динамических моделей (И.А. Седых [53-65], А.А. Томилин [77, 78]) и в других случаях.

Окрестностные модели сложных производственных процессов характеризуются следующими структурными и аналитическими особенностями:

- на структурном уровне окрестностная модель представляет собой орграф с кортежами переменных в вершинах, формализующий с той или иной степенью подробности технологическую схему процесса. Математически вершины орграфа разделяются на три типа: входы, узлы и выходы. Технологически каждая из вершин (независимо от типа) соответствует одному из технологических узлов или этапов моделируемого процесса. Орграф модели вместе с кортежами переменных в вершинах называется окрестностной структурой.

- аналитически окрестностная модель задается системой уравнений на окрестностной структуре. Выбор типа уравнений для уже заданной (идентифицированной) окрестностной структуры может варьироваться в широких пределах: система может быть дискретной или непрерывной, статической или динамической, линейной или полиномиальной и так далее.

Хорошо известно, что для моделирования процессов в движущихся объектах можно использовать либо неподвижные системы координат (переменные Эйлера) либо системы координат, связанные с самим объектом (переменные Лагранжа). И в том и другом случае переход от непрерывных моделей который необходим К дискретным, компьютерного ДЛЯ моделирования, связан с определенными трудностями из-за необходимости учета движения. Идея А. Н. Колмогорова о построении дискретных моделей как первичных, а не как дискретизаций непрерывных, в данном случае становится особенно актуальной и полезной [36]. Прямое построение дискретной модели в задаче моделирования процесса обработки движущегося объекта может быть реализовано в рамках теории окрестностных систем.

Тематика работы связана с научными направлениями ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»: «Исследование и разработка методов и алгоритмов прикладной математики для идентификации технологических и сопровождающих процессов» и «Современные сложные системы управления».

Цель работы и задачи исследования. Цель диссертационной работы заключается в разработке и исследовании математических моделей и алгоритмов последовательной обработки движущихся протяженных объектов с заданными целевыми параметрами выхода на основе методов окрестностного моделирования. В рамках данного исследования были поставлены и решены следующие задачи:

6

 Обзор существующих классов динамических окрестностных моделей, в том числе моделей с переменными окрестностями.

2. Построение окрестностных моделей процесса обработки движущегося объекта в переменных Лагранжа и переменных Эйлера, в том числе для случая последовательной обработки протяженного объекта, сравнительный анализ построенных моделей.

3. Разработка алгоритмов и численных методов расчета детерминированного и управляемого изменения параметров движущегося протяженного объекта на пассивных и активных стадиях процесса обработки.

4. Применение разработанных математических моделей и алгоритмов последовательной обработки в производственных задачах, в том числе в некоторых задачах логистики.

5. Разработка программных модулей, реализующих алгоритмы и численные методы расчета управляемого и детерминированного изменения параметров протяженного объекта на активных и пассивных этапах процесса обработки.

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие результаты, отличающиеся научной новизной:

1. Введены классы динамических окрестностных моделей на основе использования переменных Лагранжа и Эйлера, что позволяет применять дискретные системы для описания процесса последовательной обработки движущихся протяженных объектов.

2. Разработаны алгоритмы и численные методы, отличающиеся использованием окрестностной модели Эйлера и позволяющие решать прямую и обратную задачи расчета изменения параметров протяженного объекта на пассивных этапах процесса обработки.

3. Разработан алгоритм расчета режимов работы последовательности однотипных управляющих устройств на активном этапе обработки, отличающийся возможностью учёта изменяющихся параметров объекта и позволяющий достигать заданных параметров выхода.

4. Предложены две модифицированные версии алгоритма последовательной обработки на активном этапе, отличающиеся возможностью учета ограничений на ресурсы управляющих устройств и позволяющие решать задачу равномерного расхода ресурсов.

5. Разработан проблемно-ориентированный комплекс программ, отличающийся наличием трех вычислительных модулей, соответствующих трем этапам обработки, и позволяющий находить режимы работы устройств активной зоны, реализующие заданные целевые параметры выхода.

#### Теоретическая и практическая значимость.

Теоретическая значимость результатов работы заключается в построении динамических окрестностных моделей поступательного движения и обработки пространственных объектов в переменных Лагранжа и Эйлера. Полученные результаты позволяют использовать построенные динамические окрестностные модели и разработанные для них алгоритмы для описания процесса последовательной обработки движущихся протяженных объектов.

Практическая значимость результатов работы заключается в адаптации построенных моделей и разработанных алгоритмов для применения в производственных задачах обработки протяженных объектов и логистических задачах равномерного распределения поставок продукции.

**Объект исследования.** Процессы последовательной обработки движущихся объектов.

**Предмет исследования.** Моделирование производственных процессов последовательной обработки движущихся объектов с помощью динамических окрестностных систем.

**Методология и методы исследования.** В качестве теоретической и методологической основы выступают методы теории математического моделирования, теории систем, теории графов, вычислительной математики.

#### Положения, выносимые на защиту:

1. Динамические окрестностные модели поступательного движения и обработки пространственного объекта в переменных Лагранжа и Эйлера,

8

модель последовательной обработки движущегося протяженного объекта в координатах Эйлера.

2. Алгоритм решения прямой и обратной задачи расчета изменения параметров протяженного объекта на пассивных этапах процесса обработки.

3. Алгоритм расчета режимов работы последовательности однотипных управляющих устройств на активном этапе обработки, отличающийся возможностью учёта изменяющихся параметров объекта и позволяющий достигать заданных целевых параметров выхода.

4. Алгоритмы последовательной обработки на активном этапе, отличающиеся возможностью учета ограничений на ресурсы обрабатывающих устройств и позволяющие решать задачу равномерного расхода ресурсов.

5. Комплекс проблемно-ориентированных программ, отличающийся наличием трех вычислительных модулей, соответствующих трем этапам обработки.

**Тематика работы** соответствует следующим пунктам паспорта специальности 1.2.2:

- разработка алгоритмов И численных методов расчета детерминированного и управляемого изменения параметров движущегося протяженного объекта на пассивных и активных стадиях процесса обработки 2 «Разработка, соответствует пункту обоснование тестирование И эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий»;

- разработка программных модулей, реализующих алгоритмы и численные методы расчета управляемого и детерминированного изменения параметров протяженного объекта на активных и пассивных этапах процесса обработки соответствует пункту 3 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента»;

9

 исследование построенных динамических окрестностных моделей и алгоритмов последовательной обработки в производственных задачах, в том числе в задачах металлургии и логистики соответствует пункту 8 «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента».

Степень достоверности результатов работы. Достоверность результатов работы подтверждается проведёнными в достаточном объеме исследованиями с применением современных технологий математического моделирования и вычислительного эксперимента. Разработанные методики, процедуры и алгоритмы были применены для исследования реальных объектов – получения технологически оптимального температурного профиля полосы на этапе смотки, а также для получения путевых кодов для последовательности транспортных агентов в задачах организации перевозок и логистики. Анализ полученных результатов во всех случаях показал соответствие производственным данным.

Реализация и внедрение результатов работы. Результаты работы дальнейшего рекомендованы ДЛЯ рассмотрения И использования предприятиями АО «Липецкцемент», СП «Хмелинецкий сахарный завод» АО «НЛМК». В ООО «ЛипецкНИЦстройпроект» «АПО ΠΑΟ «Appopa», подтверждено, что на основе разработанных моделей и алгоритмов можно улучшить некоторые стадии процесса перевозки дорожно-строительных материалов. В ООО «Группа Компаний «ЛипецкПрофиль» подтверждено, что разработанные алгоритмы и программные модули могут быть полезны при расчете управляющих воздействий на объекты с учетом заданных начальных значений параметров объекта и целевого выхода. В ПАО «НЛМК» подтверждено, что результаты диссертационной работы могут быть рекомендованы для дальнейшего рассмотрения и использования при анализе работы установки ускоренного охлаждения с целью получения технологически оптимального температурного профиля полосы на этапе смотки.

Результаты диссертационного исследования используются в учебном процессе ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет» в рамках образовательной программы по направлению 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» при выполнении индивидуальных заданий по дисциплинам «Математическое моделирование», «Применение компьютерных технологий в динамике систем тел», а также при подготовке выпускных квалификационных работ.

Апробация работы. Теоретические и практические результаты работы докладывались и обсуждались на международных и всероссийских научнопрактических конференциях: XII Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Управление большими системами» (Волгоград, 2015), Международная научно-практическая конференция «Современная металлургия нового тысячелетия» (Липецк, 2015), IV Всероссийская научнопрактическая конференция с международным участием «Моделирование и наукоемкие информационные технологии в технических и социальноэкономических системах» (Новокузнецк, 2016), 3st International Conference on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation and Energy Efficiency «SUMMA 2021» (Липецк, 2021), III Всероссийская научно-практическая «Энергетика будущего цифровая трансформация» конференция \_ (Липецк, 2022), Международная научно-практическая конференция «Нанобио-технологии. Теплоэнергетика. Математическое моделирование» (Липецк, 2023), Областной профильный семинар «Школа молодых учёных» по проблемам естественных наук (Липецк, 2023), а также на научных семинарах кафедры высшей математики, кафедры прикладной математики Липецкого государственного технического университета.

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в 15 печатных трудах, в том числе 4 – самостоятельно, из них 4 статьи в ведущих рецензируемых журналах, рекомендованных в Перечне ВАК, 2 – в изданиях,

11

входящих в международные системы цитирования Scopus и Web of Science, 3 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

В работах, написанных в соавторстве и приведенных в автореферате, лично соискателем получены следующие результаты: [1,5,10] – разработка окрестностных структур движущегося протяженного объекта в переменных Эйлера; [2,3,6] – динамическая окрестностная модель Лагранжа и последовательной обработки протяженного объекта в координатах Эйлера, динамическая окрестностная модель для пассивных зон обработки, решение прямой и обратной задач для пассивных зон обработки в случае линейных систем, основной алгоритм работы управляющих узлов на активном этапе, основного [7] разработка модифицированные версии алгоритма; программного обеспечения для расчета показателей профиля проката; [8,9] – разработка программного обеспечения для расчета периодов работы управляющих узлов; [12] – реализация разработанных модификаций алгоритмов с учетом ограничений на ресурсы и равномерным расходом ресурсов на сгенерированных данных; [14] – разработка и реализация алгоритма генерирования путевых кодов на основе модификации аддитивного алгоритма с ограничением на ресурсы и равномерным расходом ресурсов.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, двух приложений и списка литературы из 118 источников. Объем составляет 141 страницу, включая 33 рисунка и 16 таблиц.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цели и задачи работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы исследования, перечислены положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробации результатов, а также основное содержание работы.

**В первой главе** рассматриваются понятия окрестностных моделей и соответствующих им окрестностных структур, проведен обзор статических и динамических окрестностных моделей, в том числе линейных, нечетких и нелинейных, отмечены их особенности. Приведены примеры применения

динамических окрестностных моделей. Поставлена задача построения динамических окрестностных моделей с учетом движения объекта в пространстве.

Во второй главе рассматриваются динамические окрестностные модели поступательного движения в координатах Лагранжа и Эйлера, фазовые и динамические окрестностные структуры, приводится постановка задачи обработки движущегося одномерного объекта, представлены разработанные модели последовательной обработки в координатах Лагранжа и Эйлера.

В третьей главе рассматривается предложенный основной алгоритм получения целевого выходного профиля с аддитивной обработкой в активной зоне, рассматриваются разработанные модификации основного алгоритма для заданных емкостей управляющих узлов, а также для равномерного расходования ресурсов. Рассматривается прямая и обратная задачи для пассивных зон обработки, алгоритм равномерного расходования ресурсов в задачах логистики.

**В** четвёртой главе рассматриваются варианты адаптации разработанной модели к задаче охлаждения горячекатаной полосы и к задаче организации перевозок, представлены расчет режима работы душирующих установок и расчет поставок асфальтобетонной смеси и фасованного цемента потребителям на основе разработанных алгоритмов.

**В** заключении изложены основные результаты исследования, рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы.

#### 1. ДИНАМИЧЕСКИЕ ОКРЕСТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ

В данной главе рассматриваются понятия окрестностных моделей и соответствующих им окрестностных структур, проведен обзор статических и динамических окрестностных моделей, в том числе линейных, нечетких и нелинейных, отмечены их особенности. Приведены примеры применения динамических окрестностных моделей. Поставлена задача построения динамических окрестностных моделей с учетом движения объекта в пространстве.

#### 1.1 Статические окрестностные модели

Окрестностные системы и основанные на них окрестностные модели используются для математического описания сложных распределенных производственных процессов или объектов. Описание взаимодействий между составными частями (узлами) процесса или объекта формируется в виде окрестностной системы. Понятия окрестностной системы и окрестностной модели являются почти синонимами с той лишь разницей, что окрестностная модель – это, как правило, окрестностная система, связанная с некоторой конкретной производственной задачей.

В работах [5, 11, 16] было введено понятие окрестностных систем, которое появляется в результате необходимости моделирования сложных производственных процессов с произвольными связями между составными частями (узлами). Эти системы в линейном случае первоначально рассматривались как обобщение линейной дискретной системы с динамикой во времени

$$\begin{cases} x[t+1] = A x[t] + B v[t], x[0] = x_0 \\ y[t] = C x[t] + D v[t], t = 0, 1, 2, ... \end{cases}$$
(1.1)

где x[t], v[t], y[t] – векторы переменных состояния, входных воздействий и выходов соответственно, A, B, C, D – матрицы параметров. Обобщение

содержало, в частности, переход от одномерной переменной времени к многомерной переменной, множество значений которой соответствовало узлам модели и разделялось на окрестности – подмножества, в общем случае пересекающиеся, трех типов (окрестности по входам, по состояниям и по управлениям), при этом каждое уравнение системы соответствовало тройке таких окрестностей. Согласно [5, 11, 16] линейная симметричная окрестностная система имеет вид

$$\sum_{\beta \in O_{x}[a]} \Omega[a, \beta] x[\beta] = \sum_{\alpha \in O_{v}[a]} \Xi[a, \alpha] v[\alpha], \qquad (1.2)$$

более общая окрестностная система смешанного типа задается формулой

$$\sum_{\alpha \in O_{\nu}[a]} \Xi[a, \alpha] \nu[\alpha] + \sum_{\beta \in O_{x}[a]} \Omega[a, \beta] x[\beta] + \sum_{\gamma \in O_{\nu}[a]} \Gamma[a, \gamma] y[\gamma] = 0,$$
(1.3)

где  $v[a] \in \mathbb{R}^m$ ,  $x[a] \in \mathbb{R}^n$ ,  $y[a] \in \mathbb{R}^q$  – вход, состояние и выход для узла системы,  $\Xi[a, \alpha], \Omega[a, \beta], \Gamma[a, \gamma]$  – матрицы-параметры,  $O_v[a], O_x[a], O_y[a]$  – окрестности по входу, состоянию и выходу, в общем случае не совпадающие для каждого узла а  $\in A$ , при этом а,  $\alpha, \beta, \gamma \in A$ , где  $A = \{a_1, ..., a_N\}$  – множество значений аргумента смешанной системы с количеством узлов N (заметим, что латинской буквой обозначается узел, для которого записывается уравнение, а греческими – узлы, входящие в соответствующие окрестности по входам, состояниям и управлениям).

Системы (1.2) и (1.3) являются стационарными и в приложениях часто имеют смысл уравнений баланса или уравнений для некоторого номинального режима моделируемого объекта.

Переходя от линейного случая к нелинейному, рассмотрим запись детерминированной динамической дискретной системы с аргументом времени *t* в виде формулы (1.4)

$$\begin{cases} x[t] = \varphi(x[t-1], v[t]), \ x[0] = x_0 \\ y[t] = \psi(x[t]), \ t = 0, 1, 2 \dots \end{cases},$$
(1.4)

где v[t], x[t], y[t] – входы, состояния и выходы соответственно. По аналогии с линейным случаем, заменяя дискретные моменты времени на узлы модели,

получаем общий вид нелинейной окрестностной системы в явной форме (то есть все уравнения разрешены относительно состояний узлов), см. [5, 11, 16]:

$$\begin{cases} x[a] = \Phi(x[O_x[a]], v[O_v[a]]), \\ y[a] = \Psi(x[O_y[a]]) \end{cases}$$
(1.5)

В неявной версии в случае класса симметричных систем вида (1.2) первое уравнение системы (1.5) имеет вид

$$\Phi_{x}(x[O_{x}[a]]) = \Phi_{v}(v[O_{v}[a]]).$$
(1.6)

В случае класса смешанных систем вида (1.3) рассматривают также объединение уравнений системы (1.5) в виде

$$F\left(\Phi_{x}\left(x\left[O_{x}[a]\right]\right), \Phi_{v}\left(v\left[O_{v}[a]\right]\right), \Psi\left(x\left[O_{y}[a]\right]\right)\right) = 0.$$
(1.7)

#### 1.2 Динамические окрестностные модели

Динамические окрестностные модели в общем случае могут быть описаны следующим образом (см. [5, 80, 90]). Задан набор

$$NS = (N, X, V, Y, Z, G, F, X[0])$$
(1.8)

где  $N = (A, O_x, O_v, O_y)$  описывает окрестности модели, A представляет собой множество из *n* узлов и задается как  $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ , символ O используется для представления окрестностей связи узлов, причем  $O_x$  указывает на окрестности связей узлов по состояниям,  $O_v$  – по управлениям,  $O_y$  – по выходам (выходным воздействиям). Для каждого узла  $a_i \in A$  из набора A определена своя окрестность по состояниям, управлениям и выходам:

 $O_x[a_i] \subseteq A, O_v[a_i] \subseteq A, O_y[a_i] \subseteq A,$  при этом  $O_x = \bigcup_{i=1}^n O_x[a_i], O_v = \bigcup_{i=1}^n O_v[a_i], O_y = \bigcup_{i=1}^n O_y[a_i].$ 

Набор *NS* содержит:

- вектор состояний окрестностной модели в текущий момент времени, обозначаемый  $X \in R_n$ ,

вектор управлений окрестностной модели в текущий момент времени,
 обозначаемый V ∈ R<sub>m</sub>,

- вектор выходов окрестностной модели в текущий момент времени, обозначаемый  $Y \in R_l$ ,

- функции пересчета состояний и выходов окрестностной модели, обозначаемые *G* и *F* соответственно, в общем случае недетерминированные; данные функции могут быть произвольного вида (билинейные, полиномиальные), в линейном случае представимы в виде систем линейных уравнений;

- начальное состояние Х [0] модели.

Переменные в уравнениях (1.5) в динамическом случае снабжаются индексом зависимости от времени, *t* + 1 в левой части и *t* в правой. Рассмотрим запись уравнений в линейном и нелинейном случае подробнее.

Согласно работам [80, 90], в линейном случае функции пересчета можно представить в виде системы, заданной формулой (1.9), состоящую из линейных уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{x \in O_x[t+1, a_i]} w_x[t+1, a_i, \alpha] x[t+1, \alpha] = \\ = \sum_{x \in O_x[t, a_i]} w_x[t, a_i, \alpha] x[t, \alpha] + \sum_{\beta \in O_v[t, a_i]} w_v[t, a_i, \beta] v[t, \beta], \\ \sum_{y \in O_y[t+1, a_i]} w_y[t+1, a_i, \gamma] y[t+1, \gamma] = \\ = \sum_{x \in O_x[t, a_i]} w_x[t, a_i, \alpha] x[t, \alpha] + \sum_{\beta \in O_v[t, a_i]} w_v[t, a_i, \beta] v[t, \beta], \end{cases}$$
(1.9)

где входы  $v_i$ , состояния  $x_i$  и выходы  $y_i$  в узле  $a_i$ , а также соответствующие окрестности узла  $a_i$  по управлениям  $O_v$ , состояниям  $O_x$ , выходам  $O_y$  зависят в левой части от момента времени t + 1, а в правой части от момента времени t.  $w_x[t, a_i, \alpha], w_v[t, a_i, \beta], w_y[t + 1, a_i, \gamma]$  представляют собой матрицыпараметры, при этом  $\alpha, \beta, \gamma \in A$ , где A – множество узлов.

В матричном представлении формула (1.9) записывается как (1.10) и принимает следующий вид:

$$\begin{cases} W_x[t+1] \cdot X[t+1] = W_x[t] \cdot X[t] + W_v[t] \cdot V[t] \\ W_y[t+1] \cdot Y[t+1] = W_x[t] \cdot X[t] + W_v[t] \cdot V[t] \end{cases}$$
(1.10)

В случае, когда функции пересчета *G* и *F* являются нелинейными, формула (1.10) представляется в виде (1.11):

$$\begin{cases} W_x[t+1] \cdot X[t+1] = G(X[t], V[t]) \\ W_y[t+1] \cdot Y[t+1] = F(X[t], V[t]) \end{cases}$$
(1.11)

#### 1.3 Нечеткие окрестностные модели

Дальнейшее развитие методов, связанных с окрестностными системами, показало, что во многих случаях качество окрестностной модели улучшается при переходе к нечетким версиям [14, 28, 30, 52, 80, 86, 87]. В качестве примера нечеткой окрестностной модели рассмотрим статическую нечеткую билинейную модель. В работах [47-52] для оценки степени влияния узлов системы друг на друга использовалась введенная матрица структуры. Предложенная общая билинейная окрестностная модель, основанная на указанной матрице, содержит в себе информацию о нечеткой степени взаимного влияния узлов системы. Это отличает нечеткую билинейную модель от классической билинейной окрестностной модели, которая учитывает только отсутствие или наличие связей между компонентами системы (значение 1 – связь есть, значение 0 – связи нет). В работах [47, 49, 51], в частности, описаны классы четко-окрестностных и нечеткоокрестностных систем, на основе введенной матрицы структур возможно изменение структуры модели при помощи изменения элементов матрицы с целью улучшения результатов моделирования, идентификации и управления.

Заданная матрица структуры связей R состоит из элементов матриц  $O_v$ (матрица окрестностей по входу),  $O_x$  (матрица окрестностей по состоянию) и  $O_x \times O_v$  – матрица с результатом операции построчного элементного умножения матриц  $O_x$  и  $O_v$  с последующим блочным транспонированием:

$$R = [R_x \ R_v \ R_{xv}] = [O_x \ O_v \ (O_x \times O_v)^T].$$
(1.12)

Полученная в работах [47, 49, 51] общая билинейная окрестностная модель на основе структуры связей имеет вид, представленный формулой (1.13):

 $(R_x \otimes W_x) \cdot X + (R_v \otimes W_v) \cdot V + (R_{xv} \otimes W_{xv})^T * V \cdot X = 0,$  (1.13) где

- Х обозначает вектор состояний билинейной окрестностной системы,

- V обозначает вектор управлений билинейной окрестностной системы,

- блоки матрицы структуры R из формулы (1.12)  $R_x$ ,  $R_v$  и  $R_{xv}$  показывают характер связей узлов системы,

- матрицы  $W_x$ ,  $W_v$  и  $W_{xv}$  показывают параметры узлов системы.

Из (1.13) видим, что операции над матрицами представлены тремя вариантами умножения:

- знак 🛇 обозначает поэлементное матричное умножение,

- знак · обозначает стандартное произведение матриц,

- знак \* обозначает перемножение блочной матрицы и вектора.

Матрица структуры вводится в окрестностную модель вида (1.8), в которой набор *N*, описывающий окрестностную модель, будет иметь вид (1.14)

 $N = (A, R), \tag{1.14}$ 

где A определяет множество узлов. Формула (1.14) показывает, что в данном случае структура определяется, помимо набора узлов, не постоянным набором окрестностей по состояниям, управлениям и выходам ( $O_x, O_v, O_y$ ), а вычисляемой матрицей структуры R.

Результаты моделирования показывают, что окрестностные модели обеспечивают лучший результат по сравнению с классическими моделями согласно среднеквадратическому критерию качества и средних относительных отклонений [47-52]. Введение нечеткости по окрестности за счет матрицы структур улучшает значение показателя качества построенной окрестностной модели.

#### 1.4 Окрестностные структуры

С точки зрения работ [39-42] окрестностные система может быть альтернативным образом описана с помощью окрестностной структуры – оснащенного орграфа (см. [2, 25, 44]), описывающего связи в системе на уровне формализованной технологической схемы, каждая из вершин которого набором снабжена переменных состояния, входов или выходов. Окрестностная система на формальном уровне (то есть на уровне абстрактных без конкретизации ИХ типов) уравнений. полностью определяется окрестностной структурой. В частности, для уравнений, линейных по параметрам (например, произвольных линейных или полиномиальных) окрестностная структура задает вид этих уравнений для дальнейшей параметрической идентификации.

Понятия окрестностной структуры и соответствующей окрестностной системы возникли как обобщение метода сеток и особенно удобны в тех случаях, когда дискретная система общего вида, соответствующая какой-либо конкретной задаче, является сильно разреженной.

Согласно [39-42], окрестностная структура  $\mathfrak{N} = \mathfrak{N}(V)$  над конечным множеством V -это связный орграф  $\mathfrak{N} = (V; E)$ , содержащий вершины  $V = U \sqcup X \sqcup W$  трех типов: входы U, узлы X и выходы W, при этом:

- каждый вход  $u \in U$  имеет только выходящие дуги вида e(u, \*), где  $* \in X \sqcup W$ ;

- каждый выход  $w \in W$  имеет только входящие дуги вида e(\*, w), где \*  $\in U \sqcup X$ ;

- каждый узел  $x \in X$  имеет входящие и выходящие дуги;

- каждый узел  $x \in X$  может иметь петлю e(x, x), которая считается и входящей и выходящей дугой;

– любые два узла  $x', x'' \in X$  соединены не более чем двумя дугами вида e(x', x'') и e(x'', x').

Дуги окрестностной структуры мы называем также связями. На рисунках узлы изображаются окружностями, входы и выходы – квадратами. Все входы разделяются на два класса: внутренние управляемые входы U и внешние неуправляемые входы  $\hat{U}$ .

Краткое определение для окрестностной структуры без вводимых обозначений звучит так: окрестностная структура — это орграф без изолированных вершин, в котором каждые две вершины соединены не более чем двумя противоположно ориентированными дугами, при этом допускаются петли и каждая петля считается одновременно входящей и выходящей дугой.

Окрестностная система, ассоциированная с окрестностной структурой  $\Re(V)$ , состоит из уравнений для узлов и выходов структуры [39-42], при этом:

- каждому входу  $u_i$ , узлу  $x_i$  и выходу  $w_i$  соответствует некоторая (скалярная или векторная) переменная U(i), X(i) и W(i);

- каждому узлу x<sub>i</sub> и каждому выходу w<sub>i</sub> соответствует некоторое
 (скалярное или векторное) уравнение;

уравнение для каждого узла x<sub>i</sub> содержит только переменные,
 соответствующие входящим в этот узел вершинам из U и X;

– уравнение для каждого выхода *w<sub>i</sub>* содержит только переменные, соответствующие входящим в этот выход вершинам из *U* и *X*.

В общем случае уравнения окрестностной системы могут быть явными или неявными, статическими или динамическими; динамические уравнения могут быть дискретными или непрерывными. Обычно предполагается, что все уравнения окрестностной системы являются дискретно-динамическими уравнениями вида  $X^{t+1}(i) = F_i^t(*)$  (для узлов) и  $W^t(i) = C_i^t(*)$  (для выходов). В зависимости от наличия или отсутствия петли e(i, i) уравнение для *i*-го узла  $X^{t+1}(i) = F_i^t(*)$  содержат или не содержат переменную этого узла  $X^t(i)$  в правой части.

Статическая окрестностная система имеет вид (см. [40])

$$\begin{cases} X(i) = F_i(X_+(i)), & i \in V, \\ W(j) = C_j(W_+(j)), & j \in W \end{cases},$$
(1.15)

где X(i) и W(j) – состояние и выход для узла,  $X_+(i)$  – мультипеременная состояния всех источников  $v_i^+$  узла  $v_i \in V$  (аналогично получаем выходы по мультипеременной  $W_+(j)$ ),  $F_i$  и  $C_j$  – операторы системы. Согласно терминологии теории графов (см. [2, 25, 44]) источниками вершины называют все входящие в нее вершины (стоками – все исходящие вершины). Подразумевается, что все узлы, т.е. вершины из множества V, имеют источники и стоки, однако для записи системы нас интересуют только источники.

Развернутый вид формулы (1.15) выглядит как (1.16)

$$\begin{cases} X(i) = F_i(X(k)|k \in v_i^+), & i \in V, \\ W(j) = C_j(X(k)|k \in w_j^+), & j \in W \end{cases}$$
(1.16)

Аналогично записи (1.15) получаем формулу (1.17) в случае динамической окрестностной системы (с динамикой по времени):

$$\begin{cases} X^{t+1}(i) = F_i(X^t_+(i)), & i \in V, \\ W^{t+1}(j) = C_j(W^t_+(j)), & j \in W \end{cases},$$
(1.17)

данный вид записи может интерпретироваться как классическая дискретная система управления [1, 26, 46]. Развернутый вид (1.17) выглядит как (1.18)

$$\begin{cases} X^{t+1}(i) = F_i(X^t(k)|k \in v_i^+), & i \in V, \\ W^{t+1}(j) = C_j(X^t(k)|k \in w_j^+), & j \in W \end{cases}$$
(1.18)

Остановимся подробнее на этапах построения окрестностной модели в контексте использования понятия окрестностной структуры. Первым этапом структурная идентификация, построение самой является то есть окрестностной структуры (обычно это формализация технологической схемы Структурная идентификация моделируемого процесса). систем рассматриваются в различных источниках с разных точек зрения, например классические [23, 24, 38, 109] и современные [34, 79], однако смысл термина «структурная идентификация» не определен однозначно и варьируется в разных публикациях.

Структурная идентификация окрестностных систем может содержать в два этапа [40]: метаструктурный и инфраструктурный. На первом этапе формализация происходит моделируемого процесса, построение окрестностной структуры в виде орграфа, указываются типы взаимодействий между узлами и переменные модели. На втором этапе происходит выбор типа уравнений модели, при необходимости сводится к минимуму количество неопределённых коэффициентов. После прохождения данных этапов происходит переход к параметрической идентификации [18, 21, 22, 37, 45], в результате чего получаем реализацию окрестностной системы в виде аналитической записи с конкретизированными функциями и операторами. Обобщая вышесказанное, получаем следующее: по исходным данным строится окрестностная структура (в виде орграфа), наилучшим образом отражающая в моделируемом объекте или процессе наиболее важные вершины и связи. По полученной структуре строится окрестностная система (статическая или динамическая), в зависимости от требований задачи.

Рассмотрим на конкретном примере запись окрестностной модели. Для окрестностной структуры на рисунке 1.1 построим динамическую окрестностную систему вида (1.17). Построенная система представлена формулой (1.19).



Рисунок 1.1 – Пример окрестностной структуры (3 входа, 6 узлов и 2 выхода)

$$\begin{cases} X^{t+1}(4) = F_4(U^t(1), X^t(5)), \\ X^{t+1}(5) = F_5(U^t(2), X^t(4)), \\ X^{t+1}(6) = F_6(U^t(2), X^t(5), X^t(6)), \\ X^{t+1}(7) = F_7(U^t(3), X^t(9)), \\ X^{t+1}(8) = F_8(X^t(4), X^t(5), X^t(6)), \\ X^{t+1}(9) = F_9(U^t(3), X^t(8), X^t(9)), \\ W^{t+1}(10) = C_{10}(X^t(8)), \\ W^{t+1}(11) = C_{11}(X^t(8), X^t(9)). \end{cases}$$
(1.19)

#### 1.5 Обзор приложений динамических окрестностных моделей

Рассмотрим некоторые примеры приложения динамических окрестностных моделей, а именно, в задаче моделирования процесса очистки сточных вод [33, 57, 92] и задаче моделирования износа элементов мостового сооружения [19, 20].

В первом примере рассмотрим задачу моделирование процесса очистки сточных вод (см. [92]). Рассмотрим окрестностную структуру (орграф) динамической окрестностной модели процесса очистки сточных вод. На основе графа (рисунок 1.2) выделяются крупные узлы процесса, строится система уравнений, связывающая входы, состояния и выходы модели.



Рисунок 1.2 – Вид графа динамической окрестностной модели процесса очистки сточных вод

Узлы для рассматриваемой окрестностной модели представлены на рисунке овалами  $a_1, ..., a_5$  и задаются в виде множества  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ . Узлу входных данных соответствует  $a_1$ , узлу первичных отстойников соответствует  $a_2$ , узлу усреднителя соответствует  $a_3$ , узлу биореактора № 1 соответствует  $a_4$ , узлу биореактора № 2 соответствует  $a_5$ . Входы представлены для каждого узла представлены как  $v_{ij}$ , состояния узлов записаны как  $x_{ij}$ , выходы узла  $a_5$  представлены как  $y_{ij}$ .

Общий вид формулы состояния каждого промежуточного узла *i* с учетом входов  $v_{i1}, ..., v_{i7}$  записывается на основе (1.5) и представлен формулой (1.20):

$$x_{ij}(t+1) = \varphi_{ij}(v_{i1}(t), v_{i2}(t), v_{i3}(t), \dots, v_{i7}(t)),$$
(1.20)

в результате получаем систему

$$\begin{aligned} &(x_{i1}(t+1) = \varphi_{i1}(v_{i1}(t), v_{i2}(t), v_{i3}(t), \dots, v_{i7}(t)), \\ &x_{i2}(t+1) = \varphi_{i2}(v_{i1}(t), v_{i2}(t), v_{i3}(t), \dots, v_{i7}(t)), \\ &x_{i3}(t+1) = \varphi_{i3}(v_{i1}(t), v_{i2}(t), v_{i3}(t), \dots, v_{i7}(t)), \\ &x_{i4}(t+1) = \varphi_{i4}(v_{i1}(t), v_{i2}(t), v_{i3}(t), \dots, v_{i7}(t)), \\ &x_{i5}(t+1) = \varphi_{i5}(v_{i1}(t), v_{i2}(t), v_{i3}(t), \dots, v_{i7}(t)), \\ &x_{i6}(t+1) = \varphi_{i6}(v_{i1}(t), v_{i2}(t), v_{i3}(t), \dots, v_{i7}(t)), \\ &x_{i7}(t+1) = \varphi_{i7}(v_{i1}(t), v_{i2}(t), v_{i3}(t), \dots, v_{i7}(t)), \end{aligned}$$

где  $\varphi_{ij}$  – функции пересчета состояний, при этом индексы i = 1, ..., 4, j = 1, ..., 7,  $v_{ij}(t)$  и  $x_{ij}(t+1)$  – входы и состояния в соответствующие моменты времени.

Уравнения для выхода  $a_5$  (выходной узел) получаем в виде системы:

$$\begin{aligned} (y_{51}(t+1) &= \varphi_{51} (v_{51}(t), v_{52}(t), v_{53}(t), \dots, v_{57}(t)), \\ y_{52}(t+1) &= \varphi_{52} (v_{51}(t), v_{52}(t), v_{53}(t), \dots, v_{57}(t)), \\ y_{53}(t+1) &= \varphi_{53} (v_{51}(t), v_{52}(t), v_{53}(t), \dots, v_{57}(t)), \\ y_{54}(t+1) &= \varphi_{54} (v_{51}(t), v_{52}(t), v_{53}(t), \dots, v_{57}(t)), \\ y_{55}(t+1) &= \varphi_{55} (v_{51}(t), v_{52}(t), v_{53}(t), \dots, v_{57}(t)), \\ y_{56}(t+1) &= \varphi_{56} (v_{51}(t), v_{52}(t), v_{53}(t), \dots, v_{57}(t)), \\ y_{57}(t+1) &= \varphi_{57} (v_{51}(t), v_{52}(t), v_{53}(t), \dots, v_{57}(t)), \end{aligned}$$

где  $\varphi_{5j}$  – функции пересчета выходов, при этом j = 1, ..., 7.

Первоначально рассматривался переход от общей к линейной динамической окрестностной модели, однако в этом случае результаты моделирования приводят к большой средней относительной ошибке идентификации. По этой причине была рассмотрена квадратичная динамическая окрестностная модель.

Вид формулы состояния каждого промежуточного узла *i* квадратичной динамической окрестностной модели задается следующим образом:

 $x_{ip}(t+1) = a_{ip0} + \sum_{j=1}^{7} a_{ipj} \cdot v_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{7} \sum_{j=k}^{7} a_{ipkj} \cdot v_{ik}(t) \cdot v_{ij}(t), \quad (1.23)$ где i = 1, ..., 4; j = 1, ..., 7; p = 1, ..., 7.

Выходы узла *a*<sub>5</sub> (выходной узел) квадратичной динамической окрестностной модели получаем в виде:

 $y_{5p}(t+1) = a_{5p0} + \sum_{j=1}^{7} a_{5pj} \cdot v_{5j}(t) + \sum_{k=1}^{7} \sum_{j=k}^{7} a_{5pkj} \cdot v_{5k}(t) \cdot v_{5j}(t)$  (1.24) где p = 1, ..., 7.

На основании вычисления абсолютной ошибки (A = 4,69 %) можно сделать вывод, что для прогнозирования состава сточных вод, сбрасываемых в водоем, можно рекомендовать квадратичную динамическую окрестностную модель.

Во втором примере рассмотрим задачу моделирование процессов износа элементов мостового сооружения (см. [19, 20]. Рассмотрим окрестностную структуру (орграф) динамической окрестностной модели износа элементов мостового сооружения (рисунок 1.3). На основе графа выделяются крупные

узлы процесса, строится система уравнений, связывающая входы, состояния и выходы модели.



Рисунок 1.3 – Вид графа динамической окрестностной модели износа элементов мостового сооружения

Узлы для рассматриваемой окрестностной модели представлены на рисунке овалами  $a_0, ..., a_6$  и задаются в виде множества  $A = \{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ . Узлу входных данных соответствует  $a_0$ , узлу первого участка моста соответствует  $a_1$ , узлу второго участка моста соответствует  $a_2$ , узлу третьего участка моста соответствует  $a_3$ , узлу четвертого участка моста соответствует  $a_4$ , узлу пятого участка моста соответствует  $a_5$ , узлу общего износа участков моста соответствует  $a_6$ .

В самих узлах износу асфальтобетонного покрытия соответствует состояние  $x_{i1}$ , износу деформационных швов соответствует состояние  $x_{i2}$ , износу водоотвода соответствует состояние  $x_{i3}$ , износу гидроизоляции соответствует состояние  $x_{i4}$ , износу плит проезжей части соответствует состояние  $x_{i5}$ , износу въездного приспособления соответствует состояние  $x_{i6}$ .

Согласно теории окрестностного моделирования, предложена система формул (1.25) для вычисления состояния каждого промежуточного узла *i*:

$$\begin{cases} x_{ij}(t+1) = \varphi_{ij} \Big( v_{11}(t), v_{21}(t), x_{i1}(t), \dots, x_{i6}(t), v_{i1}(t), \dots, v_{i6}(t) \Big), \\ x_{17}(t+1) = \varphi_{i6} \Big( x_{11}(t), \dots, x_{16}(t) \Big), \\ \dots \\ x_{57}(t+1) = \varphi_{i6} \Big( x_{51}(t), \dots, x_{56}(t) \Big), \end{cases}$$
(1.25)

где  $\varphi_{ij}$  – функции пересчета состояний, при этом индексы i = 1, ..., 5,  $j = 1, ..., 6, v_{ij}(t), x_{ij}(t)$  и  $x_{ij}(t+1)$  – входы (v) и состояния (x) в соответствующие моменты времени t и t + 1.

Выходы узла *a*<sub>6</sub> (выходной узел, характеризует общий износ участков моста) вычисляется по формуле:

$$y_6(t) = \psi_{51}(x_{17}(t), \dots, x_{57}(t)).$$
(1.26)

Далее рассматривается переход от общей к линейной динамической окрестностной модели, вычислена средняя абсолютная ошибка идентификации A = 1,37 %, что показывает адекватность модели и использования соответствующих возможность ee для процессов моделирования. Формула (1.27) показывает линейный вид полученной модели износа элементов мостового сооружения:

$$\begin{cases} x_{ij}(t+1) = a_{i0} + a_{i1} \cdot v_{11}(t) + a_{i2} \cdot v_{21}(t) + a_{i3} \cdot x_{i1}(t) + \dots + \\ + a_{i8} \cdot x_{i6}(t) + a_{i9} \cdot v_{i1}(t) + \dots + a_{i14} \cdot v_{i6}(t), \\ x_{17}(t+1) = a_{60} + a_{61} \cdot x_{11}(t) + \dots + a_{66} \cdot x_{16}(t), \\ & \dots \\ x_{57}(t+1) = a_{100} + a_{101} \cdot x_{51}(t) + \dots + a_{106} \cdot x_{56}(t), \\ y_{6}(t) = b_{60} + b_{61} \cdot x_{17}(t) + \dots + b_{101} \cdot x_{57}(t). \end{cases}$$
(1.27)

#### 1.6 Постановка задачи исследования

В предыдущих разделах данной главы дано описание окрестностных структур и систем, статических и динамических окрестностных моделей, в том числе с переменными окрестностями. Окрестностные модели успешно используются при описании процессов и объектов сложной природы. Динамические окрестностные модели обычно применяются для описания изменений свойств объекта во времени, при этом движение в пространстве не учитывается либо ввиду неподвижности объекта, либо ввиду несущественности его движения в пространстве в рамках задачи. Построение динамической окрестностной модели с учетом движения объекта в пространстве позволяет описать свойства движущихся объектов протяженной длины, подвергающихся последовательной обработке.

В работе определяются и изучаются динамические окрестностные модели, позволяющие описывать процессы обработки движущихся протяженных объектов неподвижными устройствами обработки. Рассматриваются построенные общие модели с дальнейшей адаптацией к задачам проката горячекатаной полосы и логистики.

Целью диссертационной работы является разработка и исследование математических моделей и алгоритмов последовательной обработки движущихся протяженных объектов с заданными целевыми параметрами выхода на основе методов окрестностного моделирования. В рамках данного исследования были поставлены и решены следующие задачи:

1. Обзор существующих классов динамических окрестностных моделей, в том числе моделей с переменными окрестностями.

2. Построение окрестностных моделей процесса обработки движущегося объекта в переменных Лагранжа и переменных Эйлера, в том числе для случая последовательной обработки протяженного объекта, сравнительный анализ построенных моделей.

3. Разработка алгоритмов и численных методов расчета детерминированного и управляемого изменения параметров движущегося протяженного объекта на пассивных и активных стадиях процесса обработки.

4. Применение разработанных математических моделей и алгоритмов последовательной обработки в производственных задачах, в том числе в некоторых задачах логистики.

5. Разработка программных модулей, реализующих алгоритмы и численные методы расчета управляемого и детерминированного изменения параметров протяженного объекта на активных и пассивных этапах процесса обработки.

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДВИЖУЩИХСЯ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

В данной главе рассматриваются динамические окрестностные модели поступательного движения в координатах Лагранжа и Эйлера, фазовые и динамические окрестностные структуры, приводится постановка задачи обработки движущегося одномерного объекта, представлены разработанные модели последовательной обработки в координатах Лагранжа и Эйлера.

# 2.1 Динамическая окрестностная модель поступательного движения в координатах Лагранжа и Эйлера

Рассмотрим задачу построения дискретной окрестностной модели поступательного движения объекта, который представляет собой твердое тело, в пространстве, при котором изменение состояния объекта является результатом некоторого внутреннего детерминированного процесса и внешних управляющих воздействий в некоторой неподвижной области пространства при прохождении объектом этой области. В математической модели движущимся объектом является зависящая от времени область  $\Omega_X^t \subset \mathbb{R}^3$ , управление осуществляется в неподвижной области  $\Omega_U \subset \mathbb{R}^3$ , поступательное движение задается вектор-функцией  $S^t$ ,  $S^0 = 0 \in \mathbb{R}^3$ . Траектории всех точек тела параллельны траектории S(t):  $\Omega_X^t = \Omega_X^0 + S^t$ . Состояние тела описывается скалярным, векторным или тензорным полем  $X^t(\omega), \omega \in \Omega_X^t$ .

При переходе к дискретной окрестностной модели пространство  $\mathbb{R}^3$ заменяется решеткой  $\mathbb{Z}^3 = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ , движущийся объект и область управлений заменятся (с сохранением введенных обозначений) подмножествами точек решетки  $\Omega_X^t \subset \mathbb{Z}^3$  и  $\Omega_U \subset \mathbb{Z}^3$ , траектория поступательного движения  $S^t$ ,  $t \in [0, T]$  – последовательностью узлов решетки  $S^t$ , t = 0,1,...,T такой, что  $S^{t+1} = S^t + \Delta^t$ , где  $\Delta^t$  – вектор сдвига в момент времени t, все координаты которого могут принимать значения -1,0,1. Это условие означает, что каждый сдвиг происходит в пределах элементарного куба решетки

- по ребру, в этом случае получается одна ненулевая компонента,

- по диагонали одной из граней куба, в этом случае получаются две ненулевых компоненты

- по большой диагонали куба, в этом случае нет нулевых компонент. Возможно ограничиться сдвигами только по ребрам кубов или наоборот, допустить в качестве сдвигов произвольные векторы решетки, но указанный вариант аппроксимации непрерывной траектории *S<sup>t</sup>* технически наиболее удобен.

Окрестностную модель, описывающую поступательное движение объекта, детерминированное изменение переменных состояния объекта во все моменты времени (такое изменение в дальнейшем именуется как «самодействие») и действие устройств обработки  $\Omega_U^t$  можно реализовать в системах координат Лагранжа или Эйлера.

В координатах Лагранжа, связанных с объектом, объект неподвижен (то есть  $\Omega_X$  не зависит от времени) и действие устройств обработки в области  $\Omega_U^t$  (теперь зависящей от времени) происходит при условии  $\Omega_U^t \cap \Omega_X \neq \emptyset$ .

В случае координат Эйлера действие устройств обработки происходит при условии  $\Omega_U \cap \Omega_X^t \neq \emptyset$ .

Общая графическая иллюстрация обработки объекта в координатах Лагранжа и Эйлера изображены схематично на рисунке 2.1 и рисунке 2.2 соответственно. На данных рисунках движение объекта или устройств обработки в соответствующих координатах изображено направленной стрелкой, при появлении зоны обработки объекта устройствами обработки множества пересекаются, это отмечено штриховкой на рисунках.



Рисунок 2.1 – Графическая иллюстрация обработки объекта в координатах Лагранжа



Рисунок 2.2 – Графическая иллюстрация обработки объекта в координатах Эйлера

Устройства обработки Ω<sub>U</sub> интерпретируются как управляющие входы моделей.

#### 2.1.1 Случай отсутствия управляющих воздействий

В системе координат Лагранжа, то есть в решетке  $\mathbb{Z}^3$ , движущейся вместе с телом, объект неподвижен, то есть  $\Omega_X^t = \Omega_X^0 = \Omega_X$ . Динамическая окрестностная система в общем случае имеет вид

$$X^{t+1}(\omega) = F^t_{\omega}(X^t(O^t_X(\omega))), \ \omega \in \Omega_X,$$
(2.1)

где  $O_X^t(\omega)$  – *окрестность* точки  $\omega$ , которая в общем случае является переменной, то есть множество всех точек  $\omega' \in \Omega_X$ , состояния которых влияют на изменение состояния точки  $\omega$ . В динамической окрестностной системе это

множество в общем случае зависит от момента дискретного времени t. В орграфе динамической окрестностной структуры переменная окрестность  $O_X^t(\omega)$  состоит из всех вершин-источников для  $\omega$ , включая саму вершину  $\omega$ , если в  $\omega$  есть петля.

В неподвижной системе координат Эйлера, когда объект движется по закону  $\Omega_X^t = \Omega_X^0 + S^t$ , сдвиги  $\Delta^t$  участвуют в записи окрестностной системы:

$$X^{t+1}(\omega + \Delta^t) = F^t_{\omega}(X^t(O^t_X(\omega))), \ \omega \in \Omega^t_X.$$
(2.2)

#### 2.1.2 Случай с управляющими воздействиями

В случае зависящих от времени управляющих воздействий  $U^t(\omega)$ , определенных для узлов  $\omega \in \Omega^t_U \subset \mathbb{Z}^3$  из области обработки, движущейся по закону  $\Omega^t_U = \Omega^0_U - S^t$  относительно системы координат, окрестностная система в координатах Лагранжа имеет вид

 $X^{t+1}(\omega) = F^t_{\omega}(X^t(O^t_X(\omega)), U^t(\omega - \Delta^t)), \ \omega \in \Omega_X,$ (2.3) где  $U^t(\omega - \Delta^t) = 0$  если  $\omega - \Delta^t \notin \Omega^t_U$ .

В случае зависящих от времени управляющих воздействий  $U^t(\omega)$ , определенных для неподвижных узлов  $\omega \in \Omega_U \subset \mathbb{Z}^3$ , окрестностная система в координатах Эйлера имеет вид

$$X^{t+1}(\omega + \Delta^{t}) = F^{t}_{\omega}(X^{t}(O^{t}_{X}(\omega), U^{t}(\omega)), \ \omega \in \Omega^{t}_{X},$$
(2.4)  
где  $U^{t}(\omega) = 0$  если  $\omega \notin \Omega_{U}.$ 

Можно сделать вывод, что в координатах Лагранжа окрестностная система без управления имеет более простой вид, но в случае систем с управлением более простой с точки зрения задачи синтеза управления будет окрестностная система в координатах Эйлера.

#### 2.1.3 Случай аддитивных управляющих воздействий

С точки зрения приложений рассматриваемых моделей аддитивный

случай является самым распространенным.

В случае зависящих от времени аддитивных управляющих воздействий  $U^t(\omega)$ , определенных для узлов  $\omega \in \Omega^t_U \subset \mathbb{Z}^3$  из области обработки, движущейся по закону  $\Omega^t_U = \Omega^0_U - S^t$  относительно системы координат, окрестностная система в координатах Лагранжа имеет вид

$$X^{t+1}(\omega) = F^t_{\omega}(X^t(O^t_X(\omega))) + U^t(\omega - \Delta^t), \ \omega \in \Omega_X,$$
(2.5)  
где  $U^t(\omega - \Delta^t) = 0$  если  $\omega - \Delta^t \notin \Omega^t_U$ .

В случае зависящих от времени аддитивных управляющих воздействий  $U^t(\omega)$ , определенных для неподвижных узлов  $\omega \in \Omega_U \subset \mathbb{Z}^3$ , окрестностная система в координатах Эйлера имеет вид

 $X^{t+1}(\omega + \Delta^t) = F^t_{\omega}(X^t(O^t_X(\omega))) + U^t(\omega), \ \omega \in \Omega^t_X,$ (2.6) где  $U^t(\omega) = 0$  если  $\omega \notin \Omega_U.$ 

Наиболее важный для дальнейшего случай одномерной модели, то есть движения протяженного объекта по прямой (в этом случае  $\Omega_X, \Omega_U \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$ ) можно интерпретировать как последовательную (конвейерную) обработку движущегося протяженного объекта.

#### 2.2 Фазовые и динамические окрестностные структуры

Окрестностные структуры и системы являются удобным способом представления системы управления в пространстве состояний в случае, когда зависимости между переменными являются разреженными, например, в линейном случае это системы с разреженной матрицей коэффициентов. Напомним, что окрестностная структура представлена орграфом, содержащим вершины и связи между ними. Данный орграф является оснащенным, с его вершинами ассоциированы переменные моделируемого объекта, которые могут быть представлены в скалярном или векторном виде. Выделяют три вида вершин окрестностной структуры: входы, узлы и выходы. При задании орграфа в виде рисунка входы и выходы изображены в виде квадратов, а узлы – окружностями.

Заданной окрестностной структуре однозначно соответствует абстрактная окрестностная система, в другой терминологии (см. [40]) – окрестностная «метасистема». Такая абстрактная система представляет собой прототип записи конкретной окрестностной системы, в которой типы уравнений либо полностью заданы, либо заданы с точностью до неизвестных параметров. Сами уравнения абстрактной окрестностной системы могут быть статическими или динамическими, линейными, полиномиальными и т.д., а связи между переменными модели однозначно определяются построенной окрестностной структурой.

Окрестностные структуры, соответствующие дискретным динамическим системам, представляют собой произведения фазовой окрестностной структуры на конечное или счетное множество моментов времени, при этом все дуги фазовой структуры получают дополнительную составляющую, соответствующую сдвигу по времени. Подобный пример перехода указан на рисунке 2.3.

Петли фазовой структуры становятся вертикальными дугами динамической. На рисунке 2.3 дополнительно предполагается, что нижние входы фазовой структуры действуют только в начальный момент времени, а верхние выходы – только в конечный момент времени. Без этого условия дуги от каждого нижнего входа динамической структуры должны были бы идти в каждый из вертикально расположенных над ним узлов и, в свою очередь, каждый из этих узлов должен был бы иметь дугу, идущую в расположенный Два изолированных фрагмента вверху над НИМ выход. структуры соответствуют тому, что последние по времени состояния краевых узлов, полученные от входов, не успевают повлиять на внутренние узлы.

36


Рисунок 2.3 – Фазовая и соответствующая динамическая окрестностные структуры

На рисунке 2.3 динамическая окрестностная структура соответствует явной разностной схеме для уравнения теплопроводности на отрезке с краевыми условиями на концах отрезка. Неявная разностная схема для уравнения теплопроводности также может быть интерпретирована на языке окрестностных структур и систем, но в этом случае динамические уравнения становятся неявными при условии, что их левые части относятся к моменту времени t + 1, а правые – к моменту t [43].

В динамическом случае окрестности, участвующие в записи окрестностной системы, в общем случае могут зависеть от времени. В случае окрестностных структур это означает, что динамическая окрестностная структура не является произведением фазовой структура на дискретное время (в том смысле, как было описано выше), и, более того, в данном контексте понятие фазовой структуры, вообще говоря, не определено. Тем не менее, во многих важных случаях, когда зависимость окрестностей от времени устроена не слишком сложно, для визуализации динамического процесса в виде орграфа можно рассматривать модифицированную фазовую окрестностную структуру, в которой некоторые из связей снабжены дополнительным индексом зависимости от времени.

#### 2.3 Задача обработки движущегося протяженного объекта

Одной из причин для рассмотрения окрестностных моделей последовательной обработки движущегося протяженного объекта является возможность их применения для решения известной задачи моделирования процесса принудительного охлаждения горячекатаной полосы на отводящем рольганге посредством душирующих установок [114, 115, 118].

Рассмотрим следующую абстрактную постановку задачи обработки движущегося объекта последовательной протяженного неподвижными управляющими устройствами. Предполагается, что свойства объекта на входе в зоны обработки характеризуются одномерным случайным процессом и, в общем случае, объект обладает самодействием, т.е. профиль свойств объекта изменяется детерминировано, по известному закону. В задаче охлаждения горячекатаной полосы одномерный случайный процесс – это регистрируемая пирометром температура на входе, а самодействие соответствует процессам внутреннего теплообмена. Опишем окрестностные структуры для двух дискретных моделей последовательной обработки движущегося объекта. В первой модели используются переменные Эйлера, неподвижными зонами обработки. Во второй модели связанные с используются переменные Лагранжа, связанные с движущимся объектом. Далее на основании этих структур будут записаны дискретные динамические системы.

Конечной целью является получение некоторого заранее заданного профиля свойств объекта на выходе из зон обработки. В задаче охлаждения

горячекатаной полосы такой целью является требуемый профиль температуры смотки.

Ввиду абстрактной постановки задачи полученная окрестностная модель не ограничивается металлургическим производством и может иметь приложения в различных в производственных задачах, где присутствует последовательная обработка объекта, например, в задачах организации перевозок, цементном производстве. Так, в контексте задач логистики [3] протяженный объект может быть представлен В виде колонны грузоперевозчиков или вагонов, идущих друг за другом, набор данных объекта (единиц груза), количество палет перевозимых ЭТО каждым грузовиком/вагоном, управляющие устройства – склады для разгрузки или получения единиц груза.

В дискретной версии рассматриваемой задачи предполагается, что объект представляет собой линейную последовательность фрагментов и свойства очередного фрагмента, поступающего на вход в зону обработки, характеризуются одномерной случайной функцией дискретного времени (входным профилем). Значение этой функции измеряется на входе. Свойства объекта на выходе из зон обработки заданы в виде некоторой целевой функции Предполагается, что обработка происходит на трех (целевого профиля). участках (зонах), при этом на первом и последнем (третьем) участках изменения текущего профиля свойств являются пассивными и описываются заданными детерминированными моделями, не содержащими переменных управления, а во время прохождения второго участка на каждый фрагмент объекта последовательно действуют управляющие устройства. В случае аддитивной обработки результаты этих действий суммируются. Задача управления (обработки) состоит в динамическом генерировании режимов включения и выключения управляющих устройств с целью получения на выходе профиля свойств, максимально близкого к целевому профилю.

Обобщим сказанное и рассмотрим задачу последовательной обработки движущегося протяженного объекта неподвижными устройствами. Свойства

объекта по длине характеризуются функцией одной переменной (одномерный «входной профиль»). Участки обработки разделены на три последовательные зоны – начальную (пассивную) с  $n_1$  узлами, среднюю (активную) с  $n_2$  узлами и конечную (пассивную) с узлами. Активная зона  $n_3$ содержит последовательность управляющих устройств  $u_{n_1+1}, ..., u_{n_1+n_2}$ , в пассивных зонах управляющих устройств нет. Профиль протяженного объекта на входе или заранее известен, или становится известным по мере входа объекта в зону обработки (случайный процесс). В пассивных зонах профиль объекта изменяется детерминировано, по известному закону, это детерминированное изменение в дальнейшем называется «самодействием» объекта (при этом в самодействие могут включаться и неуправляемые влияния внешней среды). В активной профиль изменяется результате зоне, кроме того, В включения/выключения управляющих устройств. Целью и основной задачей обработки является достижение или аппроксимация заданного выходного профиля.

Схема процесса последовательной обработки с соответствующими обозначениями приведена на рисунке 2.4.



Рисунок 2.4 – Схема последовательной обработки

#### 2.4 Две модели последовательной обработки

Моделью последовательной обработки в переменных Лагранжа называется модель, в которой вершины и переменные связаны с движущимся протяженным объектом, то есть в координатах Лагранжа объект неподвижен. В координатах Эйлера и соответствующей окрестностной модели вершины и переменные окрестностной структуры последовательной обработки связаны с неподвижными участками обработки.

На первый взгляд, модель в координатах Лагранжа, когда вершины и переменные связаны с движущимся объектом, кажется более адекватной для данной ситуации, но в итоге проведенного исследования оказалось, что модель Лагранжа менее удобна для записи окрестностной системы. Это связано с тем, что хотя в координатах Лагранжа система без управления имеет более простой вид, в случае систем с управлением более простой с точки зрения задачи синтеза управления будет система в координатах Эйлера.

Далее предполагается, что все переменные оснащения узлов моделей являются скалярными. Используем уже введенные ранее обозначения  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  где  $n_1$  – количество узлов первого пассивного участка обработки,  $n_2$  – количество узлов активной зоны обработки и  $n_3$  – количество узлов третьего (пассивного) участка после зоны обрабатывающих устройств. Величина N – длина протяженного объекта, который проходит все участки обработки с общим количеством узлов  $n = n_1 + n_2 + n_3$ . Хотя эти обозначения формально относятся к модели Эйлера, они будут использованы и в модели Лагранжа.

В любом из случаев (Лагранжа или Эйлера) адекватная динамической задаче окрестностная структура не является стационарной или, эквивалентно, не является произведением фазовой структуры на дискретное время. По этой причине для визуализации моделей далее рассматриваем альтернативный вариант, когда все вершины и связи присутствуют в структуре одновременно, т.е. для всех моментов времени, но при этом только часть из них используется для записи системы в конкретный момент времени *t*.

# 2.4.1 Окрестностная структура последовательной обработки в координатах Лагранжа

Окрестностная структура последовательной обработки, соответствующая системе координат Лагранжа, связанной с движущимся объектом [41, 93, 117], содержит:

- N узлов с переменными  $X^t(i)$ , i = 1, ..., N, соответствующих дискретизации объекта,

- один внешний вход с переменной  $\widehat{U}^t$ , t = 0, 1, ..., N,

- один выход с переменной  $Y^t$ , t = n, n + 1, ..., n + N,

-  $n_2$  входов-управлений с переменными  $U^t(i)$ ,  $i = n_1 + 1, ..., n_1 + n_2$ .

Внешний вход  $\hat{U}^t$  действует на все узлы, но не одновременно, а последовательно: в момент времени *t* на узел  $X^t(i)$ , i = t. Каждый из входовуправлений  $U^t(i)$  может действовать (или не действовать, зависит от программы управления) на каждый из узлов, но не одновременно, а последовательно: в момент времени  $t = n_1 + i$ , ...,  $n_1 + i + N$  на узел  $X^t(t)$ . На рисунке 2.5 показана окрестностная структура последовательной обработки в переменных Лагранжа с одним устройством обработки. Структура содержит N узлов, каждый из которых соответствует определенному фрагменту объекта. Внешний вход оказывает воздействие на каждый фрагмент  $X^t(t)$ последовательно при наступлении очередного допустимого момента времени t. Каждый из входов-управлений оказывает влияние только в те моменты времени, когда фрагмент объекта попадает в зону обработки  $n_2$ .

На рисунке 2.5 изображено одно управляющее устройство, отмеченное как *и*. При наличии нескольких устройств в окрестностной структуре добавятся прямоугольники *и* со связями в виде дуг, направленных ко всем узлам *x*.

В случае окрестностной структуры последовательной обработки в переменных Лагранжа удобна обратная нумерация узлов, т.е. справа налево: началу полосы соответствует правый крайний узел. Окрестностная структура Лагранжа не дает информации о числе узлов пассивных зон обработки *n*<sub>1</sub> и *n*<sub>3</sub>; эта информация будет содержаться только в соответствующей окрестностной

системе. Так как вершины и переменные связаны с движущимся объектом, то количеству узлов *x*, представленных в окрестностной структуре, соответствует число фрагментов объекта *N*.



Рисунок 2.5 – Окрестностная структура последовательной обработки в переменных Лагранжа

Поясним подробнее связи и расположения дуг и их направлениях, показанных на рисунке 2.5. Поскольку система координат Лагранжа связана с движущимся объектом, то с точки зрения наблюдателя, находящегося на самом объекте, объект неподвижен. Таким образом, пассивное взаимодействие между соседними узлами, выглядит так: внутри фрагмента объекта происходят внутренние процессы, кроме того, влияние на него оказывают соседи слева и справа. Полученная схема самодействия представлена на рисунке 2.6.



Рисунок 2.6 – Схема самодействия для узла в переменных Лагранжа

## 2.4.2 Окрестностная структура последовательной обработки в координатах Эйлера

Окрестностная структура последовательной обработки, соответствующая системе координат Эйлера, связанной с неподвижными зонами обработки [41, 93, 117], содержит:

•  $n + 1 = 1 + n_1 + n_2 + n_3$  узла  $x_0, x_1, ..., x_n$ , (дискретная схема зон обработки, где  $n_1$  и  $n_3$  – количество узлов пассивных зон,  $n_2$  – количество узлов активной зоны) с переменными  $X^t(i)$ , i = 0, 1, ..., n,

• вход  $\hat{u}$  с переменной  $\hat{U}^t$ , t = 0, ..., N - 1,

• выход у с переменной  $Y^t$ , t = n + 1, ..., n + N,

•  $n_2$  управляющих входов  $u_{n_1+1}$ , ...,  $u_{n_1+n_2}$  с переменными  $U^t(i)$ ,

 $i = n_1 + 1, \dots, n_1 + n_2, \quad t = i, \dots, i + N - 1.$ 

Начальный узел  $x_0$  вводится для унификации обозначений, его переменная дублирует переменную входа  $\hat{u}$ , то есть  $X^{t+1}(0) = \hat{U}^t$ , t = 0, ..., N - 1. Ввод нулевого узла обусловлен синхронизацией с дискретным временем: получаем, что в момент времени t = 0 начало полосы находится в начальном нулевом узле  $x_0$ .

Во всех обозначениях индекс в скобках – это номер вершины, а не время; переменная времени – это верхний индекс. Число  $n_1$  – это количество узлов  $x_i$ ,  $i = 1, ..., n_1$  (без  $x_0$ ) первого участка обработки, на котором нет управляющих воздействий  $u_i$ , изменение состояния объекта происходит в результате взаимодействия фрагментов между собой, а также влияния внешней среды. Следующие узлы, начиная с  $n_1 + 1$  и до  $n_1 + n_2$ , соответствуют активному участку последовательной обработки с управляющими входами. Последние узлы, начиная с  $n_1 + n_2 + 1$  и до  $n = n_1 + n_2 + n_3$ , соответствуют последнему (пассивному) участку зон обработки, изменение состояния объекта происходит аналогично первому (пассивному) участку обработки. В активной зоне обработки расположены  $n_2$  управляемых входа  $u_{n_1+1}$ , ...,  $u_{n_1+n_2}$ . С каждым обрабатывающим устройством связан свой управляющий вход. Удобно считать, что выход модели в момент *t* имеет вид  $Y^t = X^t(n)$ , то есть выход *y* является копией конечного узла  $x_n$ . В случае охлаждения полосы горячей прокатки указанные узлы и контролируемые вводы соответствуют начальному участку разгрузочного рольганга, участку с агрегатами охлаждения, конечному участку рольганга до узла намотки и блока агрегатов охлаждения сами себя.



Рисунок 2.7 – Окрестностная структура последовательной обработки в модели Эйлера

Дискретизация объекта означает, что последовательность движения состоит из N единиц, тогда для движения по зонам обработки требуется n + Nдискретных моментов времени t = 1, ..., n + N. Это соответствует обработке всех фрагментов объекта, пока они не пройдут все зоны обработки, при этом каждый момент времени соответствует сдвигу на один узел вправо. В момент времени t = 1 начальная единица (фрагмент) находится в узле  $x_1$ , в момент времени t = n + N последняя единица находится в последней вершине  $x_n$ . Через каждый узел объекты проходят N моментов времени. В общем случае n и Nмогут быть любыми:  $n \le N$  или  $n \ge N$ .

Движение объектов отражается в структуре дуг между узлами: действие некоторой единицы на своих соседей слева и справа (например, в металлургии, самодействие полосы) в модели Эйлера соответствует петле и входящим стрелкам от двух соседей слева. Таким образом, эта нетривиальная структура окрестности связана с использованием системы координат Эйлера. В модели, адаптированной для задачи охлаждения прокатной полосы, один момент времени соответствует смещению на расстояние  $\Delta$  между центрами душевых блоков, общая длина полосы равна  $N \cdot \Delta$  и, как правило,  $N \gg n$  [41].

Рассмотренные в окрестностной структуре узлы *х* являются узлами наблюдателя, связанными с неподвижной частью зон обработки. Через каждый узел будет проходить каждый фрагмент объекта, по уравнениям окрестностной системы можно сказать о состоянии фрагментов объекта в заданные моменты времени. Однако при этом окрестностная структура, построенная для модели Эйлера, не содержит в себе информации о длине обрабатываемого объекта *N*.

При известном количестве узлов, соответствующих начальному пассивному участку обработки  $n_1$ , следующему за ним активному участку обработки с управляющими устройствами  $n_2$  и конечному пассивному участку  $n_3$ , можно составить частный вид окрестностной структуры для конкретной реализации. Так, на рисунке 2.8 представлен вид окрестностной структуры в переменных Эйлера в случае двух узлов в каждой из пассивных зон, а также в активной зоне обработки соответственно.



Рисунок 2.8 – Окрестностная структура последовательной обработки в модели Эйлера в случае  $n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 2$ 

Рассмотрим расположения дуг и их направлениях, показанные на рисунке 2.7 и рисунке 2.8. С точки зрения окрестностной структуры в переменных Эйлера, которая связана с неподвижными зонами обработки,

движение объекта происходит последовательно, каждый его фрагмент следует за предыдущим. Для того чтобы найти состояние фрагмента, который пришёл в момент времени t + 1 в узел *i*, необходимо знать состояние узлов i - 2, i - 1, *i*, в предыдущий момент времени *t*. Такое «запаздывание» происходит из-за движения объекта в результате последовательной обработки. В этом случае схема на рисунке 2.6 трансформируется в схему с запаздыванием на рисунке 2.9.



Рисунок 2.9 – Схема самодействия для узла в переменных Эйлера

Таким образом, с движением полосы связано направление стрелок от управляемых входов вниз и вправо, то есть *i*-тый вход действует (в результате движения) не на *i*-тый, а на (i + 1) узел. Кроме того, движение полосы отражено в структуре связей между узлами: действие некоторого элемента полосы на его соседей слева и справа (т.е. «самодействие» полосы) в модели Эйлера соответствует петле и входящим стрелкам от двух соседей слева.

## 2.4.3 Окрестностная система последовательной обработки в координатах Эйлера

Как уже было сказано выше, для удобства дальнейших расчётов и составления алгоритмов и программных модулей, считаем, что выход модели в момент времени *t* задается уравнением  $Y^t = X^t(n)$ , то есть выход *y* является копией конечного узла  $x_n$ . Вектор (профиль) свойств последовательности

фрагментов на выходе соответствует моментам времени t = n + 1, ..., n + N, то есть является вектор-столбцом размерности N, представлен формулой (2.7):

$$\bar{Y} = [X^{n+1}(n), \dots, X^{n+N}(n)]^T,$$
(2.7)

где столбцами будем считать векторы состояния, относящиеся к фиксированному узлу, а строками – векторы состояния всех узлов в фиксированный момент времени.

Уравнение состояния узла в общем случае имеет вид (2.8)

$$X^{t+1}(i) = F_i^t(X^t(i), X^t(i-1), X^t(i-2), U^t(i-1)).$$
(2.8)

Следует отдельно отметить, что в зависимости от соотношения между узлом *i* и переменной по времени *t* может отсутствовать управление (управляющее воздействие) и часть состояний в правой части, и, кроме того, само уравнение может отсутствовать. Например, при t = 0 и t = n + Nсистема будет состоять только из одного уравнения:

 $X^{0}(0) = \widehat{U}^{0}$ для случая t = 0;  $Y^{n+N} = X^{n+N}(n)$ для случая t = n + N.

Окрестностная система для окрестностной структуры на рисунке 2.7 имеет общий вид (2.9), с наличием n + 1 узла  $x_0$ ,  $x_1$ , ...,  $x_n$  и с  $n_2$  управляющими входами, расположенными над зоной активной обработки объекта.

Полученная система представляет собой общую запись модели в переменных Эйлера в случае произвольного числа узлов x и произвольной длины обрабатываемого объекта, состоящего из N фрагментов. Заметим, что управляющие воздействия  $U^t(i)$  могут отсутствовать в правой части некоторых уравнений ввиду отсутствия соответствующих управляющих узлов, обрабатывающих фрагменты объекта. Кроме того, в начальные и конечные моменты времени для каждого узла может отсутствовать соседний узел, который ещё не поступил на соответствующий участок обработки. Это проявляется при поступлении фрагментов объекта в зоны обработки, а также при выходе объекта.

Модифицируем вид записи окрестностной системы так, чтобы управляющие воздействия в общем виде записи уравнений присутствовали

только на участке активной обработки. Над активным участком обработки расположены устройства обработки, поэтому такое уточнение записи системы логично. Активный участок последовательной обработки идет с узла  $n_1 + 1$  до  $n_1 + n_2$ , до узлов  $n_1 + 1$  и  $n_1 + n_2$  идут пассивные зоны обработки. Учитывая схему самодействия для узла в переменных Эйлера, получим окрестностную систему (2.10) (см. далее) с учетом расположения узлов обработки.

$$\begin{aligned} X^{t}(0) &= \widehat{U}^{t}, \\ t &= 0, ..., N - 1 \\ X^{t+1}(1) &= F_{1}^{t} (X^{t}(0), X^{t}(1)), \\ t &= 0, ..., N - 1 \\ X^{t+1}(2) &= F_{2}^{t} (X^{t}(0), X^{t}(1), X^{t}(2)), \\ t &= 1, ..., N \\ X^{t+1}(3) &= F_{3}^{t} (X^{t}(1), X^{t}(2), X^{t}(3)), \\ t &= 2, ..., N + 1 \\ X^{t+1}(4) &= F_{4}^{t} (X^{t}(2), X^{t}(3), X^{t}(4), U^{t}(3)), \\ t &= 3, ..., N + 2 \\ ... \\ X^{t+1}(n-2) &= F_{n-2}^{t} (X^{t}(n-4), X^{t}(n-3), X^{t}(n-2), U^{t}(n-3)), \\ t &= n-3, ..., N + (n-4) \\ X^{t+1}(n-1) &= F_{n-1}^{t} (X^{t}(n-3), X^{t}(n-2), X^{t}(n-1), U^{t}(n-2)), \\ t &= n-2, ..., N + (n-3) \end{aligned}$$

$$t = n - 2, ..., N + (n - 3)$$

$$X^{t+1}(n) = F_n^t (X^t(n - 2), X^t(n - 1), X^t(n)),$$

$$t = n - 1, ..., N + (n - 2)$$

$$Y^t = X^t(n),$$

$$t = n, ..., N + (n - 1)$$

В случае, когда в окрестностной структуре в переменных Эйлера присутствует два узла на каждом участке обработки, т.е. в активной и двух пассивных зонах (см. рисунок 2.8),  $n_1 = 2$ ,  $n_2 = 2$ ,  $n_3 = 2$ , получаем окрестностную систему, заданную формулой (2.11).

$$\begin{split} X^{t}(0) = \widehat{U}^{t}, \\ t = 0, ..., N - 1 \\ X^{t+1}(1) = F_{1}^{t}(X^{t}(0), X^{t}(1)), \\ t = 0, ..., N - 1 \\ X^{t+1}(2) = F_{2}^{t}(X^{t}(0), X^{t}(1), X^{t}(2)), \\ t = 1, ..., N \\ X^{t+1}(3) = F_{3}^{t}(X^{t}(1), X^{t}(2), X^{t}(3)), \\ t = 2, ..., N + 1 \\ ... \\ X^{t+1}(n_{1} + 1) = F_{n_{1}+1}^{t}(X^{t}(n_{1} - 1), X^{t}(n_{1}), X^{t}(n_{1} + 1)), \\ t = n_{1}, ..., N + (n_{1} - 1) \\ X^{t+1}(n_{1} + 2) = F_{n_{1}+2}^{t}\left(\frac{X^{t}(n_{1}), X^{t}(n_{1} + 1)}{X^{t}(n_{1} + 2), U^{t}(n_{1} + 1)}\right), \\ t = n_{1} + 1, ..., N + n_{1} \end{split}$$
(2.10)  
$$\begin{matrix} ... \\ X^{t+1}(n_{1} + n_{2}) = F_{n_{1}+n_{2}}^{t}\left(\frac{X^{t}(n_{1} + n_{2} - 2), X^{t}(n_{1} + n_{2} - 1)}{X^{t}(n_{1} + n_{2} - 1)}\right), \\ t = n_{1} + n_{2} - 1, ..., N + (n_{1} + n_{2} - 2) \\ X^{t+1}(n_{1} + n_{2} + 1) = F_{n_{1}+n_{2}+1}^{t}\left(\frac{X^{t}(n_{1} + n_{2} - 1), X^{t}(n_{1} + n_{2})}{X^{t}(n_{1} + n_{2} - 1)}\right), \\ t = n_{1} + n_{2}, ..., N + (n_{1} + n_{2} - 2) \\ X^{t+1}(n_{1} + n_{2} + 2) = F_{n_{1}+n_{2}+2}^{t}\left(\frac{X^{t}(n_{1} + n_{2}), X^{t}(n_{1} + n_{2})}{X^{t}(n_{1} + n_{2} + 1), U^{t}(n_{1} + n_{2})}\right) \\ t = n_{1} + n_{2} + 1, ..., N + (n_{1} + n_{2}) \\ x^{t+1}(n_{1} + n_{2} + 2) = F_{n_{1}+n_{2}+2}^{t}\left(\frac{X^{t}(n_{1} - 1), X^{t}(n_{1} + n_{2} + 1)}{X^{t}(n_{1} + n_{2} + 2)}\right) \\ t = n_{1} + n_{2} + 1, ..., N + (n_{1} + n_{2}) \\ ... \\ X^{t+1}(n) = F_{n}^{t}(X^{t}(n - 2), X^{t}(n - 1), X^{t}(n)), \\ t = n - 1, ..., N + (n - 2) \\ Y^{t} = X^{t}(n), \end{matrix}$$

 $t = n, \dots, N + (n-1)$ 

$$\begin{cases} X^{t}(0) = \widehat{U}^{t}, \\ t = 0, ..., N - 1 \\ X^{t+1}(1) = F_{1}^{t} (X^{t}(0), X^{t}(1)), \\ t = 0, ..., N - 1 \\ X^{t+1}(2) = F_{2}^{t} (X^{t}(0), X^{t}(1), X^{t}(2)), \\ t = 1, ..., N \\ X^{t+1}(3) = F_{3}^{t} (X^{t}(1), X^{t}(2), X^{t}(3)), \\ t = 2, ..., N + 1 \\ X^{t+1}(4) = F_{4}^{t} (X^{t}(2), X^{t}(3), X^{t}(4), U^{t}(3)), \\ t = 3, ..., N + 2 \\ X^{t+1}(5) = F_{5}^{t} (X^{t}(3), X^{t}(4), X^{t}(5), U^{t}(4)) \\ t = 4, ..., N + 3 \\ X^{t+1}(6) = F_{6}^{t} (X^{t}(4), X^{t}(5), X^{t}(6)) \\ t = 5, ..., N + 4 \\ Y^{t} = X^{t}(6) \\ t = 6, ..., N + 5 \end{cases}$$

$$(2.11)$$

Представленный формулой (2.11) случай окрестностной системы при  $n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 2$  можно уточнить с учетом вида записи уравнения состояния узла для моментов начала и конца прохождения объекта через текущий узел – в этом случае соседний фрагмент слева или справа будет отсутствовать ввиду того, что объекта только вошёл в зону обработку или уже покидает её. Это позволяет записать формулу (2.11) с представлением некоторых уравнений в указанные моменты времени в виде (2.12).

$$\begin{cases} X^{t}(0) = \hat{U}^{t}, \\ t = 0, ..., N - 1 \\ X^{1}(1) = F_{1}^{0}(X^{0}(0)) \\ X^{t+1}(1) = F_{1}^{t}(X^{t}(0), X^{t}(1)), \\ t = 1, ..., N - 1 \\ X^{2}(2) = F_{2}^{1}(X^{1}(0), X^{1}(1)) \\ X^{t+1}(2) = F_{2}^{t}(X^{t}(0), X^{t}(1), X^{t}(2)), \\ t = 2, ..., N - 1 \\ X^{N+1}(2) = F_{2}^{N}(X^{N}(1), X^{N}(2)) \\ X^{3}(3) = F_{3}^{2}(X^{2}(1), X^{2}(2)) \\ X^{t+1}(3) = F_{3}^{t}(X^{t}(1), X^{t}(2), X^{t}(3)), \\ t = 3, ..., N \\ X^{N+2}(3) = F_{3}^{N+1}(X^{N+1}(2), X^{N+1}(3)) \\ X^{4}(4) = F_{4}^{3}(X^{3}(2), X^{3}(3), U^{3}(3)) \quad (2.12) \\ X^{t+1}(4) = F_{4}^{4}(X^{t}(2), X^{t}(3), X^{t}(4), U^{t}(3)), \\ t = 4, ..., N + 1 \\ X^{N+3}(4) = F_{4}^{N+2}(X^{N+2}(3), X^{N+2}(4), U^{N+2}(3)) \\ X^{5}(5) = F_{5}^{4}(X^{4}(3), X^{4}(4), U^{4}(4)) \\ X^{t+1}(5) = F_{5}^{t}(X^{t}(3), X^{t}(4), X^{t}(5), U^{t}(4)), \\ t = 5, ..., N + 2 \\ X^{N+4}(5) = F_{5}^{N+3}(X^{N+3}(4), X^{N+3}(5), U^{N+3}(4)) \\ X^{6}(6) = F_{6}^{5}(X^{5}(4), X^{5}(5)) \\ X^{t+1}(6) = F_{6}^{t}(X^{t}(4), X^{t}(5), X^{t}(6)), \\ t = 6, ..., N + 3 \\ X^{N+5}(6) = F_{6}^{N+4}(X^{N+4}(5), X^{N+4}(6)), \\ W^{t} = X^{t}(6) \\ t = 6, ..., N + 5. \end{cases}$$

#### 2.5 Выводы

В главе 2 получены следующие результаты:

 предложена динамическая окрестностная модель поступательного движения в координатах Лагранжа и Эйлера, без и с учетом управляющих воздействий, в том числе аддитивных;

 представлен вид фазовой и соответствующей ей окрестностной структуры, с учетом составляющей во времени;

– представлена задача последовательной обработки движущегося одномерного объекта, с введенной терминологией по участкам обработки.

– предложены модели последовательной обработки в координатах Лагранжа и Эйлера. Для модели в переменных Лагранжа представлены окрестностная структура и схема самодействия для узла, для модели в переменных Эйлера представлены окрестностная структура, схема самодействия для узла и запись окрестностной системы в нескольких формах.

### 3. АЛГОРИТМЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ

В данной главе рассматривается предложенный основной алгоритм получения целевого выходного профиля с аддитивной обработкой в активной зоне, рассматриваются разработанные модификации основного алгоритма для заданных емкостей управляющих узлов, а также для равномерного расходования ресурсов. Рассматривается прямая и обратная задачи для пассивных зон обработки, алгоритм равномерного расходования ресурсов в задачах логистики.

## 3.1 Алгоритм получения целевого выходного профиля в результате аддитивной обработки в активной зоне

Для записи алгоритма введем некоторые обозначения. Здесь и далее считаем, что в момент времени t = 0 мы получаем начальное распределение свойств по фрагментам объекта, начиная с момента времени t = 1 и далее до t = n + N получаем состояние по N фрагментам объекта, который последовательно проходит *n* узлов участков обработки.

С учетом окрестностной системы в переменных Эйлера и указанного выше, сформируем вектор, в котором хранится информация о состоянии всех *N* фрагментов объекта при прохождении узла *k* в различные моменты времени:

$$\bar{X}(k) = [X^{k+1}(k), \dots, X^{k+N}(k)]^T.$$
(3.1)

Можно сказать, что  $\overline{X}(k)$  – это профиль протяженного объекта с точки зрения наблюдателя, находящегося в узле k, связанном с неподвижными зонами обработки.

Получаем векторы-столбцы в случае k = 0 и k = n

$$\bar{X}(0) = [X^{1}(0), \dots, X^{N}(0)]^{T}$$
(3.2)

$$\overline{X}(n) = [X^{n+1}(n), \dots, X^{n+N}(n)]^T = \overline{Y}.$$
(3.3)

Случай k = 0 соответствует входному профилю объекта, случай k = n соответствует целевому выходному профилю, который необходимо достичь.

Аналогичный вектор вводится для управляющих узлов, который содержит информацию об обрабатывающих воздействиях для всех *N* фрагментов объекта, последовательно проходящих узел *k* в различные моменты времени:

$$\overline{U}(k) = [U^{k+1}(k), \dots, U^{k+N}(k)]^T.$$
(3.4)

Подчеркнем, что  $\bar{X}(k)$  – это вектор состояния объекта со стороны неподвижного наблюдателя, находящегося в узле k. Все эти векторы имеют одинаковую размерность N, но соответствующие компоненты векторов с разными верхними индексами k относятся к разным моментам времени. Далее считаем, что управляющая переменная U входит в уравнение (2.8) аддитивно, т.е.

$$X^{t+1}(i) = F_i^t \left( X^t(i), X^t(i-1), X^t(i-2) \right) + U^t(i-1).$$
(3.5)

Весь алгоритм обработки на пассивных и активных участках разбит на три практически независимых этапа. Единственная зависимость заключается в том, что векторы  $\bar{X}(n_1 + 1)$  и  $\bar{X}(n_1 + n_2 + 1)$ , полученные на первом и втором этапах (пассивных), используются в расчете на третьем этапе (активном).

Первым шагом является вычисление вектора  $\bar{X}(n_1 + 1)$ , входного области обработки. Это вектора для можно сделать прямым последовательным применением соответствующих узловых операторов  $F_i^t$ систем вида (2.9 - 2.11), начиная со значения  $X^0$ . На данном этапе нет управляющих переменных, это пассивная часть зон обработки. В задаче об охлаждении горячекатаной полосы вектор  $\overline{X}(n_1 + 1)$  является решением уравнения теплопроводности. В этом случае задача для уравнения теплопроводности ввиду динамической окрестностной системы не может быть сведена ни к одной из стандартных форм, и обозначения, относящиеся к окрестностным системам, удобны, чтобы избежать этой трудности.

Второй шаг – вычисление вектора  $\bar{X}(n_1 + n_2 + 1)$ , выходного вектора для области обработки. Это можно сделать «обратным» вычислением, начиная с желаемого выходного вектора  $\overline{Y} = \overline{X}(n)$ . Для этого нужно вычислить композицию соответствующих узловых операторов  $F_i^t$  систем вида (2.9 – 2.11) и найти обратный оператор. Таким образом, второй шаг намного сложнее, чем первый. На этом этапе также отсутствуют управляющие переменные, действие происходит на пассивном участке зон обработки, после обрабатывающих устройств. В задаче об охлаждении горячекатаной полосы вектор  $\bar{X}(n_1 + n_2 + n_3)$ обратной 1) варианта является решением задачи для уравнения теплопроводности. Данная обратная задача для уравнения теплопроводности не может быть сведена к какой-либо стандартной форме, поэтому обращение к окрестностным системам удобно, чтобы избежать данных трудностей.

Третьим и наиболее важным шагом является вычисление управляющих векторов  $\overline{U}(k)$ . С учетом того, что на данном этапе процессы самодействия, т.е. взаимодействия соседних фрагментов объекта между собой и внешней средой, находятся под преобладающим влиянием внешнего управляющего воздействия, то самодействием на данном этапе можно пренебречь. Таким образом, уравнение (3.5) имеет простой вид

$$X^{t+1}(i+1) = X^{t}(i) + U^{t}(i).$$
(3.6)

Для определенности выдвинем предположение, что значения вектора состояний до входа в активную часть зон обработки больше (либо равны), чем значения вектора состояний после выхода из активной зоны [70, 116]. Это выражается в виде неравенства

$$\bar{X}(n_1+1) \ge \bar{X}(n_1+n_2+1). \tag{3.7}$$

Это предположение соответствует случаю охлаждения полосы в задачах прокатки и доставке единиц груза в задачах логистики, подробнее адаптация модели к указанным задачам рассматривается в четвертой главе. В других ситуациях неравенство с противоположным знаком может лучше соответствовать физическому содержанию задачи (например, в случае

получения груза в задачах логистики). С учетом выдвинутого предположения и при отсутствии ограничений на значения управляющих векторов  $\overline{U}(k)$  решение очевидно и задается формулой

$$\overline{U}(n_1+1) = \overline{X}(n_1+n_2+1) - \overline{X}(n_1+1).$$
(3.8)

В таком случае получается, что уже первый блок обработки на активном участке обработки дает нужный результат, а остальные блоки не задействованы, т.е.  $\overline{U}(k) = \overline{0}, \ k > n_1 + 1.$ 

Более реалистичным и адекватным задаче является допущение, что все компоненты управляющих векторов равны «0» или «-1», где знак минус соответствует последовательному уменьшению значений векторов состояний, что происходит в случае задач охлаждения горячекатаной полосы и доставки грузов (альтернативный вариант «0» и «1» – получение грузов). Также предполагается, что все значения векторов  $\overline{X}(k)$  являются целочисленными. В этом случае решение, т.е. вычисление работы управляющих воздействий, их включение (-1) или выключение (0) будет определяться следующими условиями для всех моментов времени t = 1, ..., N:

 $U^t(n_1 + s) = -1$ , если  $s = 1, ..., X^t(n_1 + 1) - X^t(n_1 + n_2 + 1),$  (3.9)

 $U^{t}(n_{1}+s) = 0$ , если  $s > 1, ..., X^{t}(n_{1}+1) - X^{t}(n_{1}+n_{2}+1)$ , (3.10) где X показывает состояние объекта по фрагментам, U – воздействие управляющего узла, оказываемое на фрагмент объекта, s – параметр, показывающий управляющие узлы, срабатывающие для фрагмента объекта [71].

Две представленные формулы (3.9) и (3.10) определяют режим работы или простоя для каждого обрабатывающего устройства. Из этих формул следует, что достижение требуемого профиля возможно только при условии

 $X^{t}(n_{1}+1) - X^{t}(n_{1}+n_{2}+1) \le n_{2},$ (3.11)

Из описания алгоритма следует, что каждый управляющий вход может иметь периоды «включено» и «выключено» и что эти периоды могут чередоваться. В то же время с точки зрения конкретного фрагмента его обработка происходит непрерывно до достижения (если это возможно) целевого значения переменной состояния.

Получаем, что для достижения целевого состояния объекта по фрагментам необходимо либо изменить режим работы всех или хотя бы нескольких управляющих устройств, например, увеличив возможность порционного уменьшения до «-2», «-3» и т.д. за один такт времени (при условии такой технологической возможности) для установок, либо увеличить количество задействованных обрабатывающих устройств в активной зоне обработки при одинаковом порционном воздействии (уменьшении на -1). При комбинация необходимости возможна данных вариантов. Учитывая однотипность обрабатывающих установок, в модельных примерах отдается предпочтение одинаковому порционному воздействию. Стоит отметить, что хотя в модельных примерах воздействие установки на фрагмент объекта отмечается как «-1», однако в адаптациях модели и алгоритмов к производственным задачам могут быть учтены такие факторы, как переменная скорость движения объекта, ограничения на ресурсы и равномерность расхода ресурсов. Это позволяет получить различные варьирующиеся величины управляющих воздействий в управляющих векторах  $U^{t}(i)$ .

Рассмотрим случай вычисления управляющих воздействий по предложенному алгоритму согласно формулам (3.9) и (3.10).

Заданы начальные входные данные, целевой выход и количество управляющих устройств. Объекта состоит из восьми фрагментов, при его последовательной обработке максимально задействовано до четырех управляющих устройств включительно. Необходимо узнать, возможно ли достичь желаемого выхода по входным данным, если да, то вычислить управляющих воздействий, т.е. значений режимы работы матрицу управляющих векторов  $U^t(i)$  в каждый момент времени.

Для упрощения примера количество узлов на двух пассивных участках (*n*<sub>1</sub> и *n*<sub>3</sub>) будет равно нулю.

Пример 1.

 $n_1 = 0, n_2 = 4, n_3 = 0, N = 8,$  $X^0 = [3, 4, 1, 3, 5, 2, 4, 3]^T, Y = [0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3]^T.$ 

В момент времени t = 1 первый фрагмент объекта поступает на обработку к управляющему узлу  $U^t(1)$ , далее первый фрагмент отправляется на обработку к узлу  $U^t(2)$ , а следующий за первым второй фрагмент поступает на обработку к узлу  $U^t(1)$ . В результате обработки движущегося протяженного объекта получаем столбцы со значениями -1 и 0, которые соответствуют включению/выключению управляющих устройств. Разница между  $X^t(n_1 + 1)$  и  $X^t(n_1 + n_2 + 1)$  с каждым пройденным узлом обработки уменьшается на единицу, в итоге получаем состояние объекта после прохождения активного участка. Данные и результаты представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1

t	<i>X</i> <sup>0</sup>	$U^{t}(1)$	$U^t(2)$	$U^t(3)$	$U^t(4)$	$X^{t}(5)$	Y
0	3						
1	4	-1					
2	1	-1	-1				
3	3	-1	-1	-1			
4	5	-1	0	-1	0		
5	2	-1	-1	0	-1	0	0
6	4	-1	-1	-1	0	0	0
7	3	-1	0	-1	0	0	0
8		0	-1	0	-1	0	0
9			0	0	0	1	0
10				0	0	1	1
11					0	2	2
12						3	3

Режимы работы управляющих воздействий для примера 1

В последнем столбце представлен Y – целевой выход (профиль), который необходимо достичь. Режимы работы управляющих установок и достигнутый результат (профиль) после выхода объекта с активной зоны обработки в  $X^t$ (5) представлены в таблице 3.1.

Можно увидеть, что желаемое значение  $Y^9 = 0$  не было достигнуто, поскольку  $X^9(5) = 1$ . Это можно объяснить режимом всех управляющих установок (уменьшение только на -1), либо недостаточным количеством обрабатывающих устройств. Желаемое значение не достигнуто из-за невыполнения условия (3.11).

Рассмотрим тот же пример, но с выполнением условия (3.11), для этого изменим целевой выход. Данные и результаты представим в таблице 3.2.

Пример 2.

 $n_1 = 0,$   $n_2 = 4,$   $n_3 = 0,$  N = 8, $X^0 = [3, 4, 1, 3, 5, 2, 4, 3]^T,$   $Y = [0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 3]^T.$ 

Таблица 3.2.

t	<i>X</i> <sup>0</sup>	$U^t(1)$	$U^t(2)$	$U^t(3)$	$U^t(4)$	$X^t(5)$	Y
0	3						
1	4	-1					
2	1	-1	-1				
3	3	-1	-1	-1			
4	5	-1	0	-1	0		
5	2	-1	-1	0	-1	0	0
6	4	-1	-1	-1	0	0	0
7	3	-1	0	-1	0	0	0
8		0	-1	0	-1	0	0
9			0	0	0	1	1
10				0	0	1	1

Режимы работы управляющих воздействий для примера 2

11			0	2	2
12				3	3

За счет работы обрабатывающих устройств и воздействию на каждый фрагмент объекта удалось по входным данным достичь желаемого выхода. Выполнение условия (3.11) для всех фрагментов объекта также подтверждает достижимость и верность полученного результата.

Отдельно стоит отметить, что общий ресурс и расход ресурсов по каждой установки в данном алгоритме не учитывался, что означает неограниченный запас на каждом управляющем устройстве.

Рассмотрим таблицу 3.3 для примера 2 с учетом расхода по каждому управляющему узлу.

Таблица 3.3

t	$X^0$	$U^t(1)$	$U^t(2)$	$U^t(3)$	$U^t(4)$	$X^t(5)$	Y
0	3						
1	4	-1					
2	1	-1	-1				
3	3	-1	-1	-1			
4	5	-1	0	-1	0		
5	2	-1	-1	0	-1	0	0
6	4	-1	-1	-1	0	0	0
7	3	-1	0	-1	0	0	0
8		0	-1	0	-1	0	0
9			0	0	0	1	1
10				0	0	1	1
11					0	2	2
12						3	3
Расход		-7	-5	-4	-2		

Режимы работы управляющих воздействий для примера 2 с расходом

Алгоритм устроен так, что в любом случае активнее всего расход ресурса идет по первому управляющему входу  $U^t(1)$ , затем  $U^t(2)$  и далее суммарный расход очередного управляющего входа меньше суммарного расхода предыдущего управляющего входа (в некоторых примерах могут быть равны), в таблице это отражено в последней строке. Неограниченность ресурсов по каждому управляющему входу можно предполагать, например, в задаче охлаждения горячекатаной полосы, где нет технологических ограничений на расход воды. Однако в других приложениях, например в логистике, ресурсы могут быть ограничен.

## 3.2 Модификация алгоритма для заданных емкостей управляющих узлов

Рассмотрим разработанную модификацию алгоритма, содержащую ограничения на емкости управляющих узлов [67, 68, 76]. Введём для каждого обрабатывающего устройства запас емкости, которое оно может израсходовать. Действительно, ресурс любого управляющего воздействия, как правило, не безграничен, поэтому введение такого допущения целесообразно.

Кроме того, как и основном алгоритме, будем отслеживать общий расход каждого обрабатывающего устройства суммированием. Расход по каждому устройству в любом случае не может превышать его максимальную емкость.

По алгоритму с формулами (3.9) и (3.10) в случае ограниченного запаса для каждого из управляющих воздействий дополнительно проверяется условие ненулевой ёмкости: если после очередного такта времени t ёмкость U(i) нулевая, то  $U^{t+1}(i) = 0$ , для всех следующих тактов времени до Nвключительно. По данному условию и формулам (3.9) и (3.10) получим формулу (3.12), с условием проверки ненулевой емкости, обозначаемое *сар*, для каждого управляющего входа:

$$U^{t}(n_{1}+s) = \begin{cases} -1, \text{ если } s = 1, \dots, X^{t}(n_{1}+1) - X^{t}(n_{1}+n_{2}+1), \\ 0, \text{ если } s > X^{t}(n_{1}+1) - X^{t}(n_{1}+n_{2}+1), \\ 0, \text{ если } cap\left(U^{t}(i)\right) = 0 \end{cases}$$
(3.12)

где параметр *s* покажет количество управляющих воздействий, срабатывающих при условии ненулевой емкости, *t* = 1, ..., *N*.

Для реализации алгоритма и получения заданных целевых параметров выхода был разработан программный комплекс, включающий в себя программу в пакете MATLAB [69] и программы на языке программирования Python [73, 74], что позволяет автоматизировать процедуру расчёта. Для нахождения режимов работы управляющих устройств в активной зоне обработки рассмотрим расчеты по программе [73]. Пользователь может ввести следующие данные (выделены полужирным начертанием): входные данные (столбец «Вход»), целевой выход (столбец «Цель»), указать длину объекта (количество фрагментов) и количество обрабатывающих устройств  $n_2$ . Кроме того, в отличие от примера в таблице 3.2, в программе есть возможность указать емкость каждого обрабатывающего устройства (одна из модификаций алгоритма), что соответствует реальным процессам в задачах логистики (конечный запас ресурса).

Скриншот программы представлен на рисунке 3.1. В самой программе доступен вывод состояний фрагментов объекта по столбцам каждого узла наблюдателя после воздействия очередного управляющего устройства, на рисунке 3.1 -это X(1), ..., X(4).

	Вход	Цель	Выход	X(1)	X(2)	X(3)	X(4)
Ёмкость U(і)	-	-	20	5	5	5	4
1	3	0	0	2	1	0	0
2	4	0	0	3	2	1	0
3	1	0	0	0	0	0	0
4	3	0	0	2	1	0	0
5	5	1	1	4	3	2	1
6	2	1	1	2	1	1	1
7	4	2	2	4	4	3	2
8	3	3	3	3	3	3	3

Рисунок 3.1 – Работа программы для примера таблицы 3.2

Рассмотрим другой пример, в котором пройдём все возможные вариации алгоритма — учитывая ёмкость и расход. Также сделаем вычисления в программе. Увеличим количество обрабатывающих устройств и немного уменьшим число фрагментов объекта (его длину).

Пример 3.

$$n_1 = 0, n_2 = 5, n_3 = 0, N = 7,$$
  
 $X^0 = [2,5,3,3,5,4,2]^T, Y = [0,0,0,0,2,2,1]^T.$ 

Таблица 3.4

Режимы работы управляющих воздействий для примера 3 с расходом

t	<i>X</i> <sup>0</sup>	$U^t(1)$	$U^t(2)$	$U^t(3)$	$U^t(4)$	$U^t(5)$	$X^t(6)$	Y
0	2							
1	5	-1						
2	3	-1	-1					
3	3	-1	-1	0				
4	5	-1	-1	-1	0			
5	4	-1	-1	-1	-1	0		
6	2	-1	-1	-1	0	-1	0	0

7	-1	-1	-1	0	0	0	0
8		0	0	0	0	0	0
9			0	0	0	0	0
10				0	0	2	2
11					0	2	2
12						1	1
Расход	-7	-6	-4	-1	-1		

Теперь введем ограничения ёмкости (обозначены вверху полужирным начертанием)

Таблица 3.5

Режимы работы управляющих воздействий для примера 3 с

t	<i>X</i> <sup>0</sup>	$U^t(1)$	$U^t(2)$	$U^t(3)$	$U^t(4)$	$U^t(5)$	$X^t(6)$	Y
		4	4	4	3	5		
0	2							
1	5	-1						
2	3	-1	-1					
3	3	-1	-1	0				
4	5	-1	-1	-1	0			
5	4	0	-1	-1	-1	0		
6	2	0	0	-1	0	-1	0	0
7		0	0	-1	0	0	0	0
8			0	0	-1	0	0	0
9				0	-1	-1	0	0
10					0	-1	2	2
11						-1	2	2
12							1	1
Расход		-4	-4	-4	-3	-4		

расходом и ёмкостью

Для  $U^t(5)$  из 5 доступных ресурсов было использовано 4 (остался не использован ещё 1 ресурс).

Для полноты картины, в таблице выделены некоторые нули курсивом – это означает, что, согласно условию (3.11), такая установка могла бы продолжать свою работу, но ёмкость такой установки уже исчерпана – с этого момента в столбце ставится курсивом нуль (ресурс на текущей установке израсходован), что подтверждается формулой (3.12).

Сравним полученное в таблице 3.5 с программной реализацией на рисунке 3.2 – видим, что результаты совпали, программа отображает состояния фрагментов объекта при проходе через каждое управляющее воздействие – в результате получаем желаемый профиль (последний столбец и столбец «Выход совпали).

Длина протя:	женного объ	екта (N) 7	‡ Кол	пичество обра	абатывающих	устройств (n <sub>2</sub> )	5	Вычислит
	Вход	Цель	Выход	X(1)	X(2)	X(3)	X(4)	X(5)
Ёмкость U(і)	•	-	-	4	4	4	3	5
1	2	0	0	1	0	0	0	0
2	5	0	0	4	3	2	1	0
3	3	0	0	2	1	0	0	0
4	3	0	0	2	1	0	0	0
5	5	2	2	5	5	4	3	2
6	4	2	2	4	4	4	3	2
7	2	1	1	2	2	2	2	1

Рисунок 3.2 – Работа программы для примера таблицы 3.5

## 3.3 Модификация алгоритма для равномерного расходования ресурсов

Добавим другую модификацию алгоритма – необходимо отслеживать равномерность расхода ресурсов по каждой управляющей установке. Данный алгоритм – алгоритм равномерного расхода ресурсов по узлам [67, 68, 76].

Его краткая суть в следующем: при выполнении условий (3.11) и (3.12) в случае ограниченных емкостей делаем работу установок равномерной – т.е. при формировании воздействий делаем так, чтобы управляющие векторы  $U^t(i)$  содержали одинаковое количество значащих элементов (в нашем случае, -1). Для этого после окончания работы первой установки мы запоминаем (хранится счетчик), какая воздействие  $U^t(i)$  сработало последним – и для следующего фрагмента объекта начинаем работу с  $U^t(i + 1)$ . В итоге все установки работают равномерно, а управляющие векторы отличаются друг от друга по количеству значащих числе в пределах единицы.

Сформируем главные принципы модификации алгоритма, обеспечивающего равномерность расхода ресурсов управляющих устройств:

1) создается счетчик, который хранит информацию, какой управляющий вход *U* (*i*) был использован последним для текущего фрагмента;

2) на следующий фрагмент объекта действует вход U(i + 1) и далее очередные управляющие входы в порядке нумерации;

3) для последнего управляющего входа следующим в порядке циклической нумерации является первый управляющий вход U(1), что позволяет продолжить работу алгоритма в случае, если требуемое значение профиля на данном фрагменте объекта еще не достигнуто;

4) каждый вход *U* может подействовать на каждый фрагмент объекта только один раз. При достижении предельной емкости по некоторому управляющему входу этот вход в дальнейшем исключается из цикла.

Подчеркнем, что данный алгоритм обеспечивает равномерный расход емкостей по всем входам U(i). Это позволяет избежать потенциальной проблемы предыдущей модификации, алгоритма, когда из-за неравномерного расхода желаемый выход может быть не достигнут, хотя суммарно не весь запас ресурсов израсходован.

Подробнее действие модификации алгоритма рассмотрим на примерах. Обратимся к первому фрагменту объекта со значением 2. Задействуем первую

и вторую управляющие установки – в результате получим значение 0, что нам и нужно по целевому профилю (выходу). Остальные установки включать нет смысла (уже достигли необходимого значения). Переходим к следующему фрагменту объекта, со значением 5. Наш счетчик сохранил данные о том, что последней работала установка  $U^t(2)$ , поэтому для охлаждения фрагмента со значением 5 первой начнет работу установка  $U^t(3)$ . Как только достигли последней установки – в данном случае, это  $U^t(5)$ , мы переходим по циклу и возвращаемся к первой установке  $U^t(1)$ , которая продолжает итерации с целью охладить фрагмент со значением 5 до необходимого по целевому профилю выхода.

Первоначально рассмотрим данную вариацию алгоритма без ограничений на ресурсы. Возьмём тот же пример 3, результаты сформируем в таблице 3.6.

Таблица 3.6

		1	1	1				
t	<i>X</i> <sup>0</sup>	$U^t(1)$	$U^t(2)$	$U^t(3)$	$U^t(4)$	$U^t(5)$	$X^t(6)$	Y
0	2							
1	5	<u>-1</u>						
2	3	-1	-1					
3	3	0	-1	0				
4	5	<u>-1</u>	0	<u>-1</u>	0			
5	4	-1	-1	<u>-1</u>	-1	0		
6	2	0	0	-1	-1	-1	0	0
7		0	<u>-1</u>	0	0	-1	0	0
8			0	-1	<u>-1</u>	0	0	0
9				0	0	-1	0	0
10					<u>-1</u>	0	2	2

## Режимы работы управляющих воздействий для примера 3 с

равномерным	расходом

11					0	2	2
12						1	1
Расход	-4	-4	-4	-4	-3		

Для удобства и лучшего понимания, работа первых установок для каждого фрагмента объекта подчеркнута.

Видим, что во всех столбцах, кроме  $U^t(5)$  расходуется 4 условные единицы ресурса, в  $U^t(5)$  расходуется 3 единицы (больше нет необходимости).

Сравним полученное в таблице 3.6 с программной реализацией на рисунке 3.3 – видим, что результаты совпали, программа отображает состояния фрагментов объекта при проходе через каждое управляющее воздействие – в результате получаем желаемый профиль (последний столбец и столбец «Выход совпали). Заметим, что емкости по примеру не были заданы, поэтому в соответствующих ячейках программы стоит прочерк.

Длина протя	женного объ	екта (N) 7	\$ Кол	пичество обра	абатывающих	устройств (n <sub>2</sub> )	5 \$	Вычислить
	Вход	Цель	Выход	X(1)	X(2)	X(3)	X(4)	X(5)
Ёмкость U(і)	•		•	•	•		•	-
1	2	0	0	1	0	0	0	0
2	5	0	0	4	3	2	1	0
3	3	0	0	3	3	2	1	0
4	3	0	0	2	1	0	0	0
5	5	2	2	4	4	4	3	2
6	4	2	2	4	3	2	2	2
7	2	1	1	2	2	2	1	1

Рисунок 3.3 – Работа программы для примера таблицы 3.6

Рассмотрим этот же пример, теперь уже с учетом ёмкостей, результаты сформируем в таблице 3.7.

### Таблица 3.7

### Режимы работы управляющих воздействий для примера 3 с

t	<i>X</i> <sup>0</sup>	$U^t(1)$	$U^t(2)$	$U^t(3)$	$U^t(4)$	$U^t(5)$	$X^t(6)$	Y
		4	4	4	3	5		
0	2							
1	5	<u>-1</u>						
2	3	-1	-1					
3	3	0	-1	0				
4	5	<u>-1</u>	0	<u>-1</u>	0			
5	4	-1	-1	<u>-1</u>	-1	0		
6	2	0	0	-1	-1	-1	0	0
7		0	<u>-1</u>	0	0	-1	0	0
8			0	-1	<u>-1</u>	0	0	0
9				0	0	-1	0	0
10					0	0	2	2
11						<u>-1</u>	2	2
12							1	1
Расход		-4	-4	-4	-3	-4		

равномерным расходом и ёмкостью

Видим, что в послед. столбце не израсходована 1 единица ресурса, ресурсы по установкам расходуются равномерно, не превышают указанные емкости, желаемый профиль получен. Программная реализация на рисунке 3.4. также подтверждает сделанные расчеты и выводы.

Длина протя	женного объ	екта (N) 7	\$ Кол	ичество обра	абатывающих	устройств (n₂)	5	Вычислит
	Вход	Цель	Выход	X(1)	X(2)	X(3)	X(4)	X(5)
Ёмкость U(i)	•		• (	4	4	4	3	5
1	2	0	0	1	0	0	0	0
2	5	0	0	4	3	2	1	0
3	3	0	0	3	3	2	1	0
4	3	0	0	2	1	0	0	0
5	5	2	2	4	4	4	3	2
5	4	2	2	4	3	2	2	2
7	2	1	1	2	2	2	2	1

Рисунок 3.4 – Работа программы для примера таблицы 3.7.

### 3.4 Прямая и обратная задачи для пассивных зон обработки

Для получения целевого выхода после зон обработки по исходным данным необходимо рассмотреть принципы обработки объекта как в активной, так и в пассивных зонах. Рассмотрим принципы обработки объекта на пассивных участках, без учета внешних управляющих воздействий.

## 3.4.1 Динамическая окрестностная модель для пассивных зон обработки

В описании алгоритма аддитивной обработки сказано о малом влиянии самодействия узла по сравнению с внешним воздействием управляющих узлов. Построим фазовую окрестностную структуру с учетом отсутствия самодействия в активной зоне обработки. Случай для модели Эйлера при  $n_1 = n_2 = n_3 = 2$  изображен на рисунке 3.5.



Рисунок 3.5 – Окрестностная структура последовательной обработки узлов в модели Эйлера без самодействия в активной зоне обработки

(случай  $n_1 = n_2 = n_3 = 2$ )

Отсутствие самодействия на активном участке обработки позволило описать алгоритм обработки объекта в активной зоне без построения динамической окрестностной структуры, только на основании фазовой. Для решения прямой и обратной задач самодействия объекта в пассивных зонах обработки нам все же потребуется динамическая структура модели Эйлера, но только ее часть, соответствующая пассивным зонам. Более того, поскольку мы предполагаем, что законы самодействия в пассивных зонах являются локальными, то есть на каждый узел влияет только он сам и два соседних узла, то динамические структуры в двух пассивных зонах не отличаются и потому достаточно рассмотреть одну пассивную зону и решить для нее прямую и обратную задачи.

Рассмотрим обработку объекта без участия управляющих узлов в активной зоне. В этом случае все зоны обработки будут представлены как один участок с пассивной обработкой с самодействием узлов, показывающий взаимодействие узлов между собой и с внешней средой.

Ввиду сложности записи фазовой и динамической окрестностных структур, вместо произвольного значения количества узлов n и фрагментов объекта N рассмотрим запись, состоящую из десяти фрагментов обрабатываемого объекта и пяти узлов, причем нулевой узел  $x_0$  является копией входных данных. Это означает нахождение четырех узлов
наблюдателя в зонах обработки. Получаем, что n = 4 и N = 10. На рисунке 3.6 в верхней части рисунка расположена фазовая окрестностная структура, ниже располагается соответствующая ей динамическая окрестностная структура в переменных Эйлера.

В общем случае значения переменных в столбце k динамической окрестностной структуры образуют профиль свойств объекта при прохождении фазового узла  $x_k$ , то есть вектор  $\bar{X}(k) = [X^{k+1}(k), ..., X^{k+N}(k)]^T$ . В частности,  $\bar{X}(0) = \bar{U}$  – это профиль свойств на входе, и  $\bar{X}(n) = \bar{Y}$  – это профиль свойств на выходе. Можно считать, что все профили  $\bar{X}(0), ..., \bar{X}(n)$  являются векторами одного и того же пространства  $\mathbb{R}^n$ . Это соответствует «выпрямлению» динамической структуры преобразованием  $(t, x) \rightarrow (t - x, x)$ , см. рисунок 3.7, и особенно полезно для анализа линейных моделей [43].



Рисунок 3.6 – Фазовая и динамическая окрестностные структуры в переменных Эйлера для пассивной обработки при *n* = 4 и *N* = 10



Рисунок 3.7 – Динамическая окрестностная структура после «выпрямления»

# 3.4.2 Решение прямой и обратной задач для пассивных зон обработки в общем случае

Локальное самодействие объекта в векторных обозначениях описывается следующей системой уравнений [43]:

$$\begin{cases} \bar{X}(1) = \bar{F}_1(\bar{X}(0), \bar{X}(1)), \\ \bar{X}(k) = \bar{F}_k(\bar{X}(k-2), \bar{X}(k-1) \bar{X}(k)), \\ k = 2, ..., n. \end{cases}$$
(3.13)

В данной векторной записи специфика рассматриваемой окрестностной системы частично теряется, тем не менее, запись полезна тем, что позволяет решить прямую и обратную задачи в общем виде. Решая уравнения системы относительно  $\bar{X}(1)$  и  $\bar{X}(k)$  (в предположении, что это возможно), получаем систему (3.14):

$$\begin{cases} \bar{X}(1) = \bar{G}_1(\bar{X}(0)), \\ \bar{X}(k) = \bar{G}_k(\bar{X}(k-2), \bar{X}(k-1)), \\ k = 2, \dots, n. \end{cases}$$
(3.14)

Заметим, что если самодействие инвариантно относительно сдвигов по длине объекта, то  $\bar{G}_k = \bar{G}$ , то есть операторы  $\bar{G}_k$  не зависят от k = 2, ..., n. Рекуррентно определяются операторы [43]

$$\begin{cases} \bar{R}_{1}(\bar{X}(0)) = \bar{G}_{1}(\bar{X}(0)), \\ \bar{R}_{2}(\bar{X}(0)) = \bar{G}_{2}(\bar{X}(0), \bar{R}_{1}(\bar{X}(0))), \\ \bar{R}_{3}(\bar{X}(0)) = \bar{G}_{3}(\bar{R}_{1}(\bar{X}(0)), \bar{R}_{2}(\bar{X}(0))), \\ \dots \\ \bar{R}_{n}(\bar{X}(0)) = \bar{G}_{n}(\bar{R}_{n-2}(\bar{X}(0)), \bar{R}_{n-1}(\bar{X}(0))). \end{cases}$$
(3.15)

Построенный оператор  $\bar{R}_n$  решает прямую задачу,  $\bar{Y} = \bar{X}(n) = \bar{R}_n(\bar{X}(0));$  обратный оператор  $\bar{R}_n^{-1}$  решает обратную задачу,  $X(0) = \bar{R}_n^{-1}(X(n)) = \bar{R}_n^{-1}(\bar{Y})$ .

С учетом последовательности участков обработки в следующем виде:  $n_1$  узлов пассивной зоны,  $n_2$  узлов активной зоны,  $n_3$  узлов пассивной зоны, получаем следующую схему решения прямой и обратной задач для самодействия объекта:

1) Для входной пассивной зоны предложенный численный метод состоит в преобразовании входного вектора (профиля)  $\bar{X}(0)$  в вектор  $\bar{X}(n_1 + 1)$ , являющийся входным вектором для активной части зоны обработки. Вычисление выполняется прямым последовательным применением узловых операторов  $F_i^t$  первой пассивной зоны к входным векторам узлов пассивной зоны:

$$\bar{X}(n_1+1) = \bar{R}_{n_1+1}(\bar{X}(0)) \tag{3.16}$$

2) Для выходной пассивной зоны предложенный численный метод состоит в преобразовании целевого вектора выхода из зон обработки  $\bar{Y} = \bar{X}(1 + n_1 + n_2 + n_3)$  (целевого профиля задачи обработки) в вектор выхода из активной части зоны обработки  $\bar{X}(n_1 + n_2 + 1)$ . Для этого предварительно

вычисляется оператор, обратный к композиции узловых операторов  $F_i^t$  второй пассивной зоны. Вычисление выполняется применением обратного оператора к вектору *Y*:

$$\bar{X}(n_1 + n_2 + 1) = \bar{R}_{n+1}^{-1} (\bar{X}(n+1)) = \bar{R}_{n+1}^{-1} (\bar{Y})$$
(3.17)

# 3.4.3 Решение прямой и обратной задач для пассивных зон обработки в случае линейных систем

В случае линейных моделей введенная выше векторной запись системы (3.13) позволяет полностью учесть специфику задачи [43]. Для записи линейной системы нам потребуются матрицы

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.18)

И

$$S^{T} = \begin{bmatrix} 0 \ 1 \ \dots \ 0 \ 0 \\ \cdot \ \dots \ \cdot \\ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \\ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \end{bmatrix}.$$
(3.19)

Система (3.13) в линейной версии на основании структуры, изображенной на рис. 3.7, может быть записана в виде

$$\begin{cases} \bar{X}(1) = B_1 \bar{X}(0) + C_1 S \bar{X}(1)), \\ \bar{X}(k) = A_k S^T \bar{X}(k-2) + B_k \bar{X}(k-1) + C_k S \bar{X}(k), \\ k = 2, \dots, n, \end{cases}$$
(3.20)

где  $B_1, C_1, A_k, B_k, C_k$  – квадратные матрицы порядка *n*. В простейшем случае (аналогичном разностным схемам) эти матрицы заменяются числами, самодействие инвариантно относительно сдвигов по длине объекта, и получаем систему

$$\begin{cases} \bar{X}(1) = \lambda \bar{X}(0) + \mu S \bar{X}(1)), \\ \bar{X}(k) = \alpha S^T \bar{X}(k-2) + \beta \bar{X}(k-1) + \gamma S \bar{X}(k), \\ k = 2, ..., n. \end{cases}$$
(3.21)

Операторы  $\bar{G}_1$  и  $\bar{G}$  для системы (3.21) имеют вид

$$\begin{cases} \bar{X}(1) = \lambda (E - \mu S)^{-1} \bar{X}(0) \\ \bar{X}(k) = (E - \gamma S)^{-1} (\alpha S^T \bar{X}(k - 2) + \beta \bar{X}(k - 1)) \\ k = 2, \dots, n \end{cases}$$
(3.22)

Далее операторы  $\bar{R}_n$  и  $\bar{R}_n^{-1}$  могут быть вычислены рекуррентно по формулам (3.15).

### 3.5 Алгоритм равномерного расходования ресурсов в задачах логистики

Для представления алгоритма равномерного расходования ресурсов в задачах логистики введем новую терминологию, отдельные части которой будут уточнены и дополнены при адаптации модели и алгоритма в задачах доставки грузов.

Движущийся обрабатываемый объект, состоящий из *N* фрагментов, будет представлен как серия транспортных средств или транспортных агентов (для краткости, в дальнейшем именуются *агенты*). Каждый агент имеет максимальную вместимость (емкость), т.е. количество груза, которое он способен перевозить, а также номинальную вместимость (емкость), которую он в действительности перевозит в рамках задачи.

Каждый управляющий узел имеет свою *мощность*, т.е. количество ресурсов (груза), которое устройство обработки может принять или отгрузить одномоментно, за один такт времени. В отличие от первоначальной записи аддитивного алгоритма обработки, в данном случае возможны разные величины мощности для различных управляющих узлов.

Пусть *N* – количество агентов и *K* – количество терминалов. Векторы максимальных и номинальных емкостей агентов, мощностей терминалов, максимальных и текущих ресурсов терминалов обозначим

$$A_{max} = [A_1, \dots, A_N], (3.23)$$

$$A_{nom} = [a_1, \dots, a_N], (3.24)$$

$$M = [m_1, \dots, m_K], (3.25)$$

$$R_{max} = [R_1, \dots, R_K], (3.26)$$

$$R = [r_1, \dots, r_K]. (3.27)$$

В случае основного алгоритма вектор мощностей терминалов принимает значения «1»: *M* = [1, ...,1]. В адаптации к задачам логистики мощности терминалов могут быть различными числами.

Путевой код *i*-того агента (двоичный вектор) обозначим

$$C_i = [c_1, \dots c_K], \ c_i = \{0, 1\}.$$
 (3.28)

Разработанная версия алгоритма с равномерным расходом ресурсов в случае задач логистики адаптирована следующим образом: окружность длины  $|L| = m_1 + \dots + m_K$  состоит из дуг, длины которых  $m_1, \dots, m_K$  равны мощностям терминалов. Путь длины  $|S| = A_1 + \dots + A_N$  состоит из отрезков, длины которых  $A_1, \dots, A_N$  равны максимальным емкостям агентов. Путь наматывается на окружность в направлении против часовой стрелки, как показано на рисунке 3.8.

Длины дуг окружности с мощностями терминалов и длины отрезков, соответствующие максимальным емкостям агентов, могут совпасть или не совпасть. В этом случае:

– если точки деления пути совпали с точками деления окружности, то в путевом коде агента с номером *i* будут активны терминалы, мощности которых покрыты отрезком *A<sub>i</sub>*.

 – если точки деления не совпадают, то используемые емкости агентов последовательно уменьшаются до моментов совпадения точек деления укороченного пути с точками деления окружности (т.е. до получения вектора с номинальными емкостями *A<sub>nom</sub>*).



Рисунок 3.8 – Геометрическая интерпретация алгоритма равномерного расхода ресурсов и генерирования путевых кодов

Применение алгоритма на примерах будет рассмотрено в разделах четвертой главе.

#### 3.6 Выводы

В главе 3 получены следующие результаты:

– разработан основной алгоритм аддитивной обработки на активном участке, позволяющий получить режимы работы управляющих узлов для достижения желаемого выхода из активной зоны обработки;

– предложены модификации алгоритма, отличающиеся учетом ограничений на ресурсы и равномерным расходом ресурсов, которые позволяют получить желаемый профиль объекта в тех случаях, когда основной алгоритм не может дать необходимого результата;

 предложены схемы решения прямой и обратной задач для пассивных зон обработки, включающие построение динамической окрестностной модели;

– предложена запись окрестностной системы для решения прямой и обратной задач на пассивных участках обработки в общем и линейном случае;

 предложен алгоритм равномерного расходования ресурсов в задачах логистики с получением путевых кодов для каждого транспортного агента.

### 4. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧАХ.

В данной главе рассматриваются варианты адаптации разработанной модели к задаче охлаждения горячекатаной полосы и к задаче организации перевозок, представлены расчет режима работы душирующих установок и расчет поставок асфальтобетонной смеси и фасованного цемента потребителям на основе разработанных алгоритмов. Расчеты проводились с использованием разработанного программного комплекса.

### 4.1 Адаптация разработанной модели в задаче охлаждения горячекатаной полосы

Предложенная в данной работе модель последовательной обработки была интерпретирована как модель процесса принудительного охлаждения горячекатаной полосы на отводящем рольганге посредством душирующих установок (устройств ускоренного охлаждения, УУО).

Конкретизируем введенные во второй главе общие термины модели с учетом контекста задачи:

- входной профиль объекта – температура полосы при выходе на рольганг, регистрируемая пирометром (Т<sub>кп</sub>);

- самодействие – процесс теплообмена, как внутренний, так и с окружающей средой;

- пассивные зоны обработки – участки рольганга до и после зоны УУО;

- активная зона обработки (СУОП – система ускоренного охлаждения полосы) – зона расположения последовательности душирующих установок (полусекций УУО);

- целевой профиль – технологически оптимальный температурный профиль полосы на этапе смотки (T<sub>CM</sub>).

На рисунке 4.1 представлена общая схема охлаждения горячекатаной полосы, которая является частью схемы стана горячей прокатки [118].



Рисунок 4.1 – Схема охлаждения горячекатаной полосы

Согласно рисунку 4.1, часть  $\Gamma 6 \div \Gamma 12$  представляет на схеме клети чистовой группы, в модели данная зона обработки представлена пассивным участком с количеством узлов  $n_1$ . Установка ускоренного охлаждения полосы, отмеченная на рисунке 4.1 как УУО, в модели представлена активным участком обработки  $n_2$ , содержащем управляющие узлы. Участок после УУО до моталок M1 ÷ M3 представлен в модели зоной пассивной обработки с  $n_3$ узлами.

## 4.2 Расчет режима работы душирующих установок на основе разработанных алгоритмов

Первоначально опишем набор исходных данных для вычислений, далее проведем расчет режимов работы душирующих установок с целью получения целевого выхода. По полученным результатам проведем сравнительный анализ.

#### 4.2.1 Подготовка и описание исходных данных

Рассмотрим исходные данные для расчетов, полученные из системы анализа температуры смотки (взято из открытых источников). Из имеющегося

массива данных особенно интересными представляются графики и диаграммы, содержащие наибольший разброс температур для этапа конца прокатки и этапа смотки. В таких случаях температура смотки получается за счет усреднения довольно сильно отличающихся друг от друга температур, полученных после работы установки ускоренного охлаждения.

Разработанные алгоритмы позволяют рассчитать режимы работы устройств ускоренного охлаждения и уменьшить разброс температур по полосе, что приводит к получению температуры на этапе смотки с меньшим среднеквадратическим отклонением. Дополнительно алгоритм позволяет не только получать равномерное распределение температур на этапе смотки, но также при возникновении соответствующей задачи дает возрастающий или убывающий температурный профиль на смотке.

Далее представлено несколько диаграмм с температурой конца движения полосы, количеством работающих прокатки, скоростью душирующих установок и температурой смотки, - параметрами, которые являются основными для построения расчетов по алгоритму. Некоторые дополнительные кривые, представленные на рисунках, являются дополнительными технологическими параметрами, с точки зрения построенной окрестностной модели не играют существенной роли и не используются при расчетах по алгоритму.

На рисунке 4.2 представлена кривая распределения температур, полученная на этапе конца прокатки, которая выделена красным цветом и обозначена выше Т<sub>КП</sub>.

84



Рисунок 4.2 – График данных входного профиля объекта, представленный температурой конца прокатки

Представленные на рисунке 4.2 данные были взяты с учетом длины полосы, получаем по 10 точек со значением температуры на каждые 100 метров полосы. Итоговый массив состоит из 100 точек, его фрагмент представлен в таблице 4.1.

Таблица 4.1

№ фрагмента	Т <sub>кп</sub> , гр.
1	929
2	925
3	917
4	923
5	916
6	918
7	926
8	922
9	926

Фрагмент массива данных по температуре конца прокатки

10	920
•••	
91	929
92	927
93	925
94	923
95	921
96	923
97	926
98	924
99	926
100	927

На рисунке 4.3 представлена скорость движения полосы, кривая выделена светло-зеленым цветом. По графику видно, что при прохождении зон обработки фрагменты полосы могут ускорять или замедлять движение, что отражается в виде возрастающей или убывающей кривой. Аналогично предыдущему параметру получаем массив из 100 точек.



Рисунок 4.3 – График скорости движения полосы

На рисунке 4.4 представлено количество включенных устройств укоренного охлаждения в виде ломаной кривой зеленого цвета. Каждое из устройств срабатывает над определенными фрагментами полосы, задействуя необходимое количество душирующих работе установок. Число в сработавших установок зависит от необходимого охлаждающего эффекта, которого необходимо добиться для определенного участка полосы с целью получения целевого профиля смотки, а само охлаждение напрямую зависит от скорости движения полосы: чем больше скорость, тем меньше каждая установка успевает охладить участок полосы, а значит тем меньше охлаждающий эффект. Число душирующих установок измеряется целым числом и может варьироваться от 0 (все выключены) до 80 (все включены).



Рисунок 4.4 – График включенных устройств укоренного охлаждения

На рисунке 4.5 представлена кривая распределения температур, полученная на этапе смотки, которая выделена красным цветом и обозначена выше T<sub>CM</sub>.



Рисунок 4.5 – График данных целевого выхода объекта, представленный температурой на этапе смотки

Итоговый набор исходных данных для представленной полосы сформирован в таблице 4.2. Температуры конца прокатки и на смотке измеряются в °C, представлены обозначениями  $T_{K\Pi}$  и  $T_{CM}$  соответственно. Скорость полосы измеряется в метрах в секунду (м/с), представлено обозначением V. Количество включенных устройств укоренного охлаждения указано в таблице как **УУО**.

Таблица 4.2

№ фрагмента	<b>Т</b> <sub>КП</sub> , °С	V, м/с	УУО	<b>Т</b> <sub>СМ</sub> , °С
1	929	12,4	0	690
2	925	12,4	0	645
3	917	12,4	17	620
4	923	12,4	24	580
5	916	12,5	29	562
6	918	12,5	32	555
7	926	12,5	32	559

Фрагмент массива исходных данных по полосе 1

8	922	12,6	32	553
9	926	12,6	32	551
10	920	12,6	32	553
•••	•••	•••	•••	•••
91	929	13,9	36	545
92	927	14	36	540
93	925	13,5	15	570
94	923	12,75	15	610
95	921	12,25	0	635
96	923	12	0	660
97	926	11,5	0	680
98	924	11,25	0	685
99	926	10,75	0	690
100	927	10	0	700

Аналогично представлены исходные данные по полосе 2, графики температур конца прокатки и скорости движения полосы представлены на рисунке 4.6, графики с количеством работающих устройств охлаждения и температур смотки представлены на рисунке 4.7.



Рисунок 4.6 – Графики данных входного профиля объекта и скорости

движения полосы



Рисунок 4.7 – Графики включенных устройств укоренного охлаждения и целевого выхода объекта

Таблица 4.3

Фрагмент массива исходных данных по полосе 2

№ фрагмента	Ткп, °С	V, м/с	УУО	Т <sub>СМ</sub> , °С
1	926,25	12,7	0	690
2	922,5	12,5	0	645
3	917,5	12,5	17	590

91

4	921,25	12,5	21	570
5	925	12,5	25	555
6	921,25	12,5	29	560
7	927	12,6	29	558
8	928,75	12,6	29	565
9	926,25	12,7	29	560
10	928,75	12,7	29	558
		•••	•••	•••
91	920	2	37	560
92	919	1,5	15	590
93	921	1	9	625
94	918	0,75	9	655
95	922	0,5	0	670
96	924	0,25	0	675
97	925	0	0	680
98	927	0	0	690
99	928	0	0	700
100	930	0	0	710

# 4.2.2 Расчет режима работы душирующих установок и получение целевого выхода

Для расчетов по алгоритму составлена модель, содержащая 100 узлов на полосу, где один узел приблизительно соответствует 10 метрам длины полосы. Зона душирующих установок содержала 10 узлов, по 8 полусекций устройств ускоренного охлаждения на один узел. Охлаждающая способность одной полусекции УУО учитывалась в зависимости от скорости полосы.

В качестве входного профиля используются исходные данные температуры конца прокатки Т<sub>кп</sub>, в качестве целевого выходного профиля

92

используется усредненное значение исходных данных температуры профиля на этапе смотки T<sub>CM</sub>, как правило, находящееся вблизи 550 °C.

Используем формулу, показывающую охлаждающую способность одной полусекции УУО в зависимости от скорости полосы:

 $T_{\text{полусекции}} = (8 - 0.6 * (V_{\text{полосы}} - 13)) \,^{\circ}\text{C}, \tag{4.1}$ 

где V<sub>полосы</sub> – скорость движения полосы.

Данная формула была получена в результате анализа исходных данных и диаграмм. В случае увеличения скорости охлаждающая способность одной полусекции становится меньше, в случае уменьшения скорости – охлаждение одной полусекции становится больше за счет более интенсивного воздействия душирующих установок на участок полосы при снижении скорости. Из (4.1) видно, что при  $V_{полосы} = 13$  м/с охлаждающая способность одной полусекции становится больше за счет более интенсивного воздействия душирующих установок на участок полосы при снижении скорости. Из (4.1) видно, что при  $V_{полосы} = 13$  м/с охлаждающая способность одной полусекции становится равна 8 °C.

По исходным данным таблицы 4.2 и с учетом формулы (4.1) получим столбец с охлаждающей способностью полусекции в зависимости от скорости. В первом столбце укажем дискретные моменты времени, с каждым тактом фрагмент полосы перемещается в следующий узел наблюдателя. Полученный результат представлен в таблице 4.4.

Таблица 4.4

Такты времени <b>t</b>	V	Т <sub>полусекции</sub>
1	12,4	8,36
2	12,4	8,36
3	12,4	8,36
4	12,4	8,36
5	12,5	8,3
6	12,5	8,3
7	12,5	8,3
8	12,6	8,24

Фрагмент массива данных по скорости полосы 1 и расчет Тполусекции.

9	12,6	8,24
10	12,6	8,24
	•••	
91	13,9	7,46
92	14	7,4
93	13,5	7,7
94	12,75	8,15
95	12,25	8,45
96	12	8,6
97	11,5	8,9
98	11,25	9,05
99	10,75	9,35
100	10	9,8
101	10	9,8
102	10	9,8
103	10	9,8
104	10	9,8
105	10	9,8
106	10	9,8
107	10	9,8
108	10	9,8
109	10	9,8
110	10	9,8

С учетом прохождения объектом 10 узлов из зоны душирующих установок необходимо учесть следующее: в начале обработки первые фрагменты объекта только заходят в активную зону воздействия, из-за чего часть устройств охлаждения не срабатывают в начальные моменты времени, так как фрагменты обрабатываемого объекта ещё не поступил к соответствующим управляющим узлам. По мере продвижения объекта и при необходимости воздействия включается все больше душирующих установок.

Фрагменты объекта продвигаются все дальше, пока объект в итоге не начнет покидать зону установки ускоренного охлаждения. Когда объект начинает покидать активную зону обработки, первые управляющие узлы перестают оказывать воздействие по причине отсутствия фрагментов объекта. В итоге весь объект выйдет из всей активной зоны обработки только к моменту времени t = 110. Это объясняет наличие в таблице 4.3 не 100 строк, а 110 строк с данными и расчетами.

Входной профиль объекта, представленный температурой конца прокатки, подвергается обработке управляющих узлов, в одном узле может сработать до 8 полусекций устройств ускоренного охлаждения. Необходимо рассчитать охлаждающий эффект каждого управляющего узла с учетом того, что охлаждение внешней средой для внутренних узлов модели составляет 96 °C, а охлаждение внешней средой для краевых узлов модели, т.е. «голова» и «хвост» полосы – 220 °C. Суммарное воздействие всех 10 управляющих узлов на фрагменты полосы даст общую работу установки ускоренного охлаждения.

Суммарный эффект охлаждения от управляющих узлов и внешнего воздействия, согласно конечной цели получения целевого профиля выхода, должен давать для каждого фрагмента обрабатываемого объекта температуру, находящуюся вблизи целевой, как правило, около 550 °C. Последовательность шагов для получения управляющих воздействий следующая:

- найти разницу по фрагментам для исходного входного и желаемого выходного профилей;

- из полученной разницы вычесть влияние внешней среды для внутренних и краевых узлов модели;

- получить столбец значений, который представляет собой суммарный охлаждающий эффект от установки ускоренного охлаждения.

Проходя узлы управляющей установки, один и тот же фрагмент объекта из-за увеличения или уменьшения скорости движения получает различные эффекты охлаждения при прохождении каждого обрабатывающего узла. Кроме того, каждый узел управления содержит 8 полусекций устройств, часть из которых может сработать, а часть – нет.

Для понимания, какие управляющие узлы будут активны, а какие нет и сколько полусекций устройств будет срабатывать, необходимо учесть следующее:

- для каждого фрагмента объекта по полученному столбцу значений с суммарным охлаждающим эффектом от всей установки ускоренного охлаждения считаем, сколько управляющих узлов *U* необходимо задействовать с учетом активной работы всех полусекций устройств, чтобы приблизиться к значению суммарного охлаждающего эффекта;

- при разнице между суммарных охлаждением суммой И задействованных воздействия управляющих узлов меньше одного управляющего узла U<sub>i</sub> с активными полусекциями необходимо задействовать только часть полусекций текущего управляющего узла, так чтобы разница стремилась к минимуму по модулю.

Получаем таблицу с воздействиями управляющих узлов, где 0 показывает, что полусекции управляющего узла не активны. В зависимости от скорости полосы и целевого профиля на выходе менятеся охлаждающая способность каждого управляющего узла, что отражено в таблице 4.5.

Суммируя по строкам количество полусекций из всех управляющих узлов, задействованных при охлаждении, получаем число душирующих установок, срабатывающих в каждый момент времени *t*, что показано в последнем столбце таблицы 4.5.

#### V $U_8 | U_9 | U_{10}$ УУО T<sub>π</sub> $T_{K\Pi}$ $U_1$ $U_2$ U<sub>3</sub> $U_4$ $U_5$ $U_6$ $U_7$ $\sum U_i$ T<sub>CM</sub> t $T_{\kappa \Pi} - \sum U_{\kappa \Pi}$ 12,4 8,36 929 0 0 1 8,36 925 0 0 2 12,4 0 8,36 917 66,88 0 0 3 8 12,4 8,36 923 66,88 66.88 0 0 16 4 12,4 916 66,4 66.4 5 12.5 8.3 66,4 0 24 0 12.5 8.3 918 66,4 66.4 66.4 66.4 0 0 32 6 8.3 33 7 12.5 8.3 926 66,4 66.4 66,4 66,4 0 0 65,92 65,92 65,92 65,92 8,24 33 8 12,6 8,24 922 0 0 0 8,24 65,92 65,92 65,92 65,92 8.24 33 9 12.6 926 0 0 0 0 8.24 920 65,92 65,92 65,92 65,92 8,24 33 10 12,6 0 0 0 0 0 65,92 11 12.6 8.24 927 65,92 65,92 65,92 16.48 0 0 0 0 0 0 929 709 34 65,92 8,24 919 65,92 65,92 65,92 16,48 12 12,6 0 0 0 0 0 0 925 630 34 13 12,7 8,18 922 65,44 65,44 65,44 65,44 16,36 0 0 0 0 0 274,86 642,14 546,14 34 65,44 65,44 65,44 8,18 33 14 12.7 8.18 917 65,44 0 0 0 0 274,32 648,68 552.68 0 15 65,44 65,44 65,44 65,44 16,36 34 12,7 8,18 931 0 0 0 0 273.36 642,64 546,64 0

Расчет режима работы душирующих установок и получение целевого выхода для полосы 1

### Таблица 4.5

•••	•••	•••		•••	•••	•••	•••	•••					•••	•••	•••	•••	•••
96	12	8,6	923	68,8	68,8	68,8	68,8	25,8	0	0	0	0	0	274,58	650,42	554,42	35
97	11,5	8,9	926	71,2	71,2	71,2	71,2	17,8	0	0	0	0	0	282,52	646,48	550,48	34
98	11,25	9,05	924	0	72,4	72,4	63,35	0	0	0	0	0	0	282,64	643,36	547,36	23
99	10,75	9,35	926	0	0	74,8	65,45	0	0	0	0	0	0	284,44	643,56	547,56	15
100	10	9,8	927	0	0	0	58,8	0	0	0	0	0	0	280,91	645,09	549,09	6
101	10	9,8			0	0	0	0	0	0	0	0	0	279,48	649,52	553,52	0
102	10	9,8				0	0	0	0	0	0	0	0	279,4	647,6	551,6	0
103	10	9,8					0	0	0	0	0	0	0	281	644	548	0
104	10	9,8						0	0	0	0	0	0	272,8	650,2	554,2	0
105	10	9,8							0	0	0	0	0	270,95	650,05	554,05	0
106	10	9,8								0	0	0	0	277,85	645,15	549,15	0
107	10	9,8									0	0	0	277,2	648,8	552,8	0
108	10	9,8										0	0	0	924	604	0
109	10	9,8											0	0	926	656	0
110	10	9,8												0	927	707	0

В таблице 4.5 представлен расчет охлаждающей способности каждого управляющего узла, а также представлен полученный по расчету температурный профиль на этапе смотки. Расчет проведен согласно основному алгоритму аддитивной обработки, где не учитываются ограничения на запас емкости каждого управляющего узла, т.к. расход воды для задачи охлаждения полосы неограничен.

В предпоследнем столбце находятся данные по температуре смотки, полученные в результате работы алгоритма, с учетом активного и пассивного охлаждения. Головная и хвостовая части полосы согласно технологической инструкции не душируются, поэтому имеются всплески T<sub>CM</sub>.

#### 4.2.3 Сравнение полученных результатов

Подведем итог на основании полученных расчетов и сравним результаты с реальными данными из открытых источников.

По исходным данным температурного профиля конца прокатки и известной (заданной) средней температуре на смотке по алгоритму рассчитывается суммарный охлаждающий эффект от задействованных управляющих узлов для каждого фрагмента полосы и количество срабатывающих устройств ускоренного охлаждения в каждый момент времени t. В результате получаем матрицу со значениями управляющих воздействий  $U^t(i)$  в каждый момент времени t, которая показывает работу устройств ускоренного охлаждения. Учитывая самодействие объекта как теплообмен фрагментов объекта между собой и с внешней средой (воздушное охлаждение), получаем результат всей обработки движущегося объекта на пассивных и активных участках.

К исходным входным данным температурного профиля конца прокатки (суммированием) применяем полученные воздействия УУО и воздушное охлаждение, в результате чего получаем выходной профиль температур на этапе смотки. Полученные по алгоритму воздействия управляющих узлов рассчитаны с учетом минимальной разницы между исходными данными и известной (заданной) средней температурой на смотке, в результате получаем равномерный целевой выход в виде температур на смотке.

Полученные результаты и реальные данные по устройствам ускоренного охлаждения и целевому выходу (профиль температур на этапе смотки) представлены для полосы 1 на рисунке 4.8 и рисунке 4.9 соответственно. Аналогично для полосы 2 полученные результаты отображены на рисунке 4.10 и рисунке 4.11. Реальные данные представлены на каждом из рисунков кривой с номером «1» синего цвета, полученные по алгоритму – кривой с номером «2» красного цвета.

На рисунке 4.8 представлен график с реальными данными по УУО и полученными данными в результате работы алгоритма. На вертикальной оси отмечено количество сработавших душирующих установок, по горизонтальной оси отмечены моменты времени. Целью является получение равномерного целевого выхода, поэтому в некоторые моменты времени по алгоритму требуется увеличение числа действующих душирующих установок (например, диапазон моментов времени от t = 65 до t = 90), а в некоторых – наоборот, уменьшение (например, диапазон моментов времени от t = 50 до t = 65). Сравнение кривых показывает их сходство и сопоставимость.

На рисунке 4.9 представлен график с реальными данными по  $T_{CM}$  и полученными данными в результате работы алгоритма. На вертикальной оси отмечена температура на этапе смотки в градусах Цельсия, по горизонтальной оси отмечены узлы полосы. Кривая с номером «2» имеет меньший разброс температур, чем кривая с номером «1», что подтверждает более равномерное распределение температуры на смотке, полученное по алгоритму. Это показано и подсчетами среднего значения температуры смотки и среднеквадратического отклонения  $T_{CM}$  в таблицах 4.6 и 4.7.



Рисунок 4.8 – Реальные и имитационные данные по работе УУО для полосы 1



Рисунок 4.9 – Реальные и имитационные данные по  $T_{CM}$  для полосы 1

Целевой профиль температур на смотке в рассматриваемых примерах является равномерным, в то же время алгоритм позволяет проводить расчеты для любого, например, равномерно возрастающего или равномерно убывающего температурного профиля на смотке.

Отметим важную особенность построенного алгоритма: в расчетах работа УУО начинается с первого устройства, при практическом применении алгоритма начало можно переносить в любое по порядку УУО без изменения алгоритма, также возможен пропуск некоторых полусекций или узлов УУО ввиду необходимых технологических особенностей производства, при условии, что в конце ряда УУО есть некоторое небольшое количество неиспользованных узлов, которые можно при необходимости включить, чтобы добиться, в конечном счете, заданной по условию температуры на смотке.

Аналогичные результаты сравнения получаем по рисункам 4.10 и 4.11.



Рисунок 4.10 – Реальные и имитационные данные по работе УУО для полосы 2



Рисунок 4.11 – Реальные и имитационные данные по Т<sub>СМ</sub> для полосы 2

Для сравнения средней температуры смотки и среднеквадратического отклонения полученных результатов не учитываются первые и последние 10 значений для рассчитанной по алгоритму температуры смотки и рассматриваемой по исходным данным. Это связано с всплесками в начале и в конце графика температур ввиду особенностей технологического процесса. Результаты сравнения по средней температуре смотки и среднеквадратичному отклонению приведены в таблицах 4.6 и таблице 4.7 соответственно.

Таблица 4.6

Средняя температура	Полоса 1	Полоса 2
смотки		
по диаграмме	548 °C	549 °C
по алгоритму	549 °C	550 °C

Средняя температура смотки (Т<sub>СМ</sub>) для полосы 1 и 2

Таблица 4.7

Среднеквалратичное	отклонение	TCM	лпя	полосы	1	и	2
среднеквадрати шее	UIKIUIKI	I CM	длл	полосы	1.	ri .	_

Среднеквадратичное	Полоса 1	Полоса 2
отклонение Т <sub>СМ</sub>		
по диаграмме	12.98 °C	10.13 °C
по алгоритму	2.38 °C	2.54 °C

Таким образом, на основе построенной динамической окрестностной модели разработан алгоритм для расчета управляющих воздействий установки ускоренного охлаждения для получения целевого равномерного температурного профиля смотки по исходному температурному профилю конца прокатки.

Целевой профиль температур на смотке в рассмотренных примерах является равномерным, в то же время алгоритм позволяет проводить расчеты для равномерно возрастающего или равномерно убывающего температурного профиля на смотке.

Имитационное моделирование на основе разработанных моделей и алгоритмов позволяет получить равномерное распределение температуры на смотке с целевой средней температурой 550 °C и среднеквадратическим

отклонением примерно 3 °C. По среднеквадратичному отклонению это в 3-4 раза меньше, чем для реальных данных в исходных примерах, представленных на диаграммах.

#### 4.3 Адаптация разработанной модели к задаче организации перевозок

Модель последовательной обработки была адаптирована в данной работе для некоторых задач логистики. В этой версии модели *самодействие* и *пассивные зоны* не используются.

Введенные понятия и термины модели интерпретируются следующим образом:

- протяженный объект – последовательность транспортных средств (агентов), осуществляющих грузоперевозку;

- устройства обработки (активная зона обработки) – последовательность терминалов 1...*п*, каждый из которых имеет определенную мощность *M*, т.е. количество условных единиц продукции, принимаемых или отгружаемых в данном терминале одномоментно;

- входной профиль объекта – вектор максимальных емкостей агентов  $A_{max}$  в задаче доставки грузов или нулевой вектор в задаче получения грузов;  $A_{max}$  представляет собой вектор с максимальной грузоподъемностью (емкостью) каждого транспортного агента, в то же время в ходе решения задачи получаем реально используемую емкость (загруженность каждого агента) в виде вектора номинальных емкостей агентов  $A_{nom}$ ;

- *целевой профиль* – нулевой вектор в задаче доставки грузов или вектор номинальных емкостей агентов *А<sub>пот</sub>* в задаче получения грузов;

- *решение задачи управления входами* – путевой код (лист) *С*<sub>*i*</sub> для каждого агента – список активных (посещаемых) терминалов.

Устройства обработки (терминалы) могут иметь разные мощности (*M*), а агенты – разные максимальные емкости (*A<sub>max</sub>*), что учтено в соответствующей модификации алгоритма обработки (алгоритма генерирования путевых кодов *C<sub>i</sub>* агентов).

Используем часть обозначений, задаваемых для алгоритма равномерного расхода в задачах логистики [72, 75]: N – количество агентов (A<sub>1</sub>–A<sub>N</sub>), K – количество терминалов (Б<sub>1</sub>–Б<sub>K</sub>), векторы *максимальных* и *номинальных* емкостей агентов, *мощностей* терминалов, текущих *ресурсов* терминалов:  $A_{max} = [A_1, ..., A_N], A_{nom} = [a_1, ..., a_N], M = [m_1, ..., m_K], R = [r_1, ..., r_K].$ 

Путевой код агента *i* (двоичный вектор):  $C_i = [c_1, ..., c_K], c_i = \{0, 1\}.$ 

Условие возможности достижения целевого выхода (нулевого в задаче доставки или профиля номинальных емкостей в задаче получения) имеет вид

 $m_1 + \dots + m_K \ge a_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ .

(4.2)

В описанной выше логистической интерпретации продукция предполагается однотипной и потому емкости агентов и мощности терминалов являются скалярными величинами [72].

### 4.4 Расчет поставок асфальтобетонной смеси и фасованного цемента потребителям на основе разработанных алгоритмов

Для применения полученного в работе алгоритма равномерного расхода ресурсов рассмотрим общую схему перевозки, представленную на рисунке 4.12.

В случае задачи поставки грузов будем интерпретировать полученный расчет как решение задачи равномерного снабжения.

Указанная схема не единственная и выбрана произвольно в качестве наглядного примера. На схеме указаны названия населенных пунктов в качестве точек поставок, каждый из них отмечен соответствующим номером. В примере выделено 7 пунктов, это означает наличие 7 терминалов, каждый из которых способен принимать грузы с учетом разной мощности (одномоментной принимающей способности) каждого терминала.

Движущийся объект, подвергаемый обработке, представляется при помощи последовательности транспортных агентов, каждый из которых должен посетить свой набор терминалов в соответствии с вычисленными в ходе алгоритма путевыми кодами. Каждый фрагмент объекта ЭТО транспортный агент, который представлен КамАЗом или фурой определенного максимального тоннажа. При перевозке груза каждому из агентов может потребоваться не вся возможная грузоподъемность, а только часть, в этом случае максимальная емкость такого агента сводится к номинальной, то есть реально используемой в задаче. Она получается в результате плана посещения каждого из пунктов поставки с учетом мощности терминала и требованием равномерности использования терминалов.



Рисунок 4.12 – Общая схема перевозки грузов

Рассмотрим пример, приведенный в таблице 4.8 (*N* = 8 *K* = 7). Таблица 4.8 соответствует рисунку 4.12 с точки зрения количества

терминалов, количество транспортных агентов при этом определяется объемом требуемых перевозок (а не схемой перевозки) и может варьироваться.

Таблица 4.8

				Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б <sub>6</sub>	Б7	
				R							
				4	4	4	4	4	4	4	
				M							
$C_i$		$A_{max}$	Anom	4	5	5	3	4	3	5	Цель
1111000	A <sub>1</sub>	20	17								
0000111	A <sub>2</sub>	13	12	4							
1110000	A <sub>3</sub>	15	14	0	5						
1001111	A <sub>4</sub>	20	19	4	0	5					
0111000	A <sub>5</sub>	15	13	4	5	0	3				
0000111	A <sub>6</sub>	13	12	0	0	5	0	0			
1110000	A <sub>7</sub>	15	14	0	5	0	0	4	0		
0001111	A <sub>8</sub>	15	15	4	0	5	3	0	3	0	
				0	5	0	3	4	0	5	0
					0	5	0	0	3	0	0
						0	0	4	0	5	0
							3	0	3	0	0
								4	0	5	0
									3	0	0
										5	0
											0

Расчет равномерных поставок грузов в случае 8 агентов и 7 терминалов

Опишем содержимое таблицы подробнее. В таблице 4.8, как и во всех таблицах с расчетом поставок грузов, третий столбец содержит набор максимальных емкостей агентов, при этом обозначение для каждого из агентов ( $A_1$ – $A_N$ ) представлено во втором столбце. Значения вектора  $A_{max}$  представляют собой максимальную грузоподъемность каждого транспортного агента. Это не означает, что вся доступная емкость будет использована, представленные величины емкостей показывают, что способен максимально перевезти каждый транспортный агент. В четвертом столбце расположены номинальные емкости агентов, которые формируются на основании посещения терминалов и в результате вычислений по алгоритму равномерного расхода ресурсов. Следующие столбцы, Б<sub>1</sub>–Б<sub>к</sub>, содержат:

- заполненные значения вектора текущих ресурсов терминалов, получаемые в результате работы алгоритма (строка со значениями под обозначением *R*), при этом до начала работы алгоритма, пока ни один транспортный агент не посещал терминалы, вектор *R* состоит из нулей, т.к. нет единиц груза, доставленных по терминалам;

- значения мощностей терминалов (количество единиц груза, которое каждый терминал принимает одномоментно в случае доставки грузов), эти данные сформированы изначально по задаче (строка со значениями под обозначением *M*);

- непосредственный расчет по алгоритму, ячейки таблицы заполняются либо значениями мощностей соответствующих терминалов, при условии, что такой терминал посещен транспортным агентом, либо нулями, если выбранный агент пропускает отмеченный терминал.

Последний столбец «Цель» показывает, что планируемые к доставке единицы груза отгружены по запросу в соответствующие терминалы, поэтому выходной вектор будет нулевым. Столбец необходим для контроля, что все единицы груза, отмеченные в столбце номинальных емкостей, доставлены по заданным терминалам согласно путевому листу каждого агента. Разница
между величиной  $A_{nom}$  и суммой по диагонали в столбцах Б<sub>1</sub>-Б<sub>к</sub> для каждого агента равна нулю, это видно по столбцу «Цель», что подтверждает доставку по терминалам всех реально загруженных и используемых единиц груза.

На основании заполненных диагоналей в столбцах Б<sub>1</sub>-Б<sub>к</sub> для каждого перевозки получаем список посещенных терминалов, средства куда происходила доставка грузов – путевой код агента. Путевой код, как двоичный вектор, состоит из единиц и нулей, где единица обозначает посещение терминала, нуль – пропуск терминала. Каждая координата і в векторе путевого кода соответствует порядковому номеру терминала с Б<sub>1</sub> по Б<sub>к</sub> в общем случае, в примере таблицы 4.8 это номера терминалов с 1 по 7. Полученный в результате алгоритма путевой код отвечает на вопрос, какие терминалы должен посетить и пропустить каждый агент, с учетом равномерных поставок по терминалам разной мощности и полной выгрузки всех реально перевозимых единиц грузов. Это подразумевает равномерное использование терминалов, т.е. координаты вектора текущих ресурсов терминалов в результате работы алгоритма должны быть одинаковы, или, по крайней мере, отличаться друг от друга не более чем на единицу. Это возможно в некоторых частных случаях задач, когда номинальной емкости нескольких последних агентов (возможно, одного) не хватает, чтобы покрыть все необходимые терминалы, в результате чего несколько последних терминалов (возможно, один) имеют текущий ресурс меньший на единицу по сравнению с первым терминалом Б<sub>1</sub>.

Упомянутая строка с текущими ресурсами терминалов (значениями под обозначением *R*) формируется в результате подсчета ненулевых элементов в каждом столбце Б<sub>*j*</sub>, при этом для каждого терминала такое ненулевое значение соответствует его мощности. Получаем вектор текущих ресурсов, каждая координата которого покажет, сколько раз каждый терминал был задействован при доставке грузов транспортными агентами.

Разберем табличное заполнение столбцов Б<sub>1</sub>-Б<sub>к</sub> подробнее на примере работы первых транспортных агентов. Согласно разработанному алгоритму с равномерным расходом ресурсов, вычисляем, сколько терминалов с различной мощностью может посетить первый транспортный агент А<sub>1</sub>. В примере таблицы 4.8 агент с максимальной емкостью в 20 единиц способен осуществить поставку в первые четыре терминала (Б<sub>1</sub>–Б<sub>4</sub>), для отгрузки в терминале  $\mathbf{5}_5$  не хватает емкости, т.к. терминал одномоментно принимает 4 единицы, а оставшаяся незадействованная грузоподъемность A<sub>1</sub>, с учетом максимальной загрузки агента – 3 единицы. Получив этот результат по алгоритму, делаем вывод: необходимо загрузить только 17 единиц груза для первого агента, после чего осуществить поставки, посетив каждый из первых четырех терминалов один раз, поскольку максимальной емкости для доставки груза в пятый терминал не хватает. Посещенные терминалы идут друг за другом, в данном случае это терминалы Б<sub>1</sub>–Б<sub>4</sub>, поскольку они посещены первым агентом, величины текущих ресурсов терминалов для Б<sub>1</sub>–Б<sub>4</sub> увеличиваются на единицу. Для самого первого агента A<sub>1</sub> получаем величину номинальной емкости в 17 единиц, которая хранит реальное количество груза, доставляемое данным агентом, путевой код С<sub>i</sub>, показывающий посещение первых четырех терминалов (значения «1») и пропуск оставшихся (значения «0»). Кроме того, хранится счетчик с указанием, что посещение терминалов следующим агентом (в данном случае, вторым) необходимо начать с пятого терминала Б<sub>5</sub>, поскольку предыдущие терминалы посетил предыдущий агент.

После рассмотрения первого агента, переходим к следующему, второму агенту A<sub>2</sub>. Его максимальная емкость, согласно таблице 4.8, составляет 13 единиц. С учетом того, что первый посещаемый терминал для агента A<sub>2</sub> будет пятый в общем количестве терминал Б<sub>5</sub>, рассчитаем, на какое количество последующих терминалов (включая Б<sub>5</sub>) хватит емкости агента. По данным таблицы 4.8, получаем посещение трех оставшихся терминалов (Б<sub>5</sub>-

Б<sub>7</sub>). Остается ещё 1 единица неиспользованной емкости агента  $A_2$ , однако этого недостаточно, чтобы доставить необходимое количество груза в следующий терминал. Делаем вывод аналогично предыдущей ситуации: необходимо загрузить только 12 единиц груза для второго агента  $A_2$ , после чего осуществить поставки, посетив каждый из трех терминалов Б<sub>5</sub>–Б<sub>7</sub> один раз, так как максимальной емкости для доставки груза в следующий по порядку, первый терминал Б<sub>1</sub>, не хватает. Это означает, что номинальная емкость для агента  $A_2$  составляет 12 единиц, путевой код  $C_i$  содержит первые четыре нуля и последние три единицы, счетчик хранит индекс первого терминала, так как предыдущие посещены текущим агентом  $A_2$ . Кроме того, за счет посещенных агентом  $A_2$  терминалов, увеличиваем величины текущих ресурсов терминалов для Б<sub>5</sub>–Б<sub>7</sub> на единицу.

Далее переходим к транспортному агенту A<sub>3</sub>, согласно счетчику, поставка грузов начинается с первого терминала и так далее, на основе вышеописанного процесса по алгоритму.

Согласно таблице 4.8, каждый из терминалов  $Б_1$ - $Б_7$  был задействован четыре раза (координаты вектора *R*), что отвечает задаче по равномерным поставкам.

Стоит отметить, что, согласно цикличности алгоритма, следующим по цепочке за последним терминалом  $Б_K$  идет первый терминал  $Б_1$ . Если емкость агента позволяет продолжить доставку грузов терминалам, то после загрузки последнего терминала, согласно алгоритму, происходит загрузка первого и так далее. Однако необходимо понимать, что расчет по алгоритму идет перед непосредственным процессом доставки. Получив путевой лист, в котором указаны необходимые к посещению терминалы  $Б_l$ - $Б_K$ , а затем по цепочке  $Б_1$ - $Б_p$ ( $l \ u \ p$  – произвольные индексы, при этом l > p + 1), агент физически посещает терминалы  $Б_l$ - $Б_p$ , пропускает терминалы  $Б_{p+1}$ - $Б_{l-1}$  и посещает терминалы  $Б_l$ - $Б_K$ . Если номера терминалов  $l \ u \ p + 1$  совпали, то пропущенных терминалов не будет, так как, согласно путевому коду, все они обязательны к посещению. В этом случае доставка грузов происходит по всем рассматриваемым в задаче терминалам по порядку от Б<sub>1</sub> до Б<sub>к</sub>. Каждый терминал может быть посещен выбранным агентом только один раз.

Изменим задачу, убрав последний пункт доставки с соответствующим терминалом, а также изменив мощности терминалов Б<sub>1</sub>-Б<sub>6</sub> и увеличив на один число транспортных агентов – стало A<sub>1</sub>-A<sub>9</sub>. Кроме того, поменяем максимальную емкость каждого из агентов. Измененные данные и результаты расчета отражены в таблице 4.9.

Таблица 4.9

				Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б <sub>6</sub>	
				R						
				5	5	5	5	5	5	
				M						
$C_i$		$A_{max}$	A <sub>nom</sub>	5	4	3	3	4	4	Цель
111100	A <sub>1</sub>	15	15							
100011	A <sub>2</sub>	13	13	5						
011110	A <sub>3</sub>	15	14	5	4					
110001	$A_4$	13	13	0	0	3				
001111	A <sub>5</sub>	15	14	5	4	0	3			
111000	A <sub>6</sub>	13	12	0	4	3	0	0		
000111	A <sub>7</sub>	15	11	5	0	0	3	4	0	
111000	A <sub>8</sub>	13	12	0	4	3	0	4	4	0
000111	A <sub>9</sub>	13	11	5	0	3	3	0	0	0
				0	4	0	0	4	4	0
					0	3	3	0	4	0
						0	0	4	0	0
							3	0	4	0
								4	0	0

Расчет равномерных поставок грузов в случае 9 агентов и 6 терминалов

				4	0
					0

Рассмотрим подробнее последовательность расположения терминалов и соответствующую перевозку грузов между ними. Физически первый терминал находится относительно первого агента ближе всего, соответственно посещение начинается с Б<sub>1</sub>. Перед непосредственной доставкой грузов по терминалам происходит работа алгоритма для агента, в результате чего номинальной заранее рассчитаны величины емкости (реальной Таким образом, загруженности) И путевые коды агентов. каждый грузоперевозчик может строить собственный путь, опираясь лишь на список посещаемых терминалов и количество груза, которое необходимо отгрузить для каждого пункта назначения.

Согласно таблице 4.9, каждый из терминалов  $Б_1$ - $Б_6$  был задействован пять раз (координаты вектора *R*), что также показывает равномерность поставок, как и в случае данных и расчетов в таблице 4.8.

На основании расчетов делаем вывод, что табличные результаты схожи, в обоих примерах удалось добиться равномерных поставок с учетом разных мощностей терминалов и различной емкости агентов. В качестве критерия равномерного снабжения выступает равенство координат вектора текущих ресурсов терминалов, это означает, что все терминалы задействованы одинаковое количество раз, что отвечает цели задачи по равномерным поставкам.

## 4.5 Разработанный комплекс программ

Разработан комплекс, состоящий из 3 программ, зарегистрированных в Роспатенте, программа [69] реализована средствами пакета МАТLAB, программы [73, 74] реализованы на языке программирования Python.

Комплекс программ отличается наличием трех вычислительных модулей, соответствующих трем этапам последовательной обработки, позволяет находить режимы работы устройств в зонах обработки, реализующие заданные целевые параметры выхода. Каждый вычислительный модуль программного комплекса реализует расчеты на своём участке последовательной обработки.

Первый модуль реализует расчет профиля объекта на этапе входа в активную зону с использованием детерминированной динамической модели осуществляет решение прямой самодействия, то есть задачи ДЛЯ самодействия: преобразование входного вектора (профиля)  $\bar{X}(0)$  в вектор  $\bar{X}(n_1 + 1)$ , являющегося входным вектором для активной части зоны обработки (входные данные третьего вычислительного модуля). Вычисление выполняется в программе при помощи прямого последовательного применения узловых операторов F<sub>i</sub><sup>t</sup> первой пассивной зоны к входному вектору:  $\bar{X}(n_1 + 1) = \bar{R}_{n_1+1}(\bar{X}(0))$ . Исходные данные, т.е. входной вектор  $\bar{X}(0)$  задаются пользователем, данные вводятся вручную или считываются из указанного файла. Результатом работы первого модуля является набор значений вектора  $\overline{X}(n_1 + 1)$ , значения которого будут использованы в третьем модуле.

Второй вычислительный модуль реализует расчет профиля объекта на этапе выхода из активной зоны с использованием детерминированной динамической модели самодействия, то есть осуществляет решение обратной задачи для самодействия: преобразование целевого вектора выхода из зон обработки  $\bar{Y} = \bar{X}(1 + n_1 + n_2 + n_3)$ , в вектор выхода из активной части зоны обработки  $\bar{X}(n_1 + n_2 + 1)$ , который представляет собой выходные данные третьего вычислительного модуля. Вычисляется оператор, обратный к композиции узловых операторов  $F_i^t$  второй пассивной зоны. Вычисление выполняется в программе применением обратного оператора к вектору Y:  $\bar{X}(n_1 + n_2 + 1) = \bar{R}_{n+1}^{-1}(\bar{X}(n+1)) = \bar{R}_{n+1}^{-1}(\bar{Y})$ . Исходные данные, т.е. вектор выхода  $\overline{Y}$  задаются пользователем, данные вводятся вручную или считываются из указанного файла. Результатом работы второго модуля комплекса программ является набор значений вектора  $\overline{X}(n_1 + n_2 + 1)$ , значения которого будут использованы в третьем модуле.

Третий вычислительный модуль осуществляет расчет значений управляющих векторов  $U^t(i)$  в каждый момент времени. Входными данными для данного модуля являются значения вектора  $\bar{X}(n_1 + 1)$ , получаемые в результате работы первого модуля, целевым выходом является вектор  $\bar{X}(n_1 + n_2 + 1)$ , получаемый в результате работы второго модуля. При помощи входного и целевого вектора по основному алгоритму достигается матрица со значениями управляющих воздействий. Значения управляющих векторов показывают, как получить целевой выход ИЛИ, В случае достижения, наилучшую невозможности его как получить его аппроксимацию. Исходный набор векторов для работы модуля вводятся вручную пользователем или считывается из указанного файла. При работе с программой у пользователя есть возможность указать длину объекта (число фрагментов), а также число управляющих (обрабатывающих) устройств. Входной вектор обозначен как «Вход», целевой вектор – «Цель», получаемый в результате работы программы выход – столбец «Выход». Если «Цель» и «Выход» совпали, получаем, что программа рассчитала значения управляющих векторов, необходимые для получения целевого выхода из активной зоны обработки (см. рисунок 4.13).

Длина протяженного объекта (N)		7	🗧 Количе	ество обрабатываю	5	-	Вычислить	
	Вход	Цель	Выход	U(1)	U(2)	U(3)	U(4)	U(5)
Ёмкость U(i)	-	-	-	3	3	4	5	5
1	5	1	1	-1	-1	-1	-1	0
2	5	1	1	-1	-1	-1	0	-1
3	3	0	0	-1	0	0	-1	-1
4	4	0	0	0	-1	-1	-1	-1
5	3	1	1	0	0	-1	-1	0
6	3	2	2	0	0	0	0	-1
7	2	2	2	0	0	0	0	0
Расход				-3	-3	-4	-4	-4
Остаток				0	0	0	1	1

Рисунок 4.13 – Скриншот работы программы на модельном примере в случае равномерного расхода ресурсов

При адаптации алгоритма к производственным задачам учитываются, в зависимости от задачи, самодействие в активной зоне, переменная скорость движения объекта, ограничения на ресурсы и равномерность расхода ресурсов. Например, в случае модификации основного алгоритма и необходимости использования равномерного расхода ресурсов, пользователю необходимо ввести, помимо входного и целевого векторов, емкости (запас ресурса) для каждого управляющего узла.

## 4.6 Выводы

В главе 4 получены следующие результаты:

построены адаптации разработанной модели к задаче охлаждения
 горячекатаной полосы и к задаче организации перевозок;

– представлены расчеты режима работы душирующих установок, позволяющих с учетом воздушного охлаждения по входному профилю температур конца прокатки получить целевой выход в виде профиля температур на смотке. Полученный целевой профиль температур на смотке является равномерным, с малым среднеквадратическим отклонением в сравнении с данными по открытым источникам;

– представлены расчеты поставок асфальтобетонной смеси и фасованного цемента потребителям на основе разработанных алгоритмов. Поставки грузов основаны на принципе равномерного снабжения с учетом разной мощности принимающих терминалов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках работы были получены следующие основные результаты:

1. Дан обзор существующих классов статических и динамических окрестностных моделей.

2. Построены общие окрестностные модели поступательного движения и обработки пространственного объекта в переменных Лагранжа и Эйлера, проведено сравнение данных моделей. Рассмотрен случай последовательной обработки протяженного движущегося объекта в координатах Лагранжа и Эйлера.

3. Для модели в переменных Эйлера разработаны алгоритмы расчета детерминированного и управляемого изменения параметров протяженного объекта на пассивных и активных участках последовательной обработки.

4. Построенная модель и разработанные алгоритмы адаптированы для применения в производственных задачах обработки протяженных объектов и в логистических задачах с учетом равномерного распределения поставок продукции потребителям.

5. Разработаны проблемно-ориентированные программные модули, реализующие алгоритмы расчета управляемого и детерминированного изменения параметров протяженного объекта на активных и пассивных этапах последовательной обработки и позволяющие проводить вычислительные эксперименты.

Данные модели и алгоритмы применены для расчета режима работы душирующих установок в задаче охлаждения горячекатаной полосы и для расчета поставок продукции потребителям в задаче логистики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев, В. Н. Математическая теория конструирования систем управления / В. Н. Афанасьев, В. Б. Колмановский, В. Р. Носов. – Москва: Высшая школа, 2003. – 614 с.

 Басакер, Р. Конечные графы и сети / Р. Басакер, Т. Саати. – Москва: Наука, 1973. – 368 с.

 Беленький, А. С. Исследование операций в транспортных системах: идеи и схемы методов оптимизации планирования / А. С. Беленький. – Москва: Мир, 1992. – 582 с.

4. Блюмин, С. Л. Алгоритм преобразования билинейных окрестностных систем в линейные двухаргументные / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин, О. А. Шмырина // Прогрессивные технологии и оборудование в машиностроении и металлургии: сб. мат. Всероссийская научно–технической конференции, посвящённой 40-летию ЛГТУ, ч. 2. – Липецк: ЛГТУ, 2002. – С. 17-21.

5. Блюмин, С. Л. Билинейные окрестностные системы / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин, О. А. Шмырина. – Липецк: ЛГТУ, 2006. – 130 с.

6. Блюмин, С. Л. Задача управления смешанными системами / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин, Д. А. Шмырин // Тез. докл. III Воронежской весенней математической школы «Современные методы в теории краевых задач». – Воронеж: ВГУ, 1997. – С. 24.

7. Блюмин, С. Л. Идентификация и управление окрестностными системами / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин, О. А. Шмырина // Идентификация систем и задачи управления: междунар. конф. SICRO-05. – Москва: ИПУ, 2005. – С. 343-351.

8. Блюмин, С. Л. Методика моделирования организационной структуры при помощи симметричных окрестностных моделей / С. Л. Блюмин, А. А. Томилин // Управление большими системами: сборник трудов. – 2007. – № 17. –

C. 29-39.

9. Блюмин, С. Л. Новое направление в моделировании систем: окрестностные системы / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, Д.А. Шмырин // Программное обеспечение автоматизированных систем управления: международная научно-техническая конференция. – Липецк: ЛГТУ, 2000. – С. 15-19.

10. Блюмин, С. Л. Окрестностное моделирование сетей Петри / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин, И. А. Седых, В. Ю. Филоненко. – Липецк: Липецкий эколого-гуманитарный институт, 2010. – 124 с.

11. Блюмин, С. Л. Окрестностные системы / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин. – Липецк: ЛЭГИ, 2005. – 132 с.

12. Блюмин, С. Л. Оптимальное управление смешанными окрестностными системами / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин // Современные методы теории функций и смежные проблемы: тез. докл. Воронежской зимней матем. школы. – Воронеж: ВГУ, 1999. – С. 42.

13. Блюмин, С. Л. От систем на графах к окрестностным системам / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин // Математическое моделирование систем. Методы, приложения и средства: тр. конф. Воронеж: ВГУ, 1998. – С. 33-41.

14. Блюмин, С. Л. Представления нелинейных нечетко-окрестностных систем / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин, О. А. Шмырина // Проблемы управления. – 2005. – №2. – С. 37-40.

15. Блюмин, С. Л. Симметричные, смешанные и билинейные окрестностные модели / С. Л. Блюмин, О. А. Шмырина // Экономика и управление, математика: сб. науч. тр. ЛЭГИ – Липецк, 2002. – С. 44-48.

16. Блюмин. С. Л. Смешанное управление смешанными системами / Блюмин С. Л., Шмырин А. М., Шмырин Д. А. – Липецк: ЛГТУ, 1998. – 80 с.

17. Блюмин, С. Л. Трехлинейные модели: расширение класса билинейных моделей / Блюмин С. Л., Шмырин А. М., Шмырина О. А // Экология. ЦЧО РФ. – 2002. – № 2(9). – С. 104-105.

18. Болтянский, В. Г. Математические методы оптимального управления /
 В. Г. Болтянский. – Москва: Наука, 1968. – 408 с.

19. Бондарев, Б. А. Оценка износа конструкций автодорожных мостов с помощью окрестностных моделей / Б. А. Бондарев, И. А. Седых, А. М. Сметанникова // Роль опорного ВУЗа в развитии транспортно–энергетического комплекса Саратовской области (ТРАНСЭНЕРГОКОМ–2018). Сборник трудов по материалам Всероссийской научно–практической конференции (Саратов, 16–17 мая 2018 г.) Т. 1. – Саратов: Издательство СГТУ, 2018. – С. 273-275.

20. Бондарев, Б. А. Оценка транспортно-эксплуатационного состояния элементов конструкций проезжей части мостовых сооружений с помощью окрестностных моделей / Б. А. Бондарев, И. А. Седых, А. М. Сметанникова // Вестник ПНИПУ. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2018. – №28. – С. 141-154.

21. Бутковский, А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – Москва: Наука, 1975. – 568 с.

22. Бутковский, А. Г. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский, А. М. Пустыльников. – Москва: Наука, 1980. – 384 с.

23. Гроп, Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп. – Москва: Мир, 1979. – 302 с.

24. Дейч, А. М. Методы идентификации динамических объектов / А. М. Дейч. – Москва: Энергия, 1979. – 240 с.

25. Емеличев, В. А. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев, О. И. Мельников, В. И. Сарванов, Р. И. Тышкевич. – М.: Наука, 1990. – 384 с.

26. Калман, Р. Очерки по математической теории / Р. Калман, П. Фалб, М. Арбиб. – Москва: Едиториал УРСС, 2004. – 400 с.

27. Карабутов, Н. Н. Идентификация систем: структурный и информационный анализ / Н. Н. Карабутов. – Москва: Альтаир. – 2005. Ч. 1 – 80 с.

28. Карабутов, Н. Н. Информационные аспекты идентификации окрестностных и нечетко-окрестностных систем / Н. Н. Карабутов, А. М. Шмырин // Идентификация систем и задачи управления: тр. 5 международ. конф. SICPRO-06. – Москва: ИПУ, 2006. – С. 244-254.

29. Карабутов, Н. Н. Информационные аспекты идентификации окрестностных систем / Н. Н. Карабутов, А. М. Шмырин, Л. М. Аристова // Известия Тульского государственного университета. Серия Дифференциальные уравнения и прикладные задачи. Выпуск 1. – Тула: ТулГу, 2005. – С. 126-136.

30. Карабутов, Н. Н. Окрестностные и нечетко-окрестностные модели пространственно-распределенных систем / Н. Н. Карабутов, А. М. Шмырин, О. А. Шмырина // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2005. – № 12. – С. 19-22.

31. Карабутов, Н. Н. Окрестностные системы: идентификация и оценка состояния / Н. Н. Карабутов, А. М. Шмырин. – Липецк: ЛЭГИ, 2005. – 132 с.

32. Карабутов, Н. Н. Параметрическая идентификация сложных систем: учеб. пособие / Н. Н. Карабутов, А. М. Шмырин. – Липецк: ЛЭГИ, 1992. – 44 с.

33. Карабутов, Н. Н. Синтез математических моделей окрестностных систем очистки сточных вод / Н. Н. Карабутов, А. М. Шмырин, О. А. Шмырина, П. Н. Карабутов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2006. – № 11. – С. 24-26.

34. Карабутов, Н. Н. Структурная идентификация систем: Анализ динамических структур / Н. Н. Карабутов – Москва: МГИУ, 2008. – 160 с.

35. Карабутов, Н. Н. Управление аэрационными сооружениями на основе окрестностных моделей с учетом энергозатрат / Н. Н. Карабутов, А. М. Шмырин, О. А. Шмырина // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2005. – № 12. – С. 41-43.

36. Колмогоров, А. Н. Комбинаторные основания теории информации /
 А. Н. Колмогоров // Успехи математических наук. – 1983. – №38 (4). – С. 27-36.

37. Лоскутов, А. Ю. Основы теории сложных систем / А. Ю. Лоскутов,

А. С. Михайлов. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и стохастическая динамика», 2007. – 612 с.

38. Льюнг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг.
 – Москва: Наука, 1991. – 432 с.

39. Мишачёв, Н. М. Дискретные системы и окрестностные структуры /
Н. М. Мишачёв, А. М. Шмырин // Вестник Тамбовского университета. Серия:
Естественные и технические науки. – Тамбов, 2018. Т. 23. № 123 – С. 473-478.

40. Мишачёв, Н. М. Метаструктурная идентификация: монография / Н. М. Мишачёв, А. М. Шмырин. – Воронеж: ООО «РИТМ», 2019. – 186 с.

41. Мишачёв, Н. М. Окрестностные структуры для модели конвейерной обработки протяженного объекта / Н. М. Мишачёв, А. М. Шмырин, И. И. Супрунов // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. – № 1 (42). – С. 22-27.

42. Мишачёв, Н. М. Окрестностные структуры и метаструктурная идентификация / Н. М. Мишачёв, А. М. Шмырин // Таврический вестник информатики и математики. – 2017. – Т. 37, вып. 4. – С. 87-95.

43. Мишачёв, Н. М. Прямая и обратная задачи для пассивных зон конвейерной обработки протяженного объекта / Н. М. Мишачёв, А. М. Шмырин, И. И. Супрунов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2022. – Т. 18. – № 5. – С. 78–84.

44. Оре, О. Теория графов / О. Оре. – Москва: Наука, 1980. – 336 с.

45. Партыка, В. Н. Математические методы / В. Н. Партыка. – Москва: Форум; Инфра-М, 2005. – 464 с.

46. Первозванский, А. А. Курс теории автоматического управления: учеб. пособие / А. А. Первозванский. – М.: Наука, 1986. – 616 с.

47. Роенко, С. С. Матрица структуры билинейной окрестностной системы / С. С. Роенко // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 18. Вып. 5. – С. 2661-2662.

48. Роенко, С. С. Некоторые особенности программного комплекса для

идентификации и управления билинейными окрестностными системами / С. С. Роенко // Сборник научных трудов конференции «Актуальные проблемы естественных наук и их преподавания». – Липецк, 2011. – С. 148-152.

49. Роенко, С.С. Общая билинейная окрестностная модель на основе матрицы структуры и алгоритмы идентификации и функционирования систем // Системы управления и информационные технологии. – №2.1 (52). – 2013. – С. 169-172

50. Роенко, С. С. Особенности программной реализации алгоритмов параметрической идентификации и смешанного управления билинейными окрестностными системами / С. С. Роенко // Сборник научных трудов XVII Международной научно–практической конференции студентов и молодых учёных «Современные техника и технологии» (СТТ–2011). – Томск, 2011. – С. 410-411.

51. Роенко, С. С. Разработка общей билинейной окрестностной модели, алгоритмов идентификации и функционирования систем на основе матрицы структуры: специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Роенко Сергей Сергеевич. – Липецк, 2013. – 131 с.

52. Роенко, С. С. Разработка программного комплекса для моделирования билинейных окрестностных и нечетко-окрестностных систем / С. С. Роенко // «66-е Дни науки студентов МИСиС: международные, межвузовские и институтские научно–технические конференции». – Москва, 2011. – С. 470-471

53. Седых, И. А. Двухуровневые полиномиальные динамические окрестностные модели с переменными окрестностями и их параметрическая идентификация / И. А. Седых // Вести высших учебных заведений Черноземья. – 2018. – №1 (51). – С. 57-65.

54. Седых, И. А. Динамические окрестностные сети / И. А. Седых // Вестник Уфимского государственного авиационного технического

университета. – 2018. – Т. 22. – №3 (81). – С. 124-130.

55. Седых, И. А. Идентификация и управление динамическими окрестностными моделями / И. А. Седых // Современные сложные системы управления (HTCS'2017): матер. XII Междунар. научно-практ. конф. (Липецк, 25-27 октября 2017 г.). В 2 ч. Ч. 1. – Липецк: Изд-во ЛГТУ, 2017. – С. 138-142.

56. Седых, И. А. Идентификация линейных динамических окрестностных моделей с нечеткой иерархической структурой / И. А. Седых // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2019. – Т.15. – №4. – С. 7-13.

57. Седых, И. А. Исследование билинейной динамической окрестностной модели процесса очистки сточных вод / И. А. Седых, А. М. Сметанникова // Динамика технических систем «ДТС-2018»: сборник трудов XIV Междунар. научно-техн. конф. (Ростов-на-Дону, 12-14 сентября 2018 г.) – Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2018. – С. 78-81.

58. Седых, И. А. Математическое моделирование и исследование распределенных динамических систем на основе окрестностных моделей с переменными и иерархическими окрестностями: специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Седых Ирина Александровна, 2020. – 450 с.

59. Седых, И. А. Окрестностное моделирование уровня подземных вод месторождения цементных известняков и глин / И. А. Седых // Актуальные направления научных исследований ХХІ века: теория и практика: по результатам проведения III Междунар. открытой конф. «Современные проблемы анализа динамических систем. Приложения в технике и технологиях» (Воронеж, 17-19 октября 2018 г.) – Воронеж: УОП ФГБОУ ВО «ВГЛТУ». – 2018. – Т. 6. – № 6 (42). – С. 314-316.

60. Седых, И. А. Параметрическая идентификация динамической окрестностной модели процесса непрерывного горячего цинкования стальной

полосы / И. А. Седых, А. С. Старкова // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2023. – № 2 (51). – С. 5-13.

61. Седых, И. А. Параметрическая идентификация линейной динамической окрестностной модели / И. А. Седых // Сборник статей Международной научно-практической конференции «Инновационная наука: прошлое, настоящее, будущее» – Уфа: АЭТЕРНА, 2016. – С.12-19.

62. Седых, И. А. Параметрическая идентификация линейных и билинейных динамических окрестностных моделей / И. А. Седых, А. М. Сметанникова // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2019. – Т. 7. – № 1 (44). – С. 357-360.

63. Седых, И. А. Прогнозирование уровня подземных вод месторождения цементного сырья на основе динамических окрестностных моделей / И. А. Седых // Вестник Донского государственного технического университета. – 2018. – Т.18. – №3. – С. 326-332.

64. Седых, И. А. Разработка нечетких окрестностных моделей цементного производства / И. А. Седых // Виртуальное моделирование, прототипирование и промышленный дизайн: Материалы V Международной научно-практ. конф. (Тамбов, 14-16 ноября 2018 г.). В 3 т. Т. 1.– Тамбов: Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ» – 2018. – С. 265-269

65. Седых, И. А. Управление динамическими окрестностными моделями с переменными окрестностями / И. А. Седых // Системы управления и информационные технологии. – 2018. – №1 (71). – С. 18-23.

66. Сейдж, Э. П. Идентификация систем управления / Э. П. Сейдж, Дж. Л. Мелса. – Москва: Наука, 1974. – 284 с.

67. Супрунов, И. И. Алгоритмы конвейерной обработки движущегося протяженного объекта на основе окрестностных структур / И. И. Супрунов // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2022. – № 3 (49). – С. 35-40.

68. Супрунов, И.И. Алгоритмы конвейерной обработки протяженного

объекта / И.И. Супрунов, А.М. Шмырин // В сборнике: Энергетика будущего – цифровая трансформация. Сборник трудов III всероссийской научно-практической конференции. – Липецк, 2022. – С. 303-307

69. Супрунов, И.И. Идентификация билинейной окрестностной системы с минимальным количеством параметров и заданной матрицей корреляций узлов / И.И. Супрунов, Р.В. Попов // Москва: ФГБУ ФИПС, 2022. Госрегистрация № 2022610952 от 18.01.2022.

70. Супрунов, И.И. Математическая модель и алгоритмы последовательной обработки движущегося протяженного объекта / И.И. Супрунов, А.М. Шмырин, Н.М. Мишачев // Системы управления и информационные технологии. – 2023. – № 1 (91). – С. 16-22.

71. Супрунов, И.И. Применение алгоритма последовательной обработки движущегося протяженного объекта для расчета поставок продукции / И.И. Супрунов // В сборнике: Школа молодых учёных: материалы областного профильного семинара по проблемам естественных наук. – Липецк, 2023. – С. 108-113

72. Супрунов, И.И. Применение модели конвейерной обработки в задачах логистики / И.И. Супрунов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2023. – Т. 19. – № 4. – С. 32-36.

73. Супрунов, И.И. Расчет периодов работы управляющих узлов при конвейерной обработке с учетом ограничений на ресурсы / И.И. Супрунов, Р.В. Попов // Москва: ФГБУ ФИПС, 2022. Госрегистрация № 2022668664 от 11.10.2022.

74. Супрунов, И.И. Расчет показателей оценки точности поперечного профиля проката / И.И. Супрунов, А.В. Галкин // Москва: ФГБУ ФИПС, 2015. Госрегистрация № 2015660518 от 01.10.2015.

75. Супрунов, И.И. Расчет равномерных поставок продукции на основе алгоритма последовательной обработки движущегося протяженного объекта / И.И. Супрунов, А.М. Шмырин, Б.А. Бондарев // Вестник Липецкого

государственного технического университета. – 2023. – № 3 (52). – С. 38-43.

76. Супрунов, И.И. Сравнение двух алгоритмов конвейерной обработки / И.И. Супрунов // В сборнике: Нано-био-технологии. Теплоэнергетика. Математическое моделирование. Сборник статей международной научно-практической конференции. – Липецк, 2023. – С. 289-294

77. Томилин, А.А. Использование окрестностно-временного моделирования в задачах формирования организационных структур / А.А. Томилин // Управление большими системами. – 2007. – Вып. 18. – С. 91-106.

78. Томилин, А.А. Использование окрестностно-временных моделей для оптимизации организационных структур / А.А. Томилин // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – №4. – С. 14-18.

79. Фурсов, В.А. Идентификация систем по малому числу наблюдений / В.А. Фурсов. – Самара: СГАУ, 2007. – 81 с.

80. Шмырин, А. М. Алгоритмизация процессов смешанного управления пространственно-распределенными системами на основе нечеткоокрестностных моделей: специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Шмырин Анатолий Михайлович. – Воронеж, 2007. – 428 с.

81. Шмырин, А.М. Дискретные модели в классе окрестностных систем /
А.М. Шмырин, И.А. Седых // Вестник Тамбовского университета. Серия:
Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 17, вып. 3. – С. 867-871.

82. Шмырин, А.М. Допустимое смешанное управление билинейными окрестностными системами / А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Современные проблемы информатизации в непромышленной сфере и экономике: сб. тр. (по итогам X международной открытой научной конференции). Вып. 10. – Воронеж: Научная книга, 2005. – С. 129-130.

83. Шмырин, А.М. Исследование окрестностных моделей печи обжига клинкера с учетом ограничений на переменные и специальной функции цели /

А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев // Информационные технологии моделирования и управления. – 2015. – №5(95). – С. 410-418.

84. Шмырин, А.М. Линеаризация, идентификация и управление окрестностными системами / А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Системы управления и информационные технологии. – 2005. – №3. – С. 40-44.

85. Шмырин, А.М. Моделирование 3D-графиков поверхностей билинейных окрестностных систем / А.М. Шмырин, С.С. Роенко // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. Тамбов. – Том 18, вып. 4. – 2013. – С. 1149-1155.

86. Шмырин, А.М. Нечетко-окрестностные нелинейные системы в координатной форме / А.М. Шмырин // Современные проблемы математики, механики, информатики: тез. докл. международ. конф. – Тула: ТулГУ, 2003. – С. 346-347.

87. Шмырин, А.М. Нечетко-окрестностные системы / А.М. Шмырин // Проблемы непрерывного образования: проектирование, управление, функционирование: матер. междунар. научн.-методич. конф. – Липецк: ЛГПУ, 2003. – С. 69-72.

88. Шмырин, А.М. Обобщение дискретных моделей окрестностными системами / А.М. Шмырин, И.А. Седых, Н.А. Корниенко, Т.А. Шмырина // Материалы конференции с международным участием «Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения» (УКИ 10). – Москва: ИПУ РАН. – 2010. – С. 207-208.

89. Шмырин, А.М. Окрестностный подход к моделированию распределенных динамических систем / А.М. Шмырин, В.В. Кавыгин, С.С. Роенко, А.П. Щербаков // Сборник научных трудов международной научнотехнической конференции, посвященной 50-летию кафедры технологии машиностроения ЛГТУ, 2012. – С. 321-326.

90. Шмырин, А.М. Окрестностное моделирование двумерных нелинейных динамических систем / А.М. Шмырин, И.А. Седых, В.М. Тюрин,

В.Б. Васильев, А.П. Щербаков // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 18, вып. 1. – С. 81-88.

91. Шмырин, А.М. Окрестностное моделирование полиномиальных зависимостей / А.М. Шмырин, С.С. Роенко, Н.А. Корниенко, О.А. Митина // Материалы Воронежской зимней математической школы «Современные методы теории функций и смежные проблемы». – Воронеж, 2011 – С. 362-363

92. Шмырин, А.М. Окрестностное моделирование процесса очистки сточных вод / А.М. Шмырин, И.А. Седых, А.М. Сметанникова, Е.Ю. Никифорова // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2017. – Т. 22, вып. 3. – С. 596-604.

93. Шмырин, А.М. Окрестностное моделирование конвейерной обработки стохастического потока данных / А.М. Шмырин, Н.М. Мишачев, И.И. Супрунов // Системы управления и информационные технологии. – 2021.
– № 2 (84). – С. 19-22.

94. Шмырин, А.М. Окрестностные системы с переменными окрестностями / А.М. Шмырин, И.А. Седых, Н.А. Корниенко, С.С. Роенко, О.А. Митина // Вести высших учебных заведений Черноземья. Липецк: ЛГТУ. – 2011, №2(24). – С. 63-66.

95. Шмырин, А.М. Оптимальное смешанное управление / А.М. Шмырин, В.А. Пименов, Д.А. Шмырин // Системы управления и информационные технологии: межвуз. сб. научн. тр. – Воронеж: ВГТУ, 1998. – С. 185-190.

96. Шмырин, А.М. Особенности реализации программного комплекса для моделирования билинейных окрестностных и нечетко-окрестностных систем / А.М. Шмырин, С.С. Роенко // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2011. – Т. 16, вып. 3. – С. 784-788.

97. Шмырин, А.М. Построение окрестностной модели процесса формирования температуры смотки горячекатаной полосы в тропической математике / А.М. Шмырин, Д.С. Шипилов, А.Г. Кузнецов // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2017. – № 2 (32). – С. 15-18.

98. Шмырин, А.М. Применение окрестностных моделей для решения экологических проблем в производстве цемента / А.М. Шмырин, И.А. Седых // Современные методы теории функций и смежные проблемы: матер. конф. Воронежской зимней математической школы. – Воронеж: ВГУ, 2009. – С. 193-194.

99. Шмырин, А.М. Применение окрестностных моделей и смешанного управления в цементном производстве / А.М. Шмырин, И.А. Седых // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD 2009): матер. III междунар. конф. (Москва, 05-07 октября 2009 г.). Т. 1. – Москва: ИПУ, РАН, 2009. – С. 338-340.

100. Шмырин, А.М. Смешанное управление окрестностными системами
/ А.М. Шмырин // Системы управления и информационные технологии. – 2007.
– №1 (27). – С. 26-30.

101. Шмырин, А.М. Смешанное управление процессом формирования температуры смотки горячекатаной полосы на основе трилинейной окрестностной модели / А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев // Информационные технологии моделирования и управления. – 2016. – №4(100), 2016. – С. 290-297.

102. Шмырин, А.М. Сравнение результатов смешанного управления окрестностных моделей установки поддержания оптимальной температуры полиола / А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев // Вестник ВГУ, Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2018. – №2.– С. 34-43.

A.M. 103. Шмырин, Сравнение трёх методик идентификации окрестностных систем / А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев // Новые технологии в научных исследованиях, проектировании, управлении, производстве: труды Междунар. науч.-техн. конф. Воронеж: ФГБОУ BO «Воронежский государственный технический университет». - 2017. - Т. 1 - С. 385-389.

104. Шмырин, А.М. Трилинейная окрестностная модель процесса формирования температуры смотки горячекатаной полосы / А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев, В.В. Правильникова // Вестник Тамбовского университета. Серия:

Естественные и технические науки. – 2016. – Т. 21, вып. 2. – С. 465-472.

105. Шмырин, А.М. Управление функционированием окрестностных систем, полученных на основе сетей Петри / А.М. Шмырин, И.А. Седых // Информационные технологии моделирования и управления. – 2008. – № 5 (48). – С. 549-552.

106. Шмырина, О.А. Алгоритм идентификации нелинейных окрестностных дискретных систем / О.А. Шмырина // Наша общая окружающая среда: сб. тез. докладов IV научн.-практич. конф. молодых учёных, аспирантов и студентов г. Липецка. – Липецк: ЛЭГИ, 2003. – С. 45-46.

107. Шмырина, О.А. Анализ информации в задачах идентификации билинейных окрестностных систем / О.А. Шмырина, Н.Н. Карабутов // Наша общая окружающая среда: сб. тез. докл. VI научн.-практич. конф. молодых учёных, аспирантов и студентов г. Липецка. – Липецк: ЛЭГИ, 2005. – С. 99-100.

108. Шмырина, О.А. Информационные аспекты идентификации билинейных окрестностных систем / О.А. Шмырина // Вестник ЛГТУ–ЛЭГИ. – 2005. – №1(13). – С. 33-36.

109. Эйкхофф, П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – Москва: Мир, 1975. – 648 с.

110. Ярцев, А.Г. Билинейные нечётко-окрестностные модели установки поддержания оптимальной температуры полиола / А.Г. Ярцев, А.М. Шмырин // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. – № 1 (42). – С. 11-22.

111. Ярцев, А.Г. Билинейные окрестностные системы с нечёткими связями / А.Г. Ярцев // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2020. – Т. 16. – №2. – С. 26-31.

112. Ярцев, А.Г. Исследование окрестностной модели объекта с учётом ограничений на коэффициенты и параметры / А.Г. Ярцев, А.М. Шмырин // Современные сложные системы управления: HTCS'2017: материалы XII междунар. науч.-практ. конф., 25-27 октября 2017 г. В 2 ч. Ч. 1. – 2017. – С. 199-

202.

113. Ярцев, А.Г. Окрестностные системы с нечёткими динамическими связями / А.Г. Ярцев // Системы управления и информационные технологии. – 2020. – №1 (79). – С. 22-27.

114. Filipczyk, W. Advanced control of coiling temperature in China steel's hot mill / W. Filipczyk, F. Williams, Ch. Fu–Hsiang // 12th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing. – 2007. – Vol. 40, Issue 11. – P. 421-426.

115. Koinov, T., Kihara, J. Process Optimization for Hot Strip Mill / T. Koinov,J. Kihara // Trans. of the ISI of Japan – 1986 – P. 895-902

116. Mishachev, N.M. Generating schedule in linear additive neighborhood model / N.M. Mishachev, A.M. Shmyrin, I.I. Suprunov // 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2021. – 2021. – p. 15-18.

117. Mishachev, N.M. Simulation of sequential processing of a moving extended object / N.M. Mishachev, A.M. Shmyrin, I.I. Suprunov // International Transaction Journal of Engineering, Management and Applied Sciences and Technologies. -2020. -N 2. -Vol.11(7). -p. 182-187.

118. Muhin U., Belskij S., Makarov E., Koynov T. Simulation of accelerated strip cooling on the hot rolling mill run-out roller table / U. Muhin, S. Belskij, E. Makarov, T. Koynov // Frattura ed Integrita Strutturale. – 2016. – Vol. 10, Issue 37. – P. 305-311.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение 1. Справки об использовании результатов диссертационной

### работы



на №

10.08.2020 № 1/14-794/21

01

АО «Липецкцемент» ул. Ковалева, владение 126 Б, этаж 2, офис 5, г. Липецк Россия, 398007 тел.: +7 (4742) 48 18 08, факс +7 (4742) 48 18 01 8-800-700-63-63 | e-mail: lipcem@eurocem.ru

#### Справка об использовании результатов диссертационной работы Супрунова Игоря Ивановича

Настоящая справка составлена в том, что результаты диссертационной работы Супрунова И.И., связанной с математическим моделированием конвейерной обработки протяженного объекта на основе окрестностных структур, рассмотрены применительно к задачам математического моделирования, технологического анализа, а также управления технико-экономическими показателями на примере производства цемента АО «Липецкцемент».

В частности:

 выполнен анализ возможности дальнейшего использования результатов работы Супрунова И.И. при планировании, анализе и управлении техникоэкономическими и технологическими показателями производства цемента заводом АО «Липецкцемент»;

 на основе выполненного анализа производственных данных завода АО «Липецкцемент» установлено, что предлагаемые методы работоспособны, могут быть использованы при управлении крупными производственными подразделениями и позволяют обеспечивать повышение эффективности их работы;

 разработанные математические модели и методы управления рекомендуются к использованию при управлении крупными производственными подразделениями предприятий.

Наиболее целесообразным является использование предлагаемых методов в составе автоматизированной системы управления технологическими показателями подобных подразделений.

Генеральный директор



И.М. Звягин

## АО «Агропромышленное объединение «Аврора»

398002 г. Липецк, улица Тельмана, дом 11 Тел/Факс (4742)34-59-62, (47471)5-22-09 ИНН 4825003761 КПП 482501001 Задонское ОСБ 3827 г. Задонск р/с 40702810935060100255 Липецкое ОСБ 8593 г. Липецк к/с 3010181080000000604 БИК 044206604 ОКПО 00897763 ОКОНХ 21110,21120,21130,80100,71100

E-mail: avrora@lipetsk.ru

Генеральный директор Уваркин Александр Сергеевич Подразделение «Хмелинецкий сахарный завод» Тел./факс (47471)3-55-30, 3-54-63

hmelinec@apo-avrora.ru

#### Справка

#### об использовании результатов диссертационной работы Супрунова Игоря Ивановича

Настоящей справкой удостоверяется, что результаты диссертационной работы Супрунова И.И., посвящённой разработке динамических окрестностных моделей конвейерной обработки, рассмотрены применительно к задачам математического моделирования и совершенствования управления технологическим процессом на СП «Хмелинецкий сахарный завод» АО «АПО «Аврора».

В частности:

1) теоретические, методологические и прикладные результаты исследования автора по динамическим окрестностным моделям конвейерной обработки анализировались инженерно-техническим персоналом СП «Хмелинецкий сахарный завод» при планировании мероприятий по совершенствованию управления и повышению технико-экономических показателей производства сахара заводом АО «АПО «Аврора»;

2) на основе выполненного анализа и опыта практического использования результатов диссертационной работы установлено, что предлагаемые методы работоспособны и могут обеспечивать повышение эффективности управления последовательными стадиями технологического процесса производства сахара применительно к СП «Хмелинецкий сахарный завод».

Наиболее целесообразным является использование разработанных методов окрестностного моделирования процессов конвейерной обработки при математическом моделировании многостадийных производственных процессов.

Директор свеклосахарного производства АО «АПО «Аврора»



С.Н. Зобова

Утверждаю Тех. директор ООО «ЛипенкНИЦстройпроект» д.т.н. Бондарев Б.А. « 26 2022 г.

#### СПРАВКА об использовании результатов диссертационной работы Супрунова Игоря Ивановича

Настоящая справка составлена в том, что результаты диссертационной работы Супрунова И.И., связанной с математическим моделированием конвейерной обработки последовательности движущихся объектов на основе динамических окрестностных моделей, рассмотрены ООО «ЛипецкНИЦстройпроект».

Установлено, что на основе построенной динамической окрестностной модели разработаны алгоритмы и написаны программные модули для расчета управляющих воздействий на объекты в зависимости от начальных и целевых значений параметров движущихся объектов.

Подтверждено, что на основе разработанных моделей и алгоритмов можно улучшить некоторые стадии процесса перевозки дорожностроительных материалов, что способствует совершенствованию управления и улучшению технико-экономических показателей дорожной отрасли.

Результаты диссертационной работы Супрунова И.И. могут быть рекомендованы для дальнейшего использования при анализе и управлении технологическими показателями предприятия.

Подписи представителей ФГБОУ ВО ЛГТУ

д.т.н., профессор, зав. кафедрой высшей математики

Шмырин А.М.

Супрунов И.И.

ст. преподаватель

Подпись представителя ООО «ЛипецкНИЦстройпроект»

Главный инженер проекта

Кукуев Е.В.



об использовании в учебном процессе материалов, содержащихся в кандидатской диссертации Супрунова Игоря Ивановича «Математические модели и алгоритмы последовательной обработки движущихся

протяженных объектов на основе окрестностных систем».

Настоящей справкой удостоверяется, что результаты диссертационной работы на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а именно:

динамические окрестностные отличающиеся использованием модели, переменных Лагранжа и Эйлера; алгоритмы с использованием разработанной окрестностной модели Эйлера, позволяющие решить прямую и обратную задачи расчета изменения параметров протяженного объекта; алгоритмы расчета режимов работы последовательности управляющих устройств на активном этапе, отличающиеся возможностью учёта в реальном времени изменяющихся параметров позволяющие достигать заданных параметров выхода; объекта и две модифицированные версии алгоритма последовательной обработки на активном этапе, отличающиеся возможностью учета ограничений на ресурсы и позволяющие решать задачу равномерного расхода ресурсов; проблемно-ориентированное программное обеспечение, отличающееся наличием трех вычислительных модулей, соответствующих трем этапам обработки, и позволяющее находить режимы работы устройств активной зоны, реализующие заданные целевые параметры выхода используются в учебном процессе федерального государственного бюджетного учреждения высшего образования «Липецкий государственный технический университет» в рамках образовательной программы по направлению 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» при выполнении индивидуальных заданий по дисциплинам «Математическое моделирование», «Применение компьютерных технологий в динамике систем тел», а также при подготовке выпускных квалификационных работ.

Использование результатов диссертационной работы обсуждено на заседании кафедры высшей математики от «19» сентября 2023 г., протокол № 2.

Начальник отдела по науке Декан физико-технологического факультета к.т.н., доцент Заведующий кафедрой высшей математики д.т.н., профессор

Утверждаю Коммерческий директор ООО «Группа Компаний «ЛипецкПрофиль» А.М. Голошумов Okmar Sper 2023 г.

#### СПРАВКА

об использовании научных результатов диссертационной работы «Математические модели и алгоритмы последовательной обработки движущихся протяженных объектов на основе окрестностных систем» Супрунова Игоря Ивановича

Настоящая справка составлена в том, что результаты диссертационной работы Супрунова И.И., связанной с математическим моделированием последовательной обработки движущихся протяженных объектов на основе динамических окрестностных моделей, рассмотрены на научном семинаре <u>ООО</u> «Группа Компаний «ЛипецкПрофиль»

Рассмотренные автором примеры применения разработанной модели к производственной задаче в сравнении с реальными экспериментальными данными подтверждают адекватность модели. На основе модели разработаны алгоритмы, учитывающие некоторые технологические особенности реального производственного процесса при обработке движущегося объекта.

Установлено, что разработанные алгоритмы и программные модули могут быть полезны при расчете управляющих воздействий на объекты с учетом заданных начальных значений параметров объекта и целевого выхода.

Результаты диссертационной работы Супрунова И.И. могут быть рекомендованы для дальнейшего использования при изучении теоретических и практических аспектов задачи управления процессами последовательной обработки.

Начальник цеха

ООО «Группа Компаний «ЛипецкПрофиль»

«Долгих А.С.»

Утверждаю Директор дирекции по разработке новых технологий процесса, к.т.н. allly Д.А. Ковалев 2023 г.

СПРАВКА об использовании результатов диссертационной работы Супрунова Игоря Ивановича

Настоящая справка составлена в том, что результаты диссертационной работы Супрунова И.И., связанной с математическим моделированием последовательной обработки движущихся протяженных объектов на основе динамических окрестностных моделей, рассмотрены ПАО НЛМК.

На основе построенной динамической окрестностной модели разработан алгоритм для расчета управляющих воздействий установки ускоренного охлаждения с целью получения заданного равномерного температурного профиля смотки по исходному температурному профилю конца прокатки.

Целевой профиль температур на смотке в рассмотренных примерах является равномерным, в то же время алгоритм позволяет проводить расчеты для равномерно возрастающего или равномерно убывающего температурного профиля на смотке.

Имитационное моделирование на основе разработанных моделей и алгоритмов позволяет получить равномерное распределение температуры на смотке с целевой средней температурой 550 °C и среднеквадратическим отклонением примерно 3 °C. По среднеквадратичному отклонению это в 3-4 раза меньше, чем в примерах, описанных в литературе.

Результаты диссертационной работы Супрунова И.И. могут быть рекомендованы для дальнейшего рассмотрения и использования при анализе работы установки ускоренного охлаждения с целью получения технологически оптимального температурного профиля полосы на этапе смотки.

Руководитель направления ДРНТП, к.т.н. А.С. Лукин ΠΑΟ НЛМК В.А. Пименов Руководитель технологических проектов ДРНЧЧУ, к.т.н

# Приложение 2. Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ



